Martin Holder

Die Kepler-Ellipse

Eine alte Geschichte neu erzählt

universi
UNIVERSITÄTSVERLAG SIEGEN

Martin Holder

Die Kepler-Ellipse

Martin Holder

Die Kepler-Ellipse

Eine alte Geschichte neu erzählt

universi
UNIVERSITÄTSVERLAG SIEGEN

Über den Autor:

Martin Holder, Jahrgang 1938, Studium der Physik in Tübingen und Berlin, Diplom in Tübingen, Promotion 1967 bei Helmut Faissner in Aachen über Neutrinoreaktionen in Funkenkammern. Forschungsaufenthalt am Cern 1969 – 1978, seit 1972 als staff member, 1978 Wissenschaftlicher Rat und Professor in Hamburg, 1981 – 2003 Inhaber des Lehrstuhls für Experimentalphysik I an der Universität Siegen. Beiträge unter anderem zur Aufklärung der quark-Struktur des Nukleons mit hochenergetischen Neutrinostrahlen unter Jack Steinberger und zur Entdeckung der direkten CP- Verletzung. Daneben Vorbereitung des Experimentierprogramms am LHC. Mitarbeit in zahlreichen nationalen und internationalen Gremien. Nach der Emeritierung Beschäftigung mit der Geschichte der Astronomie. Von den dabei gewonnenen Erkenntnissen handelt dieses Buch.

universi
UNIVERSITÄTSVERLAG SIEGEN

2015 univer*si* – Universitätsverlag Siegen

Rechte: beim Autor
Einbandgestaltung: Kordula Lindner-Jarchow M.A.
Druck und Bindung: UniPrint – Universität Siegen

ISBN 978-3-936533-64-4

Für Gundula

Vorwort

In der Geschichte der Naturwissenschaften spielt die Zeit der Renaissance in Europa eine entscheidende und zugleich einzigartige Rolle: Das überlieferte Denken als Folgerungen aus vorgegebenen Grundsätzen wird ersetzt durch eine kritische Analyse dieser Grundsätze selbst. Dieser Prozess zog sich in Europa über viele Generationen hin. Da, wie man sagt, die Gedanken frei sind, gibt es keine Sicherheit, dass der einmal erreichte Zustand so bleibt, wie er ist.

Es ist deshalb besonders lehrreich, sich mit den Schwierigkeiten dieses Übergangs zu befassen. Die Astronomie dient nicht zufällig als Paradebeispiel, denn ihre Aussagen lassen sich verifizieren, oder besser, falsifizieren; wenn sie falsch sind, kommt es an den Tag.

In diesem Prozess spielen bedeutende Einzelkämpfer die tragenden Rollen: Kopernikus, Galilei und Kepler. Newton hat bekanntlich gesagt, wenn er weiter gesehen habe als Andere, so deshalb, weil er auf den Schultern von Riesen stand. Das Werk dieser Riesen ist durch die Überlieferung auf wenige, einprägsame Sätze reduziert worden, etwa wie die Geschicke der katholischen Heiligen durch die Attribute, die ihren Figuren beigegeben sind : Kopernikus stellt die Sonne statt der Erde in den Mittelpunkt der Welt, Galilei sagt „$\cdots$ und sie bewegt sich doch“, für Kepler stehen stehen seine drei Gesetze der Planetenbewegung.

Wer mehr wissen möchte, dem stellen sich verschiedene Hindernisse in den Weg. Einmal die Sprache; Kopernikus und Kepler schreiben Latein, Galilei italienisch. Dafür gibt es Übersetzungen, wenn man will. Zum andern das mathematische Gerüst, die uns heute gewohnte Symbolik. Es gibt noch kein Gleichheitszeichen ($=$) oder symbolische Abkürzungen wie r für Radius etc., d.h. Beziehungen müssen mit Worten ausgedrückt werden, was die Lektüre und daher auch das Verständnis erschwert. Das gilt, gewissermaßen rückwirkend, auch für die Protagonisten selbst. Ihre mathematischen Kenntnisse sind nicht vergleichbar mit dem, was heute an den Gymnasien gelehrt wird. Kepler ist eine Ausnahme; er überragt die Anderen. Er erfindet, wenn notwendig, Dinge, die es noch nicht gibt, muss das aber umständlich begründen.

Ein weiterer, meines Erachtens wesentlicher Gesichtspunkt wird bei dieser verkürzten historischen Adaption übersehen: Kepler war der Erste, der die Planetenbahnen physikalisch, das heißt durch eine Kraft, die von der Sonne ausgeht, zu begründen versuchte. Der volle Titel seines Hauptwerks *Astronomia Nova* lautet ja *Astronomia Nova* ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΤΟΣ *seu physica coelestis*,d.h. Neue, ursächlich begründete Astronomie oder Physik des Himmels. Keplers Vorgänger gingen von fest vorgegebenen Bahnen aus, seien es Kugelschalen oder eine Art Schienen, an denen die Planeten befestigt sind, in ähnlicher Weise, wie es an den astronomischen Uhren gemacht wird. Keplers Konzept hat zur Folge, dass eine Bahn nur stückweise gegeben sein kann, denn die Kraft von der Sonne ändert sich mit dem Abstand des Planeten, und dieser bleibt nicht konstant. In moderner Sprechweise: Die Bahn geht aus einer Differentialgleichung hervor. Wenn Kepler auch die Kraft selbst nicht verstehen konnte, so war er doch beruhigt, dass es ihm zumindest gelang, Differentialgleichungen aufzustellen: für die Bahnellipse selbst und für die Bewegung auf ihr. Ersteres der Überlieferung hinzuzufügen ist das hauptsächliche Anliegen dieses Büchleins.

Darüber hinaus wird eine Zusammenfassung dessen gegeben, was Kepler in seiner *Astronomia Nova* vorgelegt hat, wobei seine ausgiebigen Spekulationen über Kräfte weggelassen werden, aus zweierlei Gründen. Zum Einen wies Kepler selbst nach, das sie so nicht richtig sein können. Zum Andern liegt diesen Überlegungen eine falsche, von Aritoteles übernommene Beziehung zwischen Kraft und Bewegung zugrunde, nämlich die Vorstellung, dass die Kraft proportional zur Geschwindigkeit ist, also auch die Richtung der Geschwindigkeit hat. Kepler suchte eine Kraft, die in Richtung der Bahntangente wirkt, also ringförmige Kraftlinien hat. Das Tragische daran ist, dass er die wirkliche Kraft, nämlich eine allgemeine, von jedem Körper ausgehende Schwerkraft, selbst postulierte — und mit ihr z.B. die Gezeiten als Anziehung des Meerwassers durch den Mond erklärte —, von dieser Einsicht aber keinen Gebrauch machen konnte, weil ihm der Zusammenhang zwischen Kraft und Beschleunigung fehlte. Diesen fand bekanntlich Galilei in Padua durch seine Versuche mit einer Kugel, die eine schiefe Ebene herunterrollt, ungefähr zur selben Zeit, als Kepler in Prag war. Galilei und Kepler sind sich aber nie persönlich begegnet. Galilei veröffentlichte seine Ergebnisse erst 1632, zwei Jahre nach Keplers Tod. In dieser Veröffentlichung findet sich auch eine Überlegung zur Fliehkraft. Hätte Kepler diese Überlegung gekannt, so hätte er vermutlich gleich gesehen, dass die allgemeine Schwerkraft genau die von der Sonne ausgehende Kraft ist, die er händeringend gesucht hat (Das dritte Keplersche Gesetz ist ja nichts Anderes als die Beziehung: Anziehungskraft = Fliehkraft). Die Geschichte wäre dann wohl anders verlaufen.

Den meisten Naturkundigen sind diese Zusammenhänge bis heute — und wahrscheinlich noch für lange Zeit — nicht bekannt. Die Idee einer allgemeinen Schwerkraft wird immer Newton zugeschrieben.

An mathematischen Kenntnissen, die der Leser für das Folgende mitbringen sollte, ist im wesentlichen die Geometrie von Kreisen und ebenen Dreiecken zu nennen. Von der Ellipse sollte man wissen, wo die Brennpunkte liegen, wenn die Hauptachsen gegeben sind. Für das Kapitel über die Differentialgleichung der Ellipse sind elementare Kenntnisse der Differential- und Integralrechnung hilfreich. Für besonders wissbegierige Leser ist im Anhang eine Herleitung der Ellipse als Bahnform in einem Gravitationsfeld gegeben. Der Beweis der Behauptung, dass die Beschleunigung auf einer Keplerellipse zur Sonne hin gerichtet und umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands ist, wird dem routinierten Leser überlassen.

Man muss aber, wie schon Kepler, darauf hinweisen, dass ein Text mathematischen Inhalts nicht, wie gewöhnlich, schnell gelesen werden kann, sonst verliert man schon nach wenigen Sätzen den Faden. Es ist durchaus notwendig, sich selbst von der Richtigkeit einer Aussage zu überzeugen. Das kostet allemal Zeit. Man liest am besten mit Papier und Bleistift, ebenso, wie man beim Schachspiel eine Stellung am besten analysiert, indem man die Figuren aufs Brett stellt und spielt. An diesen Gesetzmäßigkeiten hat sich im

Lauf der Jahrhunderte nichts geändert — die Erfindung des Nürnberger Trichters lässt immer noch auf sich warten.

Die Zeitangaben im Text beziehen sich, wenn nicht anders gesagt, auf den Julianischen Kalender. Er hinkt zur Zeit Keplers unserem Gregorianischen Kalender um 10 Tage hinterher. Wenn also im Text 5. Juni steht, so wäre dies im heutigen Kalender der 15. Juni.

Der Leser wird sich vielleicht an dem fehlenden detaillierten Nachweis der vielen Zitate stoßen. Sie entstammen alle den im Literaturverzeichnis angegebenen Quellen. Meist handelt es sich um Übersetzungen, vielfach meine eigenen. Wenn das Buch eine zweite Auflage erreicht, lässt sich dieser Mangel gegebenenfalls beheben.

Hier ist auch der Ort, den vielen Übersetzern, Kommentatoren und Herausgebern der Werke von Ptolemäus, Kopernikus, Tycho, Galilei, Kepler und Newton zu danken. Ohne ihre aufopferungsvolle Arbeit wäre es nicht möglich, die Historie nachzuvollziehen und dabei manches Goldkorn dem „Meer der Vergessenheit“ zu entreißen.

Mein Dank gilt auch meinen Kollegen, den Professoren Fritz Bopp, Sigmund Brandt, Hans Dieter Dahmen und Oliver Schwarz von der Universität Siegen für viele Gespräche über Kepler und mancherlei Hilfe, darunter vor allem die Anpassung des Textes an die reformierte deutsche Rechtschreibung durch Fritz Bopp. Ganz besonders möchte ich Dr. Michael Ziolkowski danken. Ohne seine unermüdliche Hilfe mit allen Aspekten der digitalen Welt wäre dieses Buch nicht zustandegekommen. Außerdem danke ich der Sternwarte Hamburg und ihrer Bibliothekarin, Anke Vollersen, für die großzügige Beschaffung von Literatur.

Inhaltsverzeichnis

1. Die überlieferte Planetentheorie der Griechen

Bei der Auffindung der Gesetze der Planetenbewegung durch Kepler spielt der sogenannte Ausgleichspunkt eine entscheidende Rolle. Er wurde von Claudius Ptolemäus in die Theorie eingeführt, allerdings in nicht gerade sehr einleuchtender Weise, so dass bis heute unklar ist, von wem der Gedanke wirklich stammt. Leider ist aus dem antiken Schrifttum außer dem Werk des Ptolemäus — in erster Linie dem Almagest [1] — wenig erhalten. Wir sind im wesentlichen auf seine Angaben angewiesen. Der Almagest ist die Grundlage der mittelalterlichen Astronomie bis Kopernikus, ja bis Kepler. Kopernikus hat dieses Standardwerk sozusagen umgeschrieben, indem er — erstens —die Sonne statt der Erde in den Mittelpunkt stellte, und — zweitens — die Parameter auf Grund eigener oder anderer seit der Antike erfolgter Beobachtungen auf den neuesten Stand brachte. Schon Kopernikus hatte an der Konstruktion des Ausgleichspunkts seine Zweifel. Er ersetzte ihn durch eine andere Idee, wie wir sehen werden. Erst Kepler gelang es, das richtige Bewegungsgesetz zu finden. Um seine Vorgehensweise zu verstehen, ist es notwendig, den Stand der Theorie zu kennen, so wie er ihn vorfand.

Die Grundfigur der antiken Planetentheorie ist ein exzentrischer Kreis, d.h. ein Kreis, dessen Mittelpunkt nicht mit der Position des Beobachters übereinstimmt (Abb. 1.0.1). Auf einem solchen Kreis bewegt sich die Sonne S um die Erde E. Auch wenn sie sich gleichmäßig auf diesem Kreis bewegt, erscheint die Bewegung von der Erde aus ungleichmäßig, d.h. es ist nicht so, dass die Sonne in einem bestimmten Zeitintervall um einen Winkel vorrückt, der zu diesem Zeitintervall proportional ist. Es wird aber angenommen, dass es innerhalb des Kreises einen Punkt B gibt, den Ausgleichspunkt, von dem aus gesehen die Bewegung der Sonne gleichmäßig erscheint. Die einfachste Annahme ist, dass der Kreismittelpunkt C zugleich der Ausgleichspunkt ist. Die Sonne bewegt sich dann mit konstanter Geschwindigkeit auf ihrem Kreis. Diese Annahme erscheint so selbstverständlich, dass sie ebenso wie die Kreisform der Bahn nie in Frage gestellt wurde. Es ist hier nicht der Ort zu diskutieren, aus welchen Prinzipien der Vollkommenheit diese Annahmen folgen; sie gehören zum Weltbild der Antike. Den Abstand zwischen Erde und Ausgleichspunkt nennt man die Exzentrizität. Die Gerade durch E und B ist die Apsidenlinie; sie verbindet den erdnächsten Punkt P, das Perigäum, und den erdfernsten Punkt A, das Apogäum.

Durch die Messung des zeitlichen Abstands von drei Punkten der Sonnenbahn werden die beiden Größen Exzentrizität und Richtung der Apsidenlinie festgelegt. Traditionell nimmt man dazu die beiden Punkte F und H der Tag- und Nachtgleichen, an denen sich die Sonne, von der Erde aus gesehen, in gegenüberliegenden Punkten ihrer Bahn befindet, und den Punkt der Sommersonnenwende W. Die Winkel HBF und WBF sind

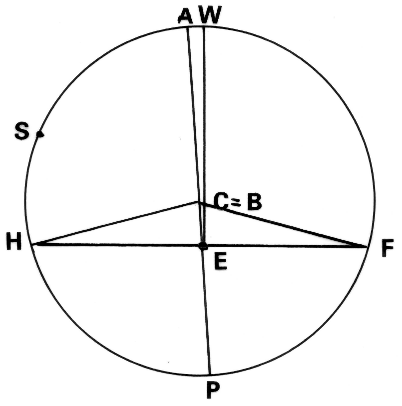


Abbildung 1.0.1.: Die Bahn der Sonne S um die Erde E im antiken geozentrischen Weltbild. Die Bahn ist ein Kreis, in dem die Erde nicht im Mittelpunkt C steht. Er wird von der Sonne gleichmäßig durchlaufen. Die Apsidenlinie durch den erdnächsten Punkt P (Perigäum) und den erdfernsten Punkt A (Apogäum) lässt sich, ebenso wie die Exzentrizität EC, konstruieren, indem man die Zeitpunkte der Tag– und Nachtgleichen im Frühjahr (F) und Herbst (H) sowie den Zeitpunkt einer Sonnwende (W) misst. Der Ausgleichspunkt B, von dem aus die Bewegung gleichmäßig erscheint, fällt in der antiken Auffassung bei der Sonnenbahn mit dem Mittelpunkt C zusammen.

also bekannt. Aus den Beobachtungen von Hipparch ($\approx$ 140 v. Chr.) ergab sich daraus eine Exzentrizität von 1/24, bezogen auf einen Bahnradius von 1; das Apogäum lag zur Zeit des Ptolemäus ($\approx$ 140 n. Chr.) nach seinen Angaben bei 5 1/2 ^{o} im Zeichen der Zwillinge, also 65 1/2 ^{o} von der Position der Frühlings- Tag - und Nachtgleiche entfernt.

Diese Konstruktion hat, nebenbei bemerkt, ein ideologisches Problem. Die Erde steht hier nicht im Mittelpunkt der Sonnenbahn. Das Problem wurde in der Antike durch Apollonius von Perga ($\approx$ 220 v. Chr.) gelöst, einen der größten Mathematiker des Altertums. Eine exzentrische Kreisbewegung ist nämlich äquivalent der Zusammensetzung von zwei konzentrischen Kreisbewegungen, wobei der Mittelpunkt eines kleineren Kreises, des Epizykels, sich auf einem großen Kreis in umgekehrtem Drehsinn wie der Epizykel, aber mit der gleichen Umlaufzeit bewegt.(Abb. 1.0.2). Der Epizykel ist wie das Zifferblatt einer Uhr, die auf einem großen Rad, das sich gegen den Uhrzeigersinn dreht, fest montiert ist. Die Spitze des Uhrzeigers bezeichnet die Position der Sonne. Wenn das Rad und die Uhr die gleiche Umdrehungszeit haben, zeigt der Zeiger der Uhr immer nach oben. Die Bahn der Sonne ist also wieder ein Kreis, der aber nach oben verschoben ist. Die Erde steht nicht im Mittelpunkt dieses Kreises, sondern exzentrisch. Diesen Kreis bezeichnet man deshalb auch als Exzenter; das Verhältnis der Kreisradien ist gleich der Exzentrizität. Die Figur stammt von Kepler. Er hat sie in seinen Text aufgenommen, in der Hoffnung, dass der Leser damit den Sachverhalt verstehe. Offenbar hat nämlich der bedeutendste Astronom der Antike, der eben erwähnte Hipparch, die Äquivalenz der Epizykel- und Ex-

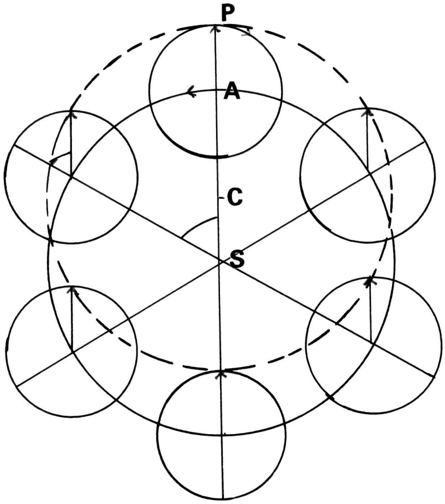


Abbildung 1.0.2.: Darstellung einer exzentrischen Kreisbahn im Epizykelmodell. Ein Punkt P (im geozentrischen System die Sonne) dreht sich in einem kleinen Kreis, dem Epizykel, um einen Punkt A, der seinerseits in umgekehrtem Drehsinn auf einem Kreis, dem Deferenten, um das Zentrum S (im geozentrischen System die Erde) läuft. Wenn beide Bewegungen gleichmäßig sind und dieselbe Umlaufzeit haben, wird die Bahn des Punktes P wieder ein Kreis (gestrichelt), dessen Zentrum C gegen S um den Epizykelradius versetzt ist. Im heliozentrischen System ist P ein Planet und S ist die Sonne.

zenterkonstruktionen nicht verstanden. Bei der Epizykelbewegung der Planeten, die wir gleich kennenlernen werden, ist der Drehsinn beider Kreise gleich, aber die Umlaufzeit ist verschieden.

Soviel zur Bahn der Sonne. Die Planeten beschreiben Bahnen nach demselben Konstruktionsprinzip, allerdings um die Sonne statt um die Erde. Es ist daher zweckmäßig, sich in ein System zu versetzen, in dem die Sonne ruht und die Erde um die Sonne kreist. Kepler hat diese Transformation ganz richtig eine Veränderung des Blickpunkts genannt. Man betrachtet die Welt von der Sonne aus, ohne festzulegen, wer ruht und wer sich bewegt. Die beobachtbaren Größen, d.h. die Richtung der Linie Erde – Sonne und der Abstand Erde – Sonne sind in beiden Betrachtungsweisen gleich.

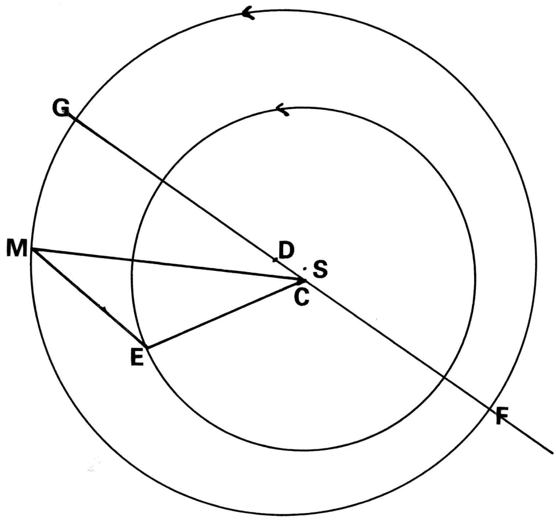


Abbildung 1.0.3.: Die Bahnen von Erde (E) und Mars (M) im heliozentrischen System. C ist der Mittelpunkt der Erdbahn, D derjenige der Marsbahn. Die Lage der Sonne S ist von C und D verschieden.

Der Weltmittelpunkt C (Abb. 1.0.3) ist im heliozentrischen System der Mittelpunkt der Erdbahn. Der Mittelpunkt D, beispielsweise der Marsbahn, ist dagegen versetzt und liegt auf der Apsidenlinie FG der Marsbahn. Auch die Sonne S ist nicht im Mittelpunkt der Erdbahn, sondern etwas außerhalb, auf der Apsidenlinie der Erdbahn. Bezeichnet man den Pfeil, oder, wie man in der Mathematik sagt, den Vektor, vom Weltmittelpunkt C zur Erde E mit $\vec{a}$ und entsprechend den Vektor eines Planeten CM mit $\vec{b}$, so ergibt die Größe $\vec{b} - \vec{a}$ den Pfeil von E nach M, also die Richtung des Planeten von der Erde aus gesehen und seinen Abstand von der Erde.

Im geozentrischen Weltbild (Abb. 1.0.4) ergibt sich dieselbe Größe $\vec{b}-\vec{a}$, indem man — für einen äußeren Planeten — zuerst vom Weltmittelpunkt E den Vektor $\vec{b}$ des Planeten abträgt — seine Spitze P befindet sich auf dem exzentrischen Kreis des Planeten mit der Apsidenlinie FG und dem Mittelpunkt D — und davon den Vektor $\vec{a}$ subtrahiert. Der Vektor $\vec{a}$ ist derselbe wie der soeben im heliozentrischen System angegebene. Er ist etwas verschieden von dem Vektor Sonne – Erde, weil die Erde nicht im Mittelpunkt der Sonnenbahn steht. Die Sonne beschreibt im Lauf der Zeit einen Kreis mit kleinerem Radius als der äußere Planet; also liegt der Vektor $\vec{b} - \vec{a}$ auf einem zweiten Kreis, dem Epizykel, dessen Mittelpunkt P sich um den Weltmittelpunkt dreht.

Der Leser wird bemerken, dass die Lage der Sonne in diesen Konstruktionen gar keine Rolle spielt. Dies ist einer der Kritikpunkte von Kepler an Kopernikus. Er sagt, wenn Kopernikus philosophiert, setzt er die Sonne in den Mittelpunkt, aber nicht, wenn er rechnet. Wie man es anders machen soll, wusste Kepler zunächst auch nicht, aber er

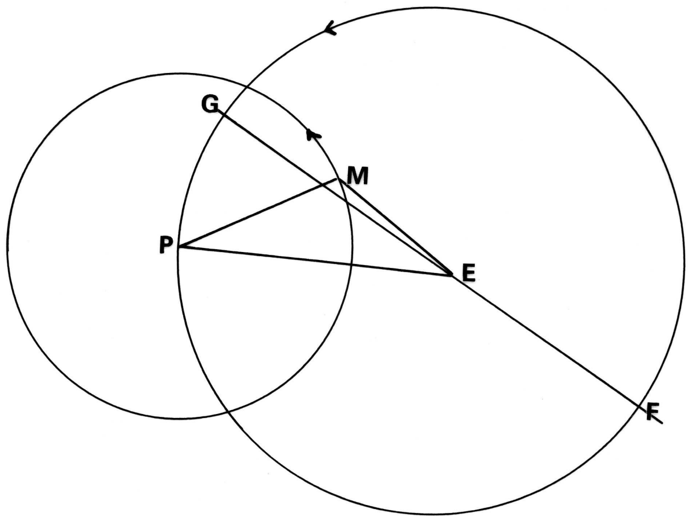


Abbildung 1.0.4.: Die Bahn des Planeten Mars M um die Erde E im geozentrischen System. Der Mars dreht sich auf einem Epizykel um den abstrakten Punkt P, der selbst um die Erde kreist. Der Epizykel ist das Abbild der Sonnenbahn; er wird in einem Jahr durchlaufen, während die Umlaufszeit des Punktes P um die Erde gleich der Länge des Marsjahres ist.

bestand von Anfang an darauf, dass man die Koordinaten der Planeten auf die Sonne bezieht und nicht auf den Weltmittelpunkt, weil die Sonne die Quelle des Lichts und der Kraft, sozusagen das Herz der Welt ist.

Dies ist eine physikalische Argumentation. In entsprechender Weise hatte Ptolemäus argumentiert, dass der Mittelpunkt der Welt im Zentrum der Erde liegen müsse, da nach Aristoteles alle Körper von Natur aus zum Zentrum der Welt hinstreben — und zwar umso schneller, je schwerer sie sind. Wenn die Erde nicht im Zentrum der Welt stünde, würde sie wegen ihrer großen Masse mit ungeheurer Geschwindigkeit dorthin streben, so dass alle nicht fest mit ihr verbundenen Gegenstände zurückbleiben müssten.

Bei einem inneren Planeten, z.B. der Venus, ist der Bahnradius kleiner als der Erdbahnradius. Daher trägt man zweckmäßigerweise erst den Vektor -$\vec{a}$ ab und addiert dazu den Vektor $\vec{b}$ des Planeten.

In jedem Fall bezeichnet man den kleineren Kreis als Epizykel, den größeren als Deferent. Bei den äußeren Planeten ist der Epizykel das Abbild der Erdbahn, bei den inneren ist es der Deferent. In beiden Fällen ist der Mittelpunkt des Epizykels, der sich auf dem Deferenten bewegt, ein fiktiver Punkt, an dem sich kein Körper befindet. Dieser Punkt kann nicht beobachtet werden.

Dies verdeutlicht, wie man mit Hilfe des Begriffs des Vektors leicht vom geozentrischen zum heliozentrischen Weltbild gelangt. Einem Mathematiker wie Apollonius war diese

Umrechnung zweifellos geläufig, wenn auch der Ausdruck Vektor nicht aus der Antike stammt. Apollonius hat aber das heliozentrische Weltbild des Aristarch von Samos (≈ 280 v. Chr.) , das er vermutlich aus dessen Schriften kannte, ebenso wie die meisten späteren Astronomen, nicht weiter benutzt. Man darf nicht vergessen, dass die Hauptanwendung der Astronomie im Erstellen von Horoskopen in der Astrologie bestand. Wenn auch die Berechnungen von Planetenpositionen in beiden Systemen gleich sind, so ist doch das geozentrische System für einen ungeschulten Betrachter einfacher zu verstehen.

Andererseits ist für einen denkenden Menschen die Einfachheit des heliozentrischen Systems nicht zu übersehen. Die Bahnen der Planeten sind einfache geschlossene Kurven statt komplizierter Schleifen. Kepler hat sich die Mühe gemacht, die Schleifenbahnen des Mars im geozentrischen Weltbild, also den Vektor $\vec{b} - \vec{a}$, für die Zeit der Tychonischen Beobachtungen 1580 – 1596 aufzuzeichnen (Abb. 1.0.5).

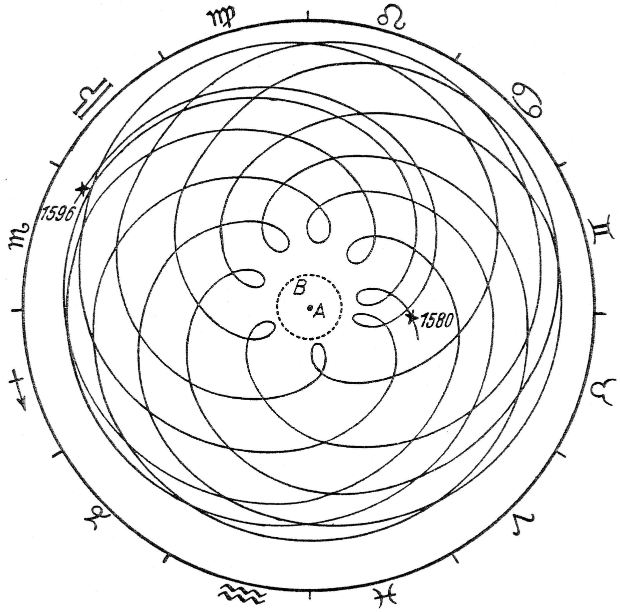


Fig. 2.

Abbildung 1.0.5.: Schleifenbahnen des Mars im geozentrischen System von 1580 bis 1596. Zum Größenvergleich ist auch die Bahn des Merkur eingezeichnet (aus Kepler : *Astronomia Nova*) .

„Wenn der Liebe Gott mich gefragt hätte, hätte ich ihm etwas Einfacheres vorgeschlagen", kommentierte schon Alfons X von Kastilien (1221 – 1284), nach dem die Alphonsinischen Tafeln benannt sind.

1.1. Die Umkehrpunkte der Planetenschleifen nach Apollonius

Bei den Schleifenbahnen des geozentrischen Weltbilds ergibt sich eine interessante Frage, die schon von Apollonius gelöst wurde, nämlich: Wo sind die Umkehrpunkte? Die Konstruktion, die er dazu angegeben hat, ist aus Abb. 1.1.1 ersichtlich. Die Bedingung

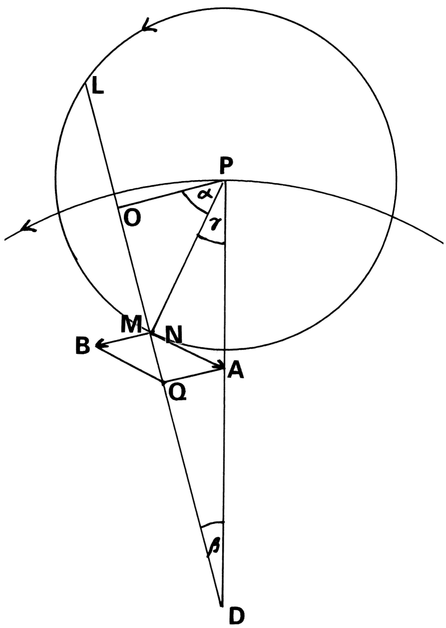


Abbildung 1.1.1.: Diagramm von Apollonius zur Berechnung der Umkehrpunkte von Schleifenbahnen. Der Mittelpunkt P des Epizykels mit Radius PM bewege sich auf einem Kreis um D mit der Winkelgeschwindigkeit Ω ($= 2\pi$ / T mit T= Umlaufzeit), während der Epizykel sich mit ω um seinen Mittelpunkt dreht. (Zu beachten: ω soll die Winkelgeschwindigkeit in Bezug auf eine Achse DP sein, die sich um D dreht; ω unterscheidet sich von der raumfesten (siderischen) Drehgeschwindigkeit ω_s durch $\omega = \omega_s - \Omega$.)

für den scheinbaren Stillstand des Planeten M (von D aus gesehen) ist offenbar, dass die Resultierende MQ aus den Geschwindigkeiten $\vec{V}$ = MB der Drehung um D mit der Winkelgeschwindigkeit Ω und $\vec{v}$= MA aus der Drehung um P mit der Winkelgeschwindigkeit ω auf der Linie MD liegt. Wird die von D aus gezogene Sehne ML durch den Punkt O halbiert, so ist offenbar

$$
\begin{aligned}
V &= MD \times \Omega \\
v_\perp &= QA = v \times \sin\alpha = MP \times \omega \times \frac{MO}{MP} = \omega \times MO, \\
also \qquad \frac{MO}{MD} &= \frac{\Omega}{\omega} \qquad ,
\end{aligned}
$$

die gesuchte Bedingung. Zu beachten: ω ist von der (siderischen) Winkelgeschwindigkeit ω_s verschieden, da sich P selbst mit der Winkelgeschwindigkeit Ω dreht, $\omega = \omega_s - \Omega$.

Der Beweis des Apollonius ist etwas anders, für unser heutiges Verständnis komplizierter, da er von der Vektoraddition der Geschwindigkeiten nicht explizit Gebrauch macht. Für den interessierten Leser sei sein Beweis aber doch angedeutet. Apollonius beweist zunächst einen Hilfssatz (siehe Anhang A):
Wenn in einem Dreieck ABC (Abb. 1.1.2) die Seite AB durch den Punkt D so geteilt

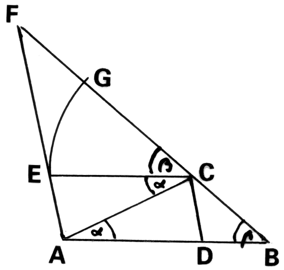


Abbildung 1.1.2.: Figur zu einem Hilfssatz des Apollonius.

wird, dass $AD \geq AC$ ist, dann ist AD $\times\alpha > BD \times \beta$. Identifiziert man nun die Punkte ABCD der Reihe nach mit den Punkten DONM der Abb. 1.1.1 , wobei N ein Punkt auf dem Epizykel sein soll, der etwas später als M erreicht wird, und bezeichnet die Winkel, unter denen die Sehne MN von D bzw. O aus gesehen wird, mit ϵ bzw. δ, so lautet die Ungleichung $MD \times \epsilon > MO \times \delta$. Im Grenzfall kleiner Zeitintervalle wird aus dieser Ungleichung eine Gleichung und die Sehne erhält die Richtung der Tangente. Die Bedingung MO:MD $= \Omega/\omega$ folgt dann aus der Geometrie. Der Übergang von der Sehne zur Tangente ist der gleiche, der einen Newton 1900 Jahre später zur Begründung der Differentialrechnung führte. Man ist sich heute nicht mehr bewusst, dass in der Definition der Geschwindigkeit dieser Übergang schon enthalten ist.

Wird der Planet nicht vom Mittelpunkt des Deferenten aus betrachtet, sondern von einem anderen Punkt D' auf der Apsidenlinie, so kann man doch näherungsweise dieselben Formeln verwenden, wenn man die Entfernung D'P als Radius des Deferentenkreises einsetzt und die Winkelgeschwindigkeit Ω durch Ω '$= \Omega$ $\times$DP/ DP' ersetzt, und entsprechend $\omega' = \omega_s - \Omega'$. Man erhält dann unterschiedliche Schleifengrößen für Oppositionen in der Nähe des Perigäums und in der Nähe des Apogäums. Berechnet man nun aus den bekannten Daten für Umlaufszeit, Bahnradius und Exzentrizität der Marsbahn die Umkehrpunkte, so kommt etwas ganz Falsches heraus. Die Schleifengrößen, also der Winkel $2 \times (\beta - \frac{\Omega}{\omega} \times \gamma)$ in Abb. 1.1.1, in der Nähe der Apsiden der Marsbahn stimmen nicht mit der Beobachtung überein (siehe Abb. 1.1.3). Die Abweichung ist so groß, dass schon

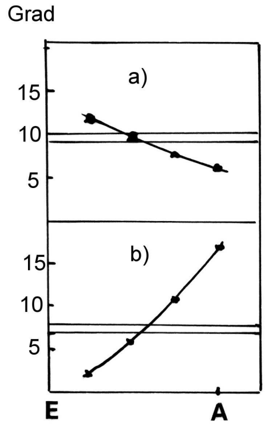


Abbildung 1.1.3.: Berechnete halbe Schleifengrößen der Marsbahn im Apogäum (a) und Perigäum (b) als Funktion der Lage des Bahnmittelpunkts zwischen Ausgleichspunkt A und Erde E im geozentrischen System. Beide Schleifengrößen stimmen mit der Beobachtung überein, wenn der Bahnmittelpunkt in der Mitte zwischen A und E liegt.

Apollonius sie bemerkt haben muss, auch wenn die beobachtende Astronomie um 220 v. Chr. noch nicht den späteren Stand erreicht hatte. (Der erste Sternenkatalog mit Positionsgenauigkeiten von etwa 10 ' wurde erst um 140 v. Chr. von Hipparch aufgestellt.)

Was tun? Wie wir gesehen haben, gibt es in der griechischen Astronomie zusätzlich zum Mittelpunkt und zur Exzentrizität eines Kreises den Ausgleichspunkt, von dem aus gesehen die Bewegung eines Planeten gleichmäßig erscheint. Von wem stammt diese Idee? Ptolemäus gibt sich den Anschein, dass er sie aus der Bewegung der Venus erschlossen hat. Das ist vermutlich nicht ganz richtig, wie wir sehen werden. Wer sonst könnte es gewesen sein? B.L.van der Waerden [2] hat die Hypothese aufgestellt, dass Apollonius der Erfinder des Ausgleichspunkts war. Er argumentiert, dass die Rechenvorschriften in der indischen Astronomie des Äryabhata (um 500 n.Chr.), die ganz auf Planetentafeln beruhen, also keine trigonometrischen Rechnungen erfordern, eine geschickte Näherung der Epizykeltheorie mit Ausgleichspunkt darstellen, die nur von einem guten Mathematiker stammen kann. Für die Oppositionen der äußeren Planeten stimmen die Rechnungen genau, d.h. bis auf Glieder der Ordnung e^3, mit Ptolemäus überein, im übrigen sind es gute Näherungen. Da in dieser indischen Astronomie keine Präzession vorkommt, ist der Ursprung der Tafeln auf die Zeit vor Hipparch anzusetzen. Ein großer Mathematiker vor Hipparch war Apollonius.

Ein weiteres, bisher meines Wissens noch nicht vorgebrachtes Argument für die Urheberschaft von Apollonius ergibt sich aus der Größe der Marsschleifen in der Nähe des Perigäums und des Apogäums. Sie sind in Abb. 1.1.3 als Funktion der Position des Deferentenmittelpunktes dargestellt. Legt man diesen in die Mitte zwischen Erde E und Ausgleichspunkt A, so stimmen die Schleifengrößen mit der Beobachtung überein. Hier ist also, was Kepler bei Ptolemäus so sehr vermisst hat, die Begründung für den Ausgleichspunkt.

Es spricht nichts dagegen, diese Konstruktion für alle äußeren Planeten zu übernehmen, auch wenn die Korrekturen so klein sind, dass sie möglicherweise von Apollonius noch nicht verifiziert werden konnten.

1.2. Claudius Ptolemäus

Dass wir Ptolemäus fast unser ganzes Wissen über die griechische Astronomie verdanken, ist schon gesagt worden. Ja, mehr als das: Die ganze Anlage des Almagest ist Vorbild für das Werk des Kopernikus. Die arabische Astronomie wäre wohl ohne den Almagest auf dem Stand von primitiven Planetentafeln stehen geblieben; die ganze Überlieferung wäre eine andere. Wenn nun der Almagest immer wieder abgeschrieben und übersetzt wurde, so zweifellos deshalb, weil er eine Theorie der Planetenbewegung gibt. Die Theorie enthält wenige Parameter. Wenn diese sich im Lauf der Jahrhunderte ändern, kann man sie leicht korrigieren. Offenbar gab es zur Zeit des Ptolemäus kein Standardwerk der Astronomie. Er hat sich die Aufgabe gestellt, ein solches zu verfassen. In seinen eigenen Worten: *Wenn wir uns die Aufgabe gestellt haben, auch für die fünf Wandelsterne, wie für Sonne und Mond, den Nachweis zu führen, dass ihre scheinbaren Anomalien alle durch gleichförmige Bewegungen auf Kreisen hervorgerufen werden, weil nur diese Bewegungen der Natur göttlicher Wesen entsprechen, wogegen Regellosigkeit und Ungleichförmigkeit ihnen fremd sind, so darf man wohl das glückliche Vollbringen eines solchen Vorhabens als eine Großtat bezeichnen, ja in Wahrheit als das Endziel der auf philosophischer Grundlage beruhenden mathematischen Wissenschaft.*

Der Verfasser eines Sammelwerks (der Almagest hieß ursprünglich „Mathematische Zusammenstellung in 13 Büchern") ist selbst nicht unbedingt ein großer Wissenschaftler. Ptolemäus legt aber offenbar Wert darauf, als Wissenschaftler zu gelten. So belegt er fast alle Behauptungen mit eigenen Messungen. Untersucht man diese aber genauer, so zeigt sich, dass sie zum großen Teil — vielleicht sogar alle — frei erfunden sind. Darüber gibt es inzwischen eine umfangreiche Literatur. Wir werden als Beispiel seine angeblichen Venusmessungen diskutieren. Ptolemäus hat die Parameter der Theorie also von anderen übernommen. Wenn er eigene Ideen hatte, sind sie meist etwas sonderbar. Ein gutes Beispiel ist seine Theorie der Evektion des Mondes. Das ist eine Unregelmäßigkeit der Bewegung, die schon Hipparch aufgefallen war und die von der Störung durch die Sonne herrührt. Ptolemäus erfindet dazu einen Mechanismus (durch Einführung eines weiteren Epizykels), der die Besonderheit hat, zwar die Position des Mondes richtig wiederzugeben, der aber gleichzeitig voraussagt, dass sich der Abstand des Mondes von der Erde bei seinem Umlauf um einen Faktor zwei ändert. Das lässt sich leicht durch die scheinbare Größe des Mondes am Himmel kontrollieren. Dass kein solcher Effekt auftritt, stört Ptolemäus offenbar nicht; für die Astrologie ist ja nur die Position wichtig.

1.2.1. Die Venusbahn bei Ptolemäus

Weitere Beispiele für Merkwürdigkeiten bei Ptolemäus sind die Theorien der Merkurbahn und der Venusbahn. Hier soll uns nur die Venusbahn beschäftigen, weil es gewisse Ähnlichkeiten in der Vermessung der Venusbahn von der Erde aus und der Erdbahn vom Mars aus gibt. Außerdem wird sich zeigen, welch groteske Irrtümer in der Wissenschaft manchmal den Blick auf die Wahrheit verstellen.

Zunächst ist es erforderlich, sich über das Verfahren klar zu werden. Danach wird sich zeigen, dass die Bestimmung der Venusbahn durch eine Besonderheit in den Umlaufzeiten von Erde und Venus sehr erleichtert wird.

Die Grundannahme ist, dass die Bahnen beider Himmelskörper Kreise sind. Der Erste, der diese Annahme im Fall der Erde durch Messungen bestätigte — mit einer genialen Methode — war Kepler. Genau genommen fand Kepler natürlich, dass es Ellipsen sind, aber die Abweichungen von einem Kreis sind so gering, dass sie mit einer Messgenauigkeit von 10' bis 15' in der Antike nicht zu sehen gewesen wären. Setzen wir also Kreisbahnen voraus. Im geozentrischen Weltbild sind es die Kreise des Deferenten und des Epizykels, im heliozentrischen die Kreise von Venus- und Erdbahn. Die erste Frage, die sich stellt, ist die nach der Größe der Bahnradien und nach der Lage der Mittelpunkte.

Von der Erdbahn — wir betrachten zunächst, weil es einfacher ist, die Welt von der Sonne aus (Abb. 1.2.1) — weiß man schon in der Antike, dass sie ein exzentrischer Kreis ist, d.h. die Sonne steht nicht im Mittelpunkt, sondern etwas exzentrisch, vom Mittelpunkt in Richtung des Zeichens der Zwillinge verschoben, genauer in 5 1/2 ^{o} Zwillinge zur Zeit des Ptolemäus. Die Exzentrizität ist so berechnet, dass um die sog. mittlere Sonne die Bewegung gleichmäßig erfolgt. Mit anderen Worten, diese mittlere Sonne ist der Ausgleichspunkt der Erdbahn, nach Definition. Der Abstand zwischen mittlerer Sonne und wirklicher Sonne ist die Exzentrizität. Wo der Mittelpunkt der Bahn liegt, ist eine andere Frage. In der Antike wurde angenommen, dass Mittelpunkt und Ausgleichspunkt der Erdbahn dasselbe sind. Das Einzige, was man aber sicher weiß, ist, dass die Erde zu jeder bestimmten Zeit auf einem wohldefinierten Strahl vom Ausgleichspunkt aus liegt; allerdings kennt man nicht ihre Entfernung von diesem Punkt.

Die Geometrie zweier Kreise legt nun nahe, dass man von drei Punkten der Erdbahn aus die Tangenten an den Kreis der Venus legt. Mit sechs Tangenten lassen sich die fünf Unbekannten: Abstand der Mittelpunkte (2 Parameter), das Verhältnis der Bahnradien (1 Parameter), die Entfernung der Erde von der mittleren Sonne in zwei Positionen der Erde (2 Parameter) festlegen; es genügen sogar fünf Tangenten. Die Benutzung der Tangenten hat den Vorteil, dass man über den Lauf der Venus auf ihrer Bahn nichts wissen muss. Der Winkel zwischen der Tangente und dem Strahl zur mittleren Sonne ist die maximale Elongation. Sie lässt sich leicht messen und ist außerdem einigermaßen zeitlich

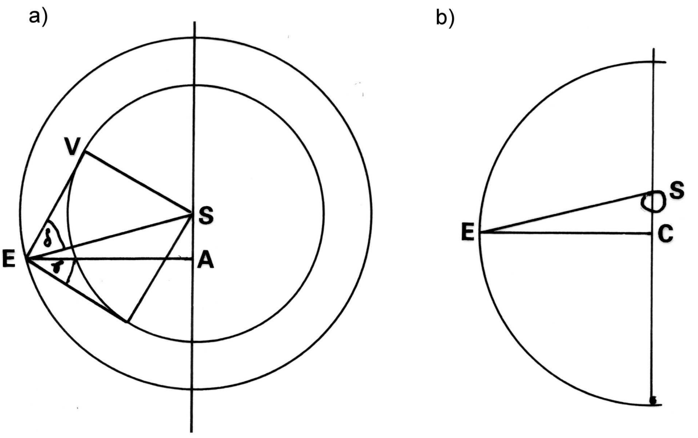


Abbildung 1.2.1.: a) Bahnen von Venus V und Erde E um die Sonne S im heliozentrischen System. A ist der Ausgleichspunkt der Erdbahn auf der Apsidenlinie AS. Die Erde steht hier von A aus unter 90 ^{o} zur Apsidenlinie.
b) Interpretation des Winkels SEA durch Kopernikus. Das Zentrum der Venusbahn (die Sonne S) hat sich gegenüber Messungen, in denen E auf der Apsidenlinie liegt, um die Strecke CS/2 verschoben. S beschreibt im Lauf eines halben Jahres einen kleinen Kreis.

konstant, was die Position der Venus am Fixsternhimmel keineswegs ist, ebenso wenig wie die Position der Sonne. Dies ist also das Verfahren, um die Differenz der Mittelpunkte von Erdbahn und Venusbahn sowie das Verhältnis der Bahnradien zu bestimmen.

Mehr lässt sich über die Venusbahn aus der Lage der Tangenten nicht sagen. Insbesondere erfährt man nichts über den Ort der Venus als Funktion der Zeit. Über die Erdbahn lernt man etwas Neues, nämlich die Lage des Bahnmittelpunkts im Vergleich zum Ausgleichspunkt.

Im geozentrischen System (Abb. 1.2.2) wird die Planetenbahn durch einen Deferenten und einen Epizykel beschrieben. Währen der Epizykel einfach ein gleichmäßig durchlaufener Kreis ist, hat der Deferent einen Mittelpunkt, der nicht mit der Erde übereinstimmt, und außerdem einen Ausgleichspunkt. Bei der Venus ist die Umlaufzeit auf dem Deferenten ein Jahr. Aus den Messungen der maximalen Elongation der Venus lassen sich die Parameter des Deferenten und das Verhältnis von Epizykel- und Deferentenradius bestimmen. Es sind dieselben Größen wie im heliozentrischen System.

Um zu sehen, wie Ptolemäus vorgegangen ist, wollen wir noch eine Kuriosität des Venuslaufs aufzeigen, welche die Analyse sehr erleichtert . Das Verhältnis der Umlaufzeiten von Erde und Venus ist recht genau 13 : 8, d.h. nach acht Jahren hat die Venus dreizehn Umläufe gemacht; dann wiederholen sich die Konstellationen (s. Abb. 1.2.3). Außerdem

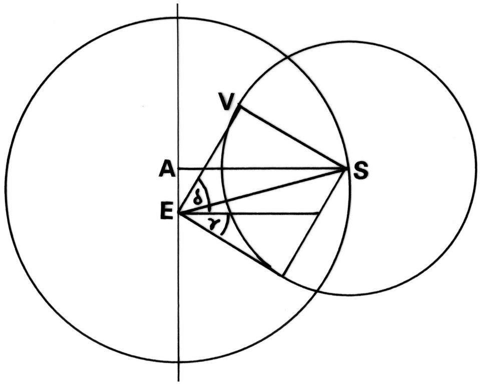


Abbildung 1.2.2.: Die Venusbahn mit den Positionen von Abb. 1.2.1 im geozentrischen System.

ist das Verhältnis der Bahnradien etwa 0.72, nicht weit von $1/\sqrt{2}$, der halben Diagonale eines Quadrats mit Kantenlänge eins. In der Näherung, dass die Bahnmittelpunkte übereinstimmen, bildet die Tangente von der Erde an den Kreis der Venus also mit der Richtung zum Mittelpunkt einen Winkel von angenähert 45 ^{0}; die zwei Tangenten vom gleichen Punkt aus stehen dann im rechten Winkel zueinander. Vier rechte Winkel ergeben zusammen 360 ^{0}, einen vollen Umlauf. Nach einem Viertel der Zeit, in der sich die Konstellationen wiederholen, also nach zwei Jahren, ist die Venus von der Erde aus am selben Kalendertag in der maximalen Elongation als Morgenstern zu sehen, in der sie vorher in der maximalen Elongation als Abendstern stand. Das stimmt in Wirklichkeit nicht ganz, aber bis auf wenige Tage.

Die Verhältnisse sind in Abb. 1.2.3 für die Zeit des Ptolemäus aufgezeichnet. Die günstigen Zeitpunkte für die Messung der maximalen Elongation liegen ungefähr auf einem regulären Fünfeck, z.B. am 27.11.138 A (abends) und am 3.12. 136 M (morgens), am 18.2.134 M und am 18.2.140 A, am 28.4.129 M und am 28.4.135 A, am 9.7. 138 A und am 9.7.140 M, am 22.9. 133 A und am 17.9.135 M.

Nun geht aber Ptolemäus nicht auf diese Weise vor, sondern er erfindet ein anderes Verfahren. Wir wollen ihn selbst zu Wort kommen lassen, ehe wir mit unserer Kritik einsetzen. Er stellt zunächst fest:

Wenn zwei mittlere Örter eines Planeten in Länge beiderseits gleich weit vom Apogäum entfernt sind, so ist die maximale Elongation des Planeten vom mittleren Ort beide Male gleich groß.
Da uns alte, paarweise Beobachtungen der maximalen Elongation nicht zur Verfügung standen, stützten wir uns auf Beobachtungen unserer Zeit. Unter den uns von dem Mathematiker Theon überlassenen Aufzeichnungen fanden wir drei geeignete, in denen die Venus in maximaler Elongation stand, die wir durch eigene Messungen, in denen die Elongation die gleiche war, ergänzten.

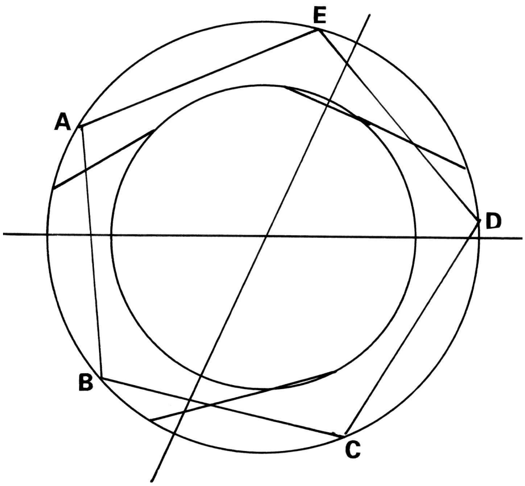


Abbildung 1.2.3.: Bahnen von Venus und Erde zur Zeit des Ptolemäus. Die Punkte A,B,C,D,E auf der Erdbahn, von denen die Venus in maximaler Elongation sowohl als Abendstern als auch, in einem anderen Jahr, als Morgenstern beobachtet werden kann, bilden ungefähr ein sich nach acht Jahren wiederholendes reguläres Fünfeck. Die Sehlinien der drei von Ptolemäus zitierten Beobachtungen von Theon sind eingezeichnet, sowie die Apsidenlinie der Erdbahn.

Die Messungen sind in Tab. 1 wiedergegeben, zusätzlich zu zwei angeblichen Beobachtungen der maximalen Elongation durch Ptolemäus vom 18.2. 134 M und 18.2.140 A. Die Elongationen sind jeweils zu verstehen als Elongationen von der mittleren Sonne, deren Position wegen des gleichmäßigen Laufs aus dem Datum leicht zu berechnen ist. Zunächst die Auswertung der Daten durch Ptolemäus. Wir diskutieren sie, wie er, im geozentrischen System.

Tab.1 Messungen der maximalen Venuselongation

N^0	Zeitpunkt			Beobachter	Mittl. Sonne	Elongation	th. El.	Diff.
1	8. 3. 132	A	7^h	Theon	344 ^{0} 15 '	47 ^{0} 15'	47 ^{0} 2'	+13'
2	30. 7. 140	M	1/2 5^h	Ptolemäus	125 ^{0} 45 '	47 ^{0} 15'	46 ^{0} 18'	+57'
3	11. 10. 127	M	1/2 7^h	Theon	197 ^{0} 52 '	47 ^{0} 32'	47 ^{0} 24'	+8'
4	25. 12. 136	A	1/2 7^h	Ptolemäus	272 ^{0} 4 '	47 ^{0} 32'	47 ^{0} 10'	+32'
5	21. 5. 129	M	5^h	Theon	55 ^{0} 24 '	44 ^{0} 48'	44 ^{0} 27'	+21'
6	18. 11. 136	A	5^h	Ptolemäus	235 ^{0} 30 '	47 ^{0} 16'	46 ^{0} 21'	+55'
7	18. 2. 134	M	6^h	Ptolemäus	325 ^{0} 30 '	43 ^{0} 35'	44 ^{0} 38'	- 63'
8	18. 2. 140	A	1/2 6^h	Ptolemäus	325 ^{0} 30 '	48 ^{0} 20'	47 ^{0} 54'	+26'

Aus der Symmetrie des Beobachtungspaares (1,2) schließt er, dass das Apogäum der Venusbahn in der Mitte zwischen den Positionen der Sonne in diesen Beobachtungen liegt, also bei 55 ^{0} oder 180 ^{0} weiter, bei 235 ^{0}. Das zweite Beobachtungspaar (3,4) bestätigt dieses Ergebnis. Durch das dritte Paar (5,6), in dem nun die Mittlere Sonne auf der eben gefundenen Apsidenlinie liegt, lässt sich die Alternative entscheiden: das Apogäum liegt bei 55 ^{0}. Außerdem erhält man aus den Elongationen in 5 und 6 die Exzentrizität e des Deferenten und das Verhältnis ρ der Bahnradien gemäß (siehe Abb. 1.2.4)

$$\begin{aligned} \sin\ \beta &= \frac{\rho}{1-e} \\ \sin\ \alpha &= \frac{\rho}{1+e} \end{aligned}$$

als

$$\begin{aligned} e &= 1/48 \\ \rho &= (43+1/6)/60 = 0.72. \end{aligned}$$

Die beiden zusätzlichen Messungen 7 und 8, bei denen die mittlere Sonne um 90 ^{0} von der gefundenen Apsidenlinie entfernt ist, also der Winkel zwischen der Linie Epizykelmittelpunkt – Ausgleichspunkt des Deferenten und der Apsidenachse 90 ^{0} beträgt (siehe Abb. 1.2.2) , erlauben es, die Position des Ausgleichspunkts auf der Apsidenachse festzulegen: Er ist $1/24 = 0.0415$ Einheiten von der Erde entfernt. Das ist genau das Doppelte der zuvor gefundenen Exzentrizität. Der Mittelpunkt des Deferenten liegt also in der Mitte zwischen Ausgleichspunkt und Erde.

Soweit die Auswertung des Ptolemäus. Um es gleich vorweg zu sagen: Seine Ergebnisse sind im wesentlichen richtig, aber seine angeblichen Beobachtungen sind frei erfunden, und zwar so, dass sie zu den gewünschten Ergebnissen, die er aus anderen Quellen hat, führen. Das soll nun zuerst gezeigt werden. Anschließend folgt eine grundsätzliche Kritik an seinem Verfahren, das nämlich gar nicht funktionieren kann.

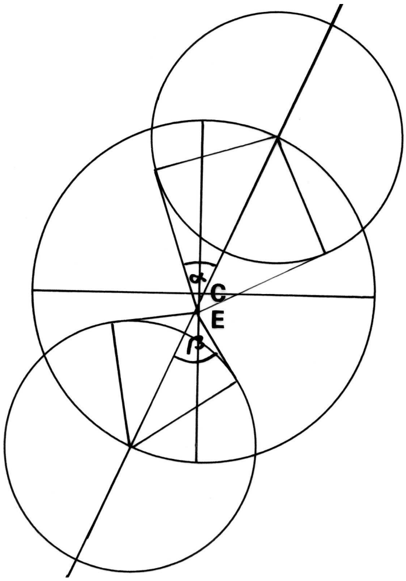


Abbildung 1.2.4.: Bestimmung des Epizykelradius ρ und der Exzentrizität EC des Deferenten der Venusbahn aus Messungen der maximalen Elongation im Perigäum und Apogäum (siehe Text).

Die Positionen der Venus und der Erde lassen sich mit der erforderlichen Genauigkeit von etwa 10 ' leicht aus den bekannten Werten für die heutigen Bahnparameter und für ihre säkularen Änderungen ermitteln. Die so gefundenen „theoretischen“ Elongationen werden in Tab.1 mit den beobachteten Werten verglichen. Die Beobachtungsfehler für einen guten Astronomen der Ptolemäuszeit wird man auf etwa 15 ' veranschlagen müssen. Davon kommen 10 ' auf die Genauigkeit des Fixsternkatalogs und 10 ' auf die Genauigkeit einer Messung. Aus Tab.1 sieht man, dass die Messungen von Theon mit der erwarteten Messgenauigkeit verträglich sind, die Messungen von Ptolemäus aber keineswegs. (Der amerikanische Astronomiehistoriker R.R.Newton [3] kommt in seiner Analyse zu etwas anderen Werten für die Abweichungen, da er die Apsidenlinie des Ptolemäus verwendet, aber seine Schlussfolgerung, dass die Messungen von Theon stimmen, die von Ptolemäus aber erfunden sind, ist genau dieselbe.)

Nun also die Kritik an dem Verfahren und eine Überlegung, wie eine korrekte Analyse der Daten ausgesehen hätte. Danach folgen einige Worte zur Interpretation des Resultats.

Die Apsidenlinie ist eine der Unbekannten, die man aus den Beobachtungen finden muss. Was Ptolemäus sagt, ist richtig : hat man zwei Positionen, in denen der Mittelpunkt des Epizykels jeweils gleich weit vom Apogäum entfernt ist, und misst in beiden Positionen die maximale Elongation, so müssen die Elongationen gleich sein. Das ergibt aber noch kein praktikables Verfahren. Nehmen wir an, in einer bestimmten Position der Mittleren Sonne (des Epizykelmittelpunkts) sei die maximale Elongation der Venus bestimmt worden, sagen wir, am 18. 2. 132 abends (im Punkt A der Abb. 1.2.3). Liegt die vermutete Apsidenlinie bei 55 ^{0}, so wäre eine dazu symmetrische Position der 20. 8. . Nun gibt es aber kein Jahr, in dem am 20. 8. die Venus in maximaler Elongation steht, wie man leicht aus Abb. 1.2.3 sieht. Die Forderung, dass die Sonne an einer bestimmten Stelle steht und die Venus gleichzeitig in maximaler Elongation ist, ist nicht zu erfüllen. Es ist, als ob jemand verlangen wollte, dass an seinem Geburtstag immer Halbmond ist.

Nächste Frage: Wie kommt Ptolemäus auf eine Apsidenlinie von 55 ^{0} ? Meines Erachtens hat das einen einfachen Grund. Der erste Zeitpunkt, den er wählt, ist der 8. 3. 132, etwa 18 Tage nach dem Zeitpunkt der maximalen Elongation. Er behauptet, die Elongation sei maximal, aber das stimmt nicht. Sie ist etwa 1^0 weniger. Wieso 18 Tage zu spät? In 18 Tagen rückt die Sonne um etwa 18 ^{0} weiter. Der Winkel im regulären Fünfeck, nach dem sich die Konstellationen wiederholen, ist 72 ^{0}. Die Summe beider ist 18 ^{0} + 72 ^{0} = 90 ^{0}. Deklariert man nun den Zeitpunkt, an dem die Mittlere Sonne vom 18. 2. aus um 90 ^{0} weitergewandert ist, d. h. den 21. 5. , als den Perigäumsdurchgang, so sind die Messungen vom 21. 5. und 18. 11. von den Apsiden aus, wie gewünscht, und die Messungen vom 18. 2. sind unter 90 ^{0}, ebenfalls wie gewünscht. Symmetrische Konfigurationen zu dieser Apsidenlinie, bei denen die Elongation maximal ist, gibt es nicht.

Soweit die Kritik an dem Verfahren. Wenn es auch nicht funktioniert, so hat es doch eines für sich: die Verständlichkeit. Es ist ohne weiteres klar, wie man aus Abb. 1.2.4 die Parameter des Deferenten und des Epizykels der Venusbahn findet. In seinem Drang nach Vereinfachung hat Ptolemäus aber den Bogen überspannt. Die Abb. 1.2.4 ist einprägsam, sie ist auch richtig. Nur ergibt sich daraus keine Messmethode.

Die wirkliche Analyse der Daten ist recht verwickelt; das Ergebnis wäre vermutlich dasselbe. Sie ist im heliozentrischen System leichter verständlich. Nimmt man der Einfachheit halber an, dass Theon die maximalen Elongationen vom 22. 9. 127 M, 28. 4. 129 M und 18. 2. 132 A gemessen hat und sie durch entsprechende Beobachtungen zur jeweils anderen Tageszeit ergänzen konnte, so wären die Summen der Elongationen zu diesen Zeiten nach einer modernen Rechnung 93.3 ^{0}, 90.9 ^{0} und 92.4 ^{0} gewesen, aus denen man leicht die Entfernungen der Erde vom Mittelpunkt der Venusbahn zu diesen Zeiten bestimmen kann. Die Abweichungen vom Mittelwert von 92.2 ^{0} sind + 1.1 ^{0}, -1.3 ^{0} und + 0.2 ^{0}. Mit Beobachtungsfehlern von 15 ' = 0.25 ^{0} lassen sich diese Differenzen bestimmen; viel schlechter dürfen die Beobachtungen allerdings nicht sein. Aus der Richtung der Tangenten erhält man dann auch eine Rekonstruktion der drei Punkte der Erdbahn und damit ihres Mittelpunkts. Außerdem sind für diese Punkte die Zeiten und damit die Winkel am Ausgleichspunkt der Erdbahn bekannt, so dass sich auch der Ausgleichspunkt der Erdbahn rekonstruieren lässt.

Man sieht aber, dass das Verfahren schon im heliozentrischen System mühselig und schwer zu beschreiben ist, insbesondere, wenn man Messfehler diskutieren muss. Um wie viel einfacher ist es, wenn man das Ergebnis kennt und so tut, als könne man es auch leicht messen !

Die fünf erwähnten Unbekannten würden sich also aus antiken Messungen der Elongation, wenn man genügend davon hätte, mit gewissen Fehlern bestimmen lassen. Ohne Zweifel haben sich Astronomen wie Theon ein solches Ziel gesetzt. Was dabei herauskam, wissen wir nicht. Es ist aber anzunehmen, dass Ptolemäus seine Messungen so fingiert hat, dass sie zu einem schon bekannten Ergebnis führen.

Dieses Ergebnis ist in zweierlei Hinsicht bemerkenswert. Die Apsidenlinien von Venus- und Sonnenbahn sind nicht sehr verschieden, und die Exzentrizitäten sind fast gleich. Der Deferent der Venusbahn ist nahezu mit der Sonnenbahn identisch. Hätte es nicht nahegelegen, zu sagen, sie sind in der Tat identisch, die Venus kreist um die Sonne und nicht um einen abstrakten Punkt auf dem Deferenten? Dann wäre allerdings der Unterschied zwischen Mittelpunkt und Ausgleichspunkt des Deferenten ein Merkmal der Sonnen- bzw. Erdbahn. Ist dieser Unterschied wirklich gemessen worden?

Denkbar ist auch, dass nur die Lage des Ausgleichspunkts aus den Messungen der maximalen Elongation vom 18. 2. bestimmt wurde, und der Bahnmittelpunkt schematisch in die Mitte zwischen Ausgleichspunkt und Weltmittelpunkt gesetzt wurde, weil das bei den Deferenten der äußeren Planeten auch so ist. Die Messungen von Theon hatten vermutlich diese Annahme bestätigt, so dass sie eine neuerliche, mit verlässlichen Daten untermauerte Begründung für eine alte Hypothese abgeben konnten. Das ist wohl die plausibelste story.

Auf die sonderbare Mondtheorie des Ptolemäus werden wir bei der Besprechung der Verbesserung durch Kopernikus näher eingehen. Nun also ein Sprung um ein gutes Jahrtausend.

2. Nikolaus Kopernikus

Nikolaus Kopernikus wurde am 19.2.1473 in Thorn in eine gut situierte und wohl angesehene Familie geboren. Als sein Vater 1483 starb, kümmerte sich sein Onkel Lucas von Watzelrode, Bischof von Ermland, um seine und seines älteren Bruders Andreas Erziehung. Zum Wintersemester 1491/1492 in Krakau immatrikuliert, absolvierte er dort das studium generale und wechselte zum Wintersemester 1496, wie viele polnische Studenten, die es sich leisten konnten, an die Universität Bologna, als Student der Rechtswissenschaft. Er hörte auch Vorlesungen in Astronomie, bei Dominicus Maria von Novara, bei dem er, nach Aussage des Rheticus, auch wohnte. Novara war ein kritischer Astronom, der offenbar seine Studenten zu begeistern wusste. Von ihm hat Kopernikus wohl gelernt, dass man den überlieferten Zahlenangaben nicht blindlings vertrauen kann. Kopernikus erwähnt in den *revolutiones* [4, 5] eine Messung der Schiefe der Ekliptik durch Novara aus dem Jahr 1491 von 23 ^{0} 29 ', während Ptolemäus 23 ^{0} 51 1/3 ' angibt. (Kopernikus selbst maß später 23 ^{0} 28 2/5 ',und verglich dies mit Peurbach 23 ^{0} 28 ' und Regiomontanus 23 ^{0} 28 1/2 ', wenn auch die nicht von ihm selbst gemessenen Zahlen im Autograph der *revolutiones* gestrichen sind). Außerdem beobachtete er mit Novara eine Bedeckung des Aldebaran durch den Mond am 9.3.1497, die er zur Bestätigung seiner eigenen Mondtheorie in den *revolutiones* aufführt. Auch lernte er in Bologna Griechisch und befasste sich mit antiken Autoren. Ende 1497 wurde er Domherr in Frauenburg, wohl auf Betreiben seines Onkels. Wessen Nachfolger, das steht nicht fest; jedenfalls hatte er fortan eine gesicherte Stellung. Im Jahr 1500 war er in Rom; er beobachtete dort die Mondfinsternis vom 6.November. Vom Domkapitel ließ er sich im Juli 1501 zur Fortsetzung seiner Studien in Padua beurlauben, jetzt neben dem Jurastudium auch zum Studium der Medizin. 1503 wurde er in Ferrara zum doctor iuris canonici promoviert. Danach war er wieder in Padua. Spätestens 1506 finden wir ihn wieder im Ermland, zunächst im zehn Meilen von Frauenburg entfernten Heilsberg, dem Bischofssitz seines Onkels und in dessen Diensten. Er wird ihm bei diplomatischen Missionen und Verwaltungsangelegenheiten geholfen haben, auch, wie später, als Arzt gewirkt haben. Auf einem zeitgenössischen Porträt ist er mit einem Maiglöckchen dargestellt, was ihn als Arzt ausweist, nicht etwa wie Kepler mit dem Zirkel der Mathematiker. Als der Onkel 1512 mit 65 Jahren starb, zog Kopernikus nach Frauenburg, in eine der Wohnungen, die auf der Umfassungsmauer des Kathedralengeländes liegen. Dort ließ er sich im März 1513 vom Domkapitel 800 Ziegelsteine und ein Fass Kalk zum Bau eines Beobachtungsturms genehmigen. In diese Zeit wird man also seine Abfassung einer kurzen Darstellung seiner astronomischen Ideen, von der noch die Rede sein wird, verlegen müssen. Er blieb dann in Frauenburg bis zum Ende seines Lebens am 24.5.1543. Er wurde im Dom beigesetzt, ohne dass man später noch hätte sagen können, wo genau.

Die astronomischen Instrumente, die er benutzte, waren vergleichsweise einfach: ein Gnomon, das ist ein senkrechter Stab auf einer waagrechten Fläche zur Messung der Schattenlänge und damit der Sonnenhöhe, sowie, in Anlehnung an Ptolemäus, ein Dreistab, das ist ein mit Gelenken versehenes gleichschenkliges Dreieck von vier Ellen Kantenlänge aus Holz, dessen einer Schenkel vertikal aufgestellt wird, während der andere mit einer Visierlinie zur Messung von Sternhöhen versehen ist, die dann an der beweglichen Hypotenuse abgelesen werden. Dazu kommt vermutlich ein Jakobsstab zur Messung von Winkeldistanzen. Eine sogenannte Armillarsphäre, wie sie von Ptolemäus — und auch in den *revolutiones* — beschrieben wird, hat er wohl nicht besessen. Sein Dreistab wurde 1584 dem größten Astronomen seiner Zeit, nämlich Tycho, anlässlich des Besuchs eines seiner Assistenten in Frauenburg, zum Geschenk gemacht. Tycho hat ihn in seiner Sternwarte als Reliquie aufbewahrt. Wie andere Instrumente Tychos wurde der Dreistab später von Tychos Erben an Kaiser Rudolf verkauft und ist im 30- jährigen Krieg verloren gegangen.

An Büchern aus dem Besitz von Kopernikus sind zu nennen neben einer lateinischen Ausgabe des Almagest eine Ausgabe der Alphonsinischen Tafeln, die *theoricae novae planetarum* von Peurbach sowie die *epitome in Almagestum* von Peurbach und Regiomontanus in einer Ausgabe (Venedig 1490), die er sich vermutlich in Bologna gekauft hat.

2.1. Die Entstehungsgeschichte der revolutiones

Bei einem Buch — sein voller Titel lautet *„De revolutionibus orbium celestium“*, „Über die Umläufe der Himmelskreise“ —, das wie kein anderes eine Bruchstelle in der Geschichte des Abendlands markiert, ist es natürlich interessant, dem Ursprung der darin enthaltenen Gedanken nachzugehen. Obwohl das Buch nie eigentlich fertig geworden ist, weil der Verfasser die Absicht hatte, den Stand der Erkenntnis, so, wie er ihn erreicht hatte, nur Wissenschaftlern zugänglich zu machen, enthält das Widmungsschreiben an den Papst, das sich wie ein Vorwort liest, genügend Information, um die Vorgeschichte einigermaßen plausibel rekonstruieren zu können.

Am Anfang steht meines Erachtens eine scheinbare Kleinigkeit, nämlich die Verbesserung der Mondtheorie des Ptolemäus. Das Problem war bekannt. In den *epitome* von Regiomontanus lesen wir: „Es ist merkwürdig, dass der Mond in den Quadraturen [d.h. bei Halbmond], wo er sich in Erdnähe befindet, nicht so erscheint, wie er eigentlich sollte, wenn er als Ganzes leuchten würde, nämlich viermal so hell wie bei Oppositionen [d.h. Vollmond], in Erdferne“. Außerdem, was eigentlich noch auffälliger ist und von Kopernikus ausdrücklich erwähnt wird, variiert die Größe des Mondes am Himmel nicht oder fast nicht. Schon Timochares und Menelaus benutzten immer dieselbe Größe des Mondes. Kopernikus hatte einen originellen Gedanken, wie das Problem zu lösen ist: durch einen doppelten Epizykel oder, äquivalent damit, durch einen Epizykel auf einer exzentrischen Kreisbahn. Die Details werden wir später kennenlernen. Da auch der Radius des zweiten

Epizykels klein ist, bleibt der Mond im Modell des Kopernikus immer in nahezu derselben Entfernung von der Erde, im Einklang mit der Beobachtung, und im Gegensatz zu Ptolemäus. Die Umdrehung des zweiten Epizykels , dessen Umlaufszeit nur eine halben Monat beträgt, lässt sich so regeln, dass die Abweichung von einer gleichmäßigen Bewegung bei Halbmond größer ist als bei Vollmond. Das sieht man leicht ein, wenn man die Bewegung des Epizykelmittelpunkts auf dem exzentrischen Kreis vom Ausgleichspunkt aus betrachtet, von wo sie gleichmäßig erscheint.

Diese Lösung eines Jahrhunderte alten Problems muss Kopernikus sehr beflügelt haben, verständlicherweise. Die Konstruktion ist nicht nur für die Mondbahn interessant. Bei den Planetenbahnen war es ja notwendig, für die Bewegung auf dem Epizykel einen Ausgleichspunkt einzuführen. Diese Notwendigkeit entfällt, wenn man den Radius des zweiten Epizykels geeignet wählt. Es genügt, dass beide Epizykel sich gleichmäßig drehen.

Folgerichtig hat Kopernikus die Idee des doppelten Epizykels auch auf die Planetenbahnen übertragen. Er begründet dies so: „Man gestattet also [in der Theorie der Planeten], dass eine gleichmäßige Kreisbewegung um einen fremden, nicht eigenen Mittelpunkt stattfinden solle, was meiner Meinung nach schon beim Mond hinlänglich als falsch erwiesen wurde. Dies und Ähnliches hat uns dazu gebracht, eine Bewegung der Erde und eine andere Weise anzunehmen, wie die Gleichmäßigkeit und die Grundlage der Wissenschaft erhalten und die Ursache der scheinbaren Ungleichmäßigkeit zuverlässiger wiedergegeben werden kann“. Die Gleichmäßigkeit der Bewegung tritt hier als unantastbares Prinzip auf. Wird sie aufgegeben, so verlässt man den Boden der Wissenschaft.

In der Widmung an den Papst ist die Herkunft der Idee von der Bewegung der Erde noch deutlicher geschildert. Dort heißt es:
„ Auf Grund dessen [der Unsicherheit und den Widersprüchen in der Überlieferung] machte ich mir die Mühe, die Bücher aller Gelehrten, die ich in die Hand bekommen konnte, nochmal zu lesen in der Absicht, herauszufinden, ob nicht einmal jemand vermutet hätte, die Bewegungen der Himmelskörper seien anders als sie an den Schulen gelehrt werden. Und ich fand tatsächlich bei Cicero: Als erster habe Hiketas die Meinung vertreten, die Erde bewege sich. Später fand ich auch bei Plutarch, dass noch andere dieser Meinung waren. Seine Worte seien hier wiedergegeben, damit sie allen zugänglich sind: [Der folgende Absatz ist im Original griechisch]
‚Die andern meinen, die Erde stehe still, der Pythagoreer Philolaos aber behauptet, sie bewege sich um das Zentralfeuer in einem geneigten Kreis ähnlich wie Sonne und Mond. Herakleides von Pontos und der Pythagoreer Ekphantos lassen die Erde zwar eine Bewegung ausführen, aber nicht von Ort zu Ort fortschreitend, sondern in Form einer Drehbewegung, wie ein um die Achse laufendes Rad, von Sonnenuntergang in Richtung Aufgang, um ihren Mittelpunkt‘.
Hier hatte ich einen guten Ansatzpunkt gefunden und begann nun auch meinerseits über die Bewegbarkeit der Erde nachzudenken. Auch wenn mir diese Vorstellung unsinnig erschien, so war ich doch der Auffassung: Wenn Andere vor mir so frei sein durften, sich Kreise auszudenken, um die Himmelserscheinungen zu erklären, so dürfte es auch mir erlaubt sein, zu probieren, ob mit einer Bewegung der Erde die Erklärungen nicht stichhaltiger würden und in einer Umdrehung der Himmelskreise zu finden wären“.

Es ist also die Beschäftigung mit der griechischen Astronomie vor Ptolemäus, die den Anlass zur Aufstellung des heliozentrischen Weltbilds gab. Die Einzelheiten der Umrechnung vom geozentrischen Weltbild brauchen hier nicht geschildert zu werden. Das Resultat (Die scheinbaren Schleifen der Planeten sind einfach die Folge der Bewegung der Erde, die wie ein Planet um die Sonne kreist) ist so verblüffend, dass alle Gegenargumente verblassen, wenigstens für jemand, der Mathematik versteht.

Kopernikus hat seine Theorie, d.h. die Sonne als ruhender Mittelpunkt des Planetensystems und die doppelte Epizykelbewegung der Planeten um die Sonne sowie des Mondes um die Erde, in einer kleinen Abhandlung zu Papier gebracht, aber nicht in gedruckter Form veröffentlicht. Die Abhandlung selbst ist verloren gegangen. Tycho besaß eine Abschrift davon, die ihm vom Leibarzt des Kaisers Rudolf, einem Sammler astronomischer Raritäten, geschenkt worden war. Kopernikus selbst erwähnt nur indirekt, in der Widmung an den Papst, dass er schon vier Jahrzehnte an seinem Werk arbeite. Aus einem Verzeichnis der Bücher eines Mitglieds der Krakauer Universität, in dem eine Schrift erwähnt wird, in der behauptet wird, die Erde drehe sich um die Sonne, von 1514, schließt man, dass die Abhandlung von Kopernikus vor 1514 entstanden ist. Eine ziemlich verstümmelte Abschrift fand sich im Jahr 1877 in der Wiener Hofbibliothek mit einem Überlassungsvermerk vom 16.7. 1600 von Longomontanus an Ericksen, zweier Mitarbeiter Tychos. Ein weiteres Exemplar aus dem Besitz des Danziger Astronomen Hevelius tauchte in der Sternwarte Stockholm auf. Die Ansicht von der Bewegung der Erde — um ihre eigene Achse und um die Sonne — war also seit 1514 mindestens gerüchteweise bekannt.

Die Kirche hatte in dieser Zeit ein gewisses Interesse an astronomischen Fragen, wegen des Ostertermins. Dieser wird bis heute nach einem Verfahren bestimmt, das im Konzil von Nicaea im Jahre 325 festgelegt wurde, nämlich Ostern ist am ersten Sonntag nach dem ersten Vollmond nach Frühjahrsbeginn. Frühjahrsbeginn ist der 21. März. Es ist andrerseits der Zeitpunkt, an dem die Sonne auf ihrer Bahn den Himmelsäquator überschreitet; dies ist die astronomische Definition. Nun sind aber im Julianischen Kalender, der alle vier Jahre einen Schalttag, den 29. Februar, enthält, zu viele Schalttage, nämlich drei zu viel in 400 Jahren. Seit Beginn unserer Zeitrechnung waren also etwa 10 Tage zu viel eingeschoben worden; der 21. März war also erst 10 Tage nach dem astronomischen Frühjahrsbeginn und Ostern demnach ziemlich spät. Schon Papst Sixtus V. hatte 1475 den Astronomen Regiomontanus nach Rom eingeladen, um über die notwendige Kalenderreform zu sprechen. Regiomontanus starb auf dieser Reise, erst vierzigjährig. Im Jahre 1514 wurde die Kalenderreform wieder auf die Tagesordnung des Laterankonzils gesetzt. Der mit der Organisation beauftragte Paul v. Middelburg, Bischof von Fossombrone, wandte sich um Mithilfe an Fachleute innerhalb und außerhalb der Kirche. Eine Sitzung kam aber nicht zustande. In dem Bericht des Bischofs wird Kopernikus als einer derjenigen erwähnt, die der Meinung sind, es sei zu früh für eine solche Konferenz, da man über die Bewegung von Sonne und Mond noch nicht genau genug Bescheid wisse. Es ist also verständlich, dass Kopernikus sich in der Folge vorwiegend mit der Präzession, also dem Vorrücken von Tag- und Nachtgleichen, und der Bewegung des Mondes befasste, und dazu sowohl historische Recherchen als auch eigene Messungen unternahm. Davon wird weiter unten die Rede sein.

Die Kunde von seiner Ansicht, die Erde bewege sich, drang natürlich auch nach Rom. Papst Clemens VII ließ sich 1533 von einem Sekretär namens Widmannstadt darüber vortragen und beschenkte den Referenten mit einem wertvollen Buch, das mitsamt einer Notiz über diesen Anlass erhalten ist. Kopernikus wurde in der Folge in aller Freundlichkeit aufgefordert, seine Ergebnisse publik zu machen, nicht zuletzt von seinem Freund Tiedemann Giese, Bischof von Kulm. Diesem ist es wohl zu verdanken, dass Kopernikus nicht nur Tabellen für den allgemeinen Gebrauch zusammenstellte, wie er ursprünglich vorhatte, sondern auch die zugrundeliegende Theorie schilderte. Da sein Hauptanliegen war, festzustellen — erstens — , wo in der Theorie des Ptolemäus möglicherweise Fehler vorliegen und — zweitens —, was sich seit der Zeit des Ptolemäus geändert hat, ist diese Arbeit außerordentlich umfangreich. Sie nahm buchstäblich Jahrzehnte in Anspruch. Die Aufarbeitung des Datenmaterials ist, das muss nochmals betont werden, ganz unabhängig von der Frage: geozentrisches oder heliozentrisches Weltbild. Die Berechnungen ergeben in beiden Fällen exakt dasselbe Resultat. Der einzige Unterschied der beiden Modelle betrifft die Fixsterne. Wenn die Erde sich bewegt, muss sich diese Bewegung als Abbild auch auf die Position der Fixsterne auswirken, genau so wie die Planetenschleifen entstehen, vorausgesetzt, dass die Fixsterne nicht in unermesslicher Ferne sind. Da eine solche Bewegung der Fixsterne nicht festzustellen ist — im Gegenteil, Kopernikus bezieht alle Positionen nicht, wie noch Ptolemäus und wie die heutige Astronomie, auf den Frühlingspunkt als Nullpunkt des Koordinatensystems, sondern auf den ersten Stern im Sternbild Widder und auf die Ekliptik als unveränderliche Basis statt der Richtung der Erdachse, weil er festgestellt hat, dass die Fixsterne im Lauf der Jahrhunderte ein unveränderliches Koordinatensystem bilden — Kopernikus rückt also die Fixsterne ganz bewusst und ausdrücklich in unermessliche Ferne. Noch in dem damals populären Astronomiebuch [8] *de sphaera liber* des Sacrobosco ist in einer Zeichnung, in der die Planeten als konzentrische Kreise um die Erde eingetragen sind, die Fixsternsphäre nicht viel weiter entfernt als der Saturn. Auch in der entsprechenden Zeichnung von Kopernikus, mit der Sonne als Mittelpunkt der Kreise, ist die Fixsternsphäre an dieser Stelle eingezeichnet, kurioserweise. Noch Kepler hat aus seinen eigenen ersten Messungen der Fixsternparallaxe geschlossen, dass die Fixsternsphäre in etwa zehnfacher Saturnentfernung zu suchen ist, bemerkte aber bei einer späteren Nachmessung, dass er sich getäuscht hat. Tycho hat Zeit seines Lebens daran festgehalten, dass die Fixsterne nicht viel weiter entfernt sind als der Saturn, und dass die Drehung der Erde um ihre eigene Achse eine Täuschung ist. Seiner Meinung nach steht die Erde fest und die Sonne dreht sich um die Erde, während die andern Planeten um die Sonne kreisen. Die ausdrückliche Ansicht von Kopernikus, dass die Fixsterne so gut wie unendlich weit entfernt sind, ist recht eigentlich revolutionär. Gibt man aber die unermessliche Entfernung der Fixsterne zu, so sind geozentrisches und heliozentrisches Weltbild völlig äquivalent. Durch Messungen lässt sich nicht feststellen, welches richtig und welches falsch ist. Daher lässt sich auch das Werk des Kopernikus in zwei Teile aufspalten. Der erste Teil ist rein philosophischer Natur; er enthält Argumente für das heliozentrische Weltbild. Der zweite Teil ist derjenige, der ihn jahrzehntelange Arbeit gekostet hat und doch nie ganz fertig wurde, der auch gewichtige Lücken und merkwürdige Fehlurteile enthält, die ihrem Autor mit Sicherheit zu schaffen machten. Wir werden uns damit, soweit erforderlich, befassen.

Was den ersten, philosophischen Teil des Werks angeht, so lohnt es sich heute noch, ihn zu lesen. Die Argumente hätten auch mehr als tausend Jahre früher schon gebracht werden können. Ptolemäus hätte sie bringen können, wenn er denn die Statur von Kopernikus gehabt hätte, und wenn, so wird man hinzufügen müssen, die Zeit eine andere gewesen wäre. Es gibt Gründe, anzunehmen, dass Ptolemäus das heliozentrische Weltbild gekannt hat, sogar, dass er es bei seinen Rechnungen benutzt hat. Wie schon Kopernikus herausfand, war wahrscheinlich der Pythagoreer Herakleides Pontikus, ein Schüler Platos, der Erste, der ein heliozentrisches System ins Auge fasste. Eine oder zwei Generationen später wurde ein solches System von Aristarch von Samos auch schriftlich fixiert. Spätere antike Astronomen, darunter Apollonius von Perga, haben es wohl gekannt, aber nicht mehr gelehrt. Wie B.L. van der Waerden bemerkte, gibt es in dem Spätwerk *Gesetze* von Plato eine merkwürdige Stelle, die darauf hindeutet, dass sogar Plato noch von der Vereinfachung durch ein heliozentrisches System erfahren hat. In Buch VII , Kap. 22 heißt es:
„Das, wovon ich spreche, zu erlernen, ist nicht leicht, aber auch nicht sehr schwierig, noch bedarf es sehr langer Zeit. Ein Beweis dafür: ich habe es weder als junger Mann noch vor langer Zeit gehört und wäre imstande, es euch Beiden in Kurzem zu erklären. Wäre es schwierig, so könnte ich es wohl niemals in meinem Alter andern Männern meines Alters kundtun... Ich will es also versuchen. Es ist nämlich nicht richtig, wenn behauptet wird, die Sonne, der Mond und die übrigen Gestirne schweifen irgendwie umher, ganz im Gegenteil: jedes von ihnen durchläuft in einem Kreis immer dieselbe Bahn, nicht viele Bahnen, wie es den Anschein hat, und der schnellste von ihnen wird für den langsamsten gehalten und umgekehrt“.
Dass auch der Sonne hier eine Kreisbahn zugeschrieben wird (wohl um denselben Mittelpunkt wie die Bahnen der Planeten und auf der Linie Erde- Weltmittelpunkt), ändert nichts an dem Prinzip, dass die Erde einer der Planeten ist. Auch in den Rechnungen von Kopernikus steht die Sonne nicht im Weltmittelpunkt; dieser ist vielmehr das Zentrum der Erdbahn. Insofern ist die Bezeichnung „heliozentrisch“ als Gegensatz zu „geozentrisch“ nicht ganz korrekt. Erst Kepler wird insistieren, dass die Sonne der Bezugspunkt für alle Planetenbahnen sein muss.

Kopernikus war also nicht der erste Entdecker des heliozentrischen Prinzips. Wie ein witziger Theoretiker sagte: „In der theoretischen Physik ist es nicht der Erste, der eine Entdeckung macht, der berühmt wird, sondern der Letzte“.

Kopernikus ließ sich Zeit mit der Niederschrift seiner Ergebnisse. Aus den Beobachtungen, die er aufführt, kann man schließen, dass er um 1530 damit anfing. Zu dieser Zeit hatte er sich offenbar entschieden, das ganze Werk des Ptolemäus sozusagen neu zu schreiben. Er beginnt mit einem Abriss der Trigonometrie, die bei Ptolemäus äußerst knapp, für einen nicht besonders routinierten Mathematiker fast unanwendbar gehalten ist, einer Abschrift der fünfstelligen *sinus*-Tafel des Ptolemäus und einem Verzeichnis der sichtbaren Sterne mit etwa 1000 Sternen, das letzten Endes von Hipparch stammt. Dann folgen ausführliche Darstellungen der Bewegungen von Sonne und Mond, der äußeren Planeten, der inneren Planeten Venus und Merkur und schließlich eine Diskussion der ekliptikalen Breiten, jeweils unter Berücksichtigung vorhergegangener Messungen seit der Antike und der eigenen Beobachtungen. Das ganze Werk ist sehr sorgfältig geplant, Seiten mit ausgespartem Rand, in den Text eingebundenen Zeichnungen, und in einer hervorragend lesbaren Druckschrift geschrieben. Schon die äußere Aufmachung lässt darauf schließen, dass es nicht ein zum Druck bestimmtes Manuskript ist, sondern ein Unikat, das einem geeigneten Nachfolger übergeben werden kann. „Mathematisches wird für Mathematiker geschrieben" . Dass seine Lehre von Laien nicht verstanden werden wird, weil sie dem Augenschein widerspricht, war Kopernikus immer klar. Wenn er z.B. auf einem Fastnachtsspiel des Jahres 1530 im nahen Elbing, ebenso wie der Papst und andere Würdenträger der Kirche, verspottet wurde, so wird ihn das nicht mehr angefochten haben als den übrigen Klerus. Diese Haltung — grob gesagt: Wissenschaft als Elfenbeinturm — ist in diametralem Gegensatz zur Einstellung etwa von Galilei, der ja bekanntlich Italienisch statt Latein geschrieben hat, damit jedermann seine Gedanken nachlesen kann, auch zur Haltung all derer, die wie Luther Bibelübersetzungen hergestellt haben.

Die Weitergabe der Ideen von Kopernikus erfolgte dann aber doch ganz anders als er es sich vorgestellt hatte. Im Jahr Frühjahr 1539 fasste ein junger Dozent in Wittenberg namens Georg Joachim de Porris aus Feldkirch, genannt Rhetikus, den Entschluss, nach Frauenburg zu reisen, um von Kopernikus selbst zu lernen, was dieser zu sagen hatte. Er blieb mehrere Monate dort, erhielt auch die Erlaubnis, das vorliegende Werk abzuschreiben, und verfasste dann einen Bericht an seinen ehemaligen Lehrer Schoener in Nürnberg, den er im Oktober 1539 abschickte und Anfang 1540 in Danzig drucken ließ. Diese *narratio prima* (erster Bericht) des Rhetikus ist berühmt geworden. Es ist eine begeisterte Schilderung des neuen Weltbildes, der Person und Arbeitsweise von Kopernikus, ganz ohne mathematische Details, also was man heute eine populäre Darstellung nennen würde. Sie endet bei der Darstellung der Lehre etwa in der Mitte des Werks. Ein beabsichtigter zweiter Bericht erfolgte nie, weil inzwischen Kopernikus seine Einwilligung zur Veröffentlichung des ganzen Werks gegeben hatte. Diese *narratio prima* muss ein ungeheurer Erfolg gewesen sein. Die Begeisterung des Verfassers spricht fast aus jedem Satz und lässt einen vergessen, dass er wohl manches nicht so richtig verstanden hat. Für uns sind hier nur einige wenige Aspekte interessant. Erstens, dass er sein Erstaunen darüber ausdrückt, wen er vor sich hat. Er schreibt, man muss sich Kopernikus als einen ebenso bedeutenden Astronomen vorstellen wie Regiomontanus, ja wie Ptolemäus. Zweitens, wie überrascht ist er von der Arbeitsweise von Kopernikus! Er schreibt:
„Als ich aber letztes Jahr bei Dir war und Dein und Andrer Bemühen sah, die Lehre unseres Regiomontanus und seines Lehrers Peurbach von den Bewegungen zu verbessern, sah ich zum ersten Mal, welche Mühe es kosten würde, die Königin der Wissenschaften, die Astronomie, wieder auf ihren Thron zu setzen, wie sie es verdient hätte, und die Pracht ihrer Herrschaft wiederherzustellen. Nachdem ich aber durch Gottes Fügung bei dem Herrn Doktor, meinem Lehrer, Zeuge der Mühen geworden bin, die er mit heiterem Gemüt erträgt und größtenteils schon hinter sich gebracht hat, sehe ich, dass ich mir nicht einmal den Schatten solcher Arbeitslast geträumt habe. Diese Arbeit ist aber so riesengroß, dass nicht einmal ein Halbgott sie ertragen und schließlich vollenden könnte. Ich möchte glauben, dass die Alten aus diesem Grund überliefert haben, Herkules, der Spross des höchsten Gottes Jupiter, habe den Himmel, seinen eigenen Schultern misstrauend, wieder an Atlas übergeben, damit dieser die Last, wie er es angefangen hatte und lange gewohnt war, mutig und mit unverbrauchter Kraft vollends bis zum Ende

trage. Der göttliche Plato, nach den Worten von Plinius der Fürst der Weisheit, spricht dazu in seiner Schrift Epinomis ganz offen die Meinung aus, die Astronomie sei unter göttlicher Anleitung begründet worden. Dieses Wort Platos legen andere vielleicht auf andere Weise aus. Der Herr Doktor, mein Lehrer, hat aber die Beobachtungen aller Zeitalter zusammen mit seinen eigenen gesammelt und hat sie immer zur Einsichtnahme bei sich. Wenn dann irgendwelche Feststellungen getroffen oder Lehrsätze aufgestellt werden sollen, schreitet er von jenen ersten Beobachtungen bis zu seinen eigenen fort und wägt genau ab, inwieweit Übereinstimmung zwischen ihnen allen bestehen könnte. Ferner zieht er Schlussfolgerungen aus den Hypothesen der Alten und des Ptolemäus, unter Leitung der Göttin Urania, und, wenn er nach gründlicher Prüfung findet, dass diese Hypothesen unter dem Zwang der astronomischen Naturgesetze zu verwerfen sind, stellt er, gewiss nicht ohne göttliche Eingebung und ohne Geheiß der Himmlischen, neue Hypothesen auf. Darauf stellt er unter Anwendung der Mathematik auf geometrischem Wege fest, was man aus solchen Annahmen durch stichhaltige Beweisführung ableiten kann, und schließlich prüft er mit den Beobachtungen der Alten und seinen eigenen die angenommennen Hypothesen, und erst dann, wenn er alle diese Arbeiten zu Ende geführt hat, schreibt er endlich die Gesetze der Astronomie nieder“.
Man darf hier vielleicht anmerken, dass Rhetikus bei dieser Gelegenheit wohl zum ersten Mal die Mühseligkeit wissenschaftlicher Arbeit kennengelernt hat (er war gerade 25 Jahre alt), die einem bloßen Dozenten nicht bewusst wird.

Rhetikus hatte wohl noch einen gewissen Einfluss auf die Abfassung mancher Kapitel der *revolutiones*. Aus der Handschrift lässt sich schließen, dass Teile der Trigonometrie später überarbeitet oder neu gefasst sind.

Zurück in Wittenberg hielt Rhetikus selbst Vorlesungen über Trigonometrie, die er später in Nürnberg drucken ließ. Ein etwa gleichaltriger Kollege von Rhetikus in Wittenberg namens Erasmus Reinhold machte sich die Mühe, nach den Angaben von Kopernikus Ephemeriden zu berechnen. Sie wurden als *Prutenische Tafeln* bekannt. Tycho zieht sie stets neben den Alphonsinischen Tafeln zum Vergleich mit seinen Messungen heran. Es braucht nicht gesagt zu werden, dass auch diese Tafeln mit den sehr präzisen Messungen von Tycho nicht gut übereinstimmen. Noch der alte Kopernikus hat nach Aussagen von Rhetikus angeregt, dass man die Position der Fixsterne genauer bestimmt, um auch die Planetenörter genauer messen zu können.

Die *narratio prima* des Rhetikus ebnete aber nicht nur den Weg für die *revolutiones* , sondern rief auch ernsthafte Gegenreaktionen hervor. So äußert sich z. B der einflussreiche Philipp Melanchthon, Professor in Wittenberg, in einem Brief an einen Bekannten im Jahr 1541: „Es gibt da Leute, die meinen, es sei ein bedeutender Fortschritt, eine so absurde Behauptung aufzustellen wie dieser sarmatische Astronom, der die Erde bewegt und die Sonne festhält. Wahrlich, kluge Herrscher sollten die Freiheit der Geister zügeln!“ Auch nach dem Erscheinen der *revolutiones* behielt er diese negative Einstellung bei. Dabei handelt es sich bei ihm keineswegs um eine Geringschätzung der Astronomie. In einem sehr ausführlichen Vorwort zu einem 1543 in Paris gedruckten Buch *de sphaera mundi* des Sacrobosco, das seit Jahrhunderten bei Studenten sehr beliebt war (vielleicht, weil es kaum mathematische Details enthält!), wirbt er geradezu für das Studium der Astronomie (Plato sagte, dem Menschen seien die Augen vorwiegend dazu gegeben, dass er die Sterne betrachtet) und setzt sich für die Trigonomtrie in Peurbachs *theoricae novae planetarum* ein, wo die dunklen Aussagen des Ptolemäus erläutert und ausgestaltet seien, so dass die Verbreitung dieses Büchleins in Deutschland für einen gewaltigen Aufschwung der Astronomie gesorgt habe, wofür man den Autor ebenso rühmen müsse wie die Alten Archimedes gerühmt haben. Seine ablehnende Haltung gegenüber Kopernikus begründet Melanchthon mit Stellen in der Heiligen Schrift (Psalm 104, Josua 10,12), in denen die Erde als fest und die Sonne als beweglich beschrieben werden. Noch Kepler fühlt sich bemüßigt, auf solche Argumente einzugehen, was ihm natürlich, zumal als ausgebildetem Theologen, nicht schwer fällt (es geht dem Psalmisten nicht darum, dem Leser eine Lektion in Astronomie zu erteilen!) Der wahre Grund für die Haltung von Melanchthon ist sicher ein anderer. Dies zu erörtern, übersteigt jedoch sowohl den Rahmen dieses Büchleins als auch die Kompetenzen des Referenten.

Die katholische Kirche hat sich erst Jahre nach dem Tod von Kopernikus dazu entschlossen, Bücher, die angeblich im Widerspruch zum christlichen Glauben sind, zu verbieten, und hat auch die *revolutiones* auf den Index gesetzt. Galilei wurde bekanntlich an seiner Arbeit gehindert und von der Inquisition verurteilt, weil er sich nicht an das Verbot der Lehre des kopernikanischen Systems hielt. Das klingt schon an in dem Brief an Kepler von 1597, mit dem er sich für eine Übersendung von Keplers *mysterium cosmographicum* bedankt. Dort heißt es:
„Ich bin schon vor vielen Jahren zu den Anschauungen von Kopernikus gekommen und habe von diesem Standpunkt aus die Ursachen vieler Naturvorgänge entdeckt, die auf Grund der gewöhnlichen Annahmen nicht zu erklären sind. Ich habe darüber vieles an direkten und indirekten Beweisen geschrieben, aber bisher noch nicht zu veröffentlichen gewagt, abgeschreckt durch das Schicksal von Kopernikus, der unser Lehrmeister ist. Er hat sich bei einigen Wenigen unsterblichen Ruhm erworben, von unendlich Vielen (denn so groß ist die Zahl der Dummköpfe) wird er verlacht und verspottet. Ich würde es in der Tat wagen, mit meinen Gedankengängen an die Öffentlichkeit zu treten, wenn es mehr Leute Eurer Gesinnung gäbe; da dies nicht der Fall ist, werde ich es unterlassen".
Die Wendung „abgeschreckt durch das Schicksal von Kopernikus" liest sich für den heutigen Leser eher wie eine Vorahnung seines eigenen Schicksals.

Kopernikus selbst muss noch von den ablehnenden Reaktionen nach Bekanntwerden der *narratio prima* des Rhetikus erfahren haben, denn er nimmt mit wenigen Worten in seinem Widmungsschreiben an den Papst dazu Stellung: „Wenn vielleicht dumme Schwätzer auftreten werden, die, obwohl sie von Mathematik nichts verstehen, sich ein Urteil anmaßen und auf Grund irgendeiner Stelle in der Heiligen Schrift, die sie zu ihrem Zwecke bös verdrehen, mein Unternehmen tadeln und verunglimpfen, so halte ich mit denen nicht auf, sondern verachte im Gegenteil ihre Meinung als leichtfertig". Das Wort für „dumme Schwätzer" ist im lateinischen Originaltext aus dem neutestamentlichen Griechisch genommen ($\mu\alpha\tau\alpha\iota o\lambda \acute{o}\gamma o\iota$), sicher nicht ohne Absicht.

Die hilfreiche Funktion der *narratio prima* für die Verbreitung der kopernikanischen Lehre ist noch bis zum Ende des sechzehnten Jahrhunderts zu sehen. Maestlin, der Lehrer Keplers, fügte dem Erstlingswerk *mysterium cosmographicum* seines Schülers, das er von Tübingen aus zum Druck besorgte, die *narratio prima* an — zwar ohne ausdrückliche Einwilligung von Kepler —, sicher auch, weil er das Gefühl hatte, der Leser wird von

Keplers Text leicht überfordert sein. Kepler selbst bezieht sich in der *Astronomia Nova* nirgends direkt auf Rhetikus (außer bei einer Anekdote im Widmungsschreiben), aber er schließt z.B. den ersten Teil des Werks mit demselben Zitat (aus Ovid), mit dem Rhetikus seinen Bericht abschließt:

pars superat coepti, pars est exhausta laboris;
hic teneat nostras anchora jacta rates.

Noch sind wir nicht am Ziel, erst halb ist die Müh überstanden;
Werfet den Anker hinaus, hier verweile mein Schiff.

2.2. Die Bewegungen der Himmelskörper bei Kopernikus im Detail

Den Astronomen in der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts standen also zwei Standardwerke zur Verfügung: der Almagest des Ptolemäus und die *revolutiones* von Kopernikus bzw. die aus ihnen berechneten alphonsinischen und prutenischen Tafeln. Die Unterschiede rühren, wie gesagt, nicht von der Benutzung einmal des geozentrischen und einmal des heliozentrischen Weltbilds her, sondern von den verschiedenen Epizykelmodellen und von der Veränderung der Parameter seit der Antike. Das von Ptolemäus überlieferte Modell der Planetenbewegung ist einfacher als das von Kopernikus. Beide sind falsch. Wozu dann die Ideen von Kopernikus diskutieren? Die Frage ist berechtigt. Wer nur an der richtigen Lösung interessiert ist, kann sich die folgenden Kapitel sparen. Andrerseits, wenn es überhaupt einen Sinn hat, sich mit Geschichte zu befassen, sollte man auch Vorstellungen, die sich später als falsch erweisen, nicht einfach übergehen. Wer weiß, wozu es gut ist. Wir wollen uns hier mit vier Themen befassen: der Bewegung der Erde, der Bewegung des Mondes, dem Bahnmodell für die äußeren Planeten und der Venusbahn.

2.2.1. Die Bewegung der Erde

Kopernikus schreibt der Erde eine dreifache Bewegung zu: die Drehung um die eigene Achse, die Drehung um die Sonne und noch eine dritte Drehung, welche die Erdachse im Raum konstant hält. Diese dritte Drehung ist, wie Kepler zu Recht kritisiert, nicht notwendig, wenn man annimmt, dass die Richtung der Erdachse im Raum durch irgendein Prinzip von selbst konstant bleibt, oder nahezu konstant, denn sie beschreibt im Lauf der Jahrtausende einen Kegelmantel mit dem Pol der Ekliptik als Spitze. Diese letztere Bewegung ist die Präzession, das Vorrücken der Tag– und Nachtgleichen, mit der wir uns gleich befassen werden. Die Neigung der Erdachse gegen die Erdbahn, die Ekliptik, ist so gut wie konstant, $23\ 1/2\ ^o$, aber die Schnittpunkte von Himmelsäquator und Ekliptik, die Tag– und Nachtgleichen, verschieben sich entlang der Ekliptik, wenn die Richtung der Erdachse im Raum sich ändert. Die Größe dieser Verschiebung zu kennen, ist auch für das bürgerliche Leben wichtig, wegen des Ostertermins, wie schon gesagt. Die dritte Bewegung der Erde bei Kopernikus, der zufolge die Erdachse im Raum konstant bleibt, ist nur notwendig, wenn man sich die Drehbewegung um die Sonne so vorstellt, als ob die Erde auf einer Scheibe oder an einem Rad fest montiert wäre, das sich um die Sonne dreht. Ein Mechaniker, der eine Erdkugel auf einer solchen Scheibe montiert, muss ihr eine zusätzliche Bewegung erlauben, damit die Achse im Raum konstant bleibt. An diesem Beispiel sieht man deutlich, dass Kopernikus nur sehr abstrakt an die mathematische Beschreibung einer Bewegung gedacht hat, nicht an die physische Realität. Es gibt keinen Mechanismus, der zwei Himmelskörper wie mit einer Stange verbindet. Wenn es einen gäbe, dann wären die Drehungen um die eigene Achse nicht mehr frei. Die Drehung des Mondes um die Erde ist ein solcher Fall einer gebundenen Rotation, bei der die Drehung um die eigene Achse in der gleichen Zeit erfolgt wie der Umlauf um den Zentralkörper, aber für die Bewegung der Erde um die Sonne trifft dies offenbar nicht zu. Die Einführung einer dritten Bewegung, die nichts anderes bewirkt, als eine willkürliche Annahme rückgängig zu machen, verletzt das Prinzip der Ökonomie, auch wenn sie mathematisch korrekt ist. Kepler ist überzeugt, dass dieses Prinzip in der Natur verwirklicht ist.

Nun also zur Präzession. Kopernikus vergleicht seine eigenen Messungen der Tag– und Nachtgleichen vom Herbst 1515 (14. Sept., 1/2 h vor Sonnenaufgang) und vom Frühjahr 1516 (11. März 4 1/3 h nach Mitternacht) mit den entsprechenden Beobachtungen von Hipparch, Ptolemäus und Albategnius. Dabei zeigt sich, dass die Dauer des tropischen

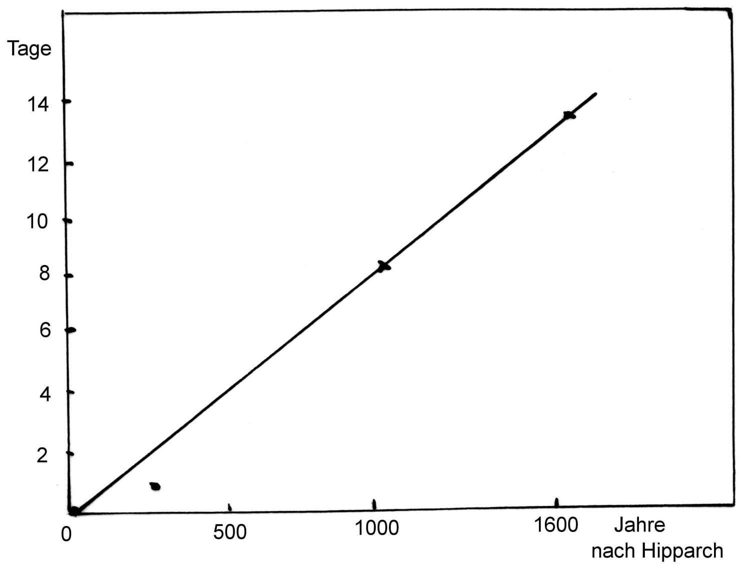


Abbildung 2.2.1.: Differenz zwischen dem gemessenen Zeitpunkt einer Tag- und Nachtgleiche und dem nach der Dauer eines Jahres im Julianischen Kalender (365 1/4 Tage) berechneten Termin als Funktion der Zeit; die Messung von Hipparch wird als Nullpunkt verwandt.

Jahres, also des Intervalls zwischen zwei Frühlings- oder zwei Herbst- Tag- und Nachtgleichen, nicht immer dieselbe ist. Trägt man z.B. die Differenz zwischen der gemessenen Zeit und dem nach der Dauer eines Jahres im Julianischen Kalender (365 1/4 Tage) berechneten Termin als Funktion der Zeit auf, wobei man zweckmäßiger weise die Messung von Hipparch als Nullpunkt verwendet (Abb. 2.2.1), so zeigt sich, dass die Messungen von Hipparch, Albategnius und Kopernikus sehr gut auf einer Geraden liegen, mit einer Steigung von 7.8 Tagen in 1000 Jahren, d.h. einer Jahresdauer, die um 7.8 Tausendstel kleiner ist als 365 1/4 Tage.

Die Messung von Ptolemäus weicht aber um mehr als einen Tag vom berechneten Termin ab. Allerdings, dies ist eine moderne Art, die Daten zu präsentieren. Man sieht dabei sehr leicht, was passiert. Nämlich, man wird sich sofort fragen, ob die Messung von Ptolemäus zuverlässig ist. Der Messfehler wäre schon ungewöhnlich groß — die anderen Messungen haben einen mittleren Fehler von 3 Stunden. Gemessen wird, mit jeweils unterschiedlichen Methoden, zu welchem Zeitpunkt die Sonne den Himmelsäquator überschreitet. Bei einem Fehler von 2' in der Bestimmung der Mittagshöhe der Sonne sollte man diesen Zeitpunkt auf 1/10 Tag bestimmen können. Dies entspricht den beobachteten Abweichungen von einer Geraden, wenn man die Messung von Ptolemäus weglässt. Ptolemäus müsste sich also gewaltig geirrt haben. Nun, das kommt vor. Es braucht nur an seiner Instrumentierung etwas nicht zu stimmen, was er nicht gemerkt hat. Die Sache ist aber komplizierter. Denn er hat zweimal gemessen, im Frühjahr und im Herbst, und jedes Mal mit den entsprechenden Messungen von Hipparch verglichen. Beide Male findet er dieselbe Zeitdifferenz. Ein instrumenteller Fehler müsste das Vorzeichen der Abweichung vom richtigen Wert umkehren. Gäbe es nicht die anderen Messungen, so stünden wir vor einem Rätsel. So aber erhebt sich der unangenehme Verdacht, dass die Messungen von Ptolemäus gefälscht sind. Er erhärtet sich, wenn man im Almagest nachliest, dass Hipparch, der Erste, der die Präzession als eine Drehung um den Pol der Ekliptik erkannt hat durch Vergleich der von ihm gefundenen Sternpositionen mit denen des Timochares, die Größe der Präzession als „mindestens 1 ^{o}/ Jahrhundert“ angibt. Aus den Ptolemäischen Messungen, verglichen mit Hipparch, ergibt sich 1 ^{o} / Jahrhundert, aus den anderen 1.4 ^{o}/ Jahrhundert oder 50 "/ Jahr. Der Verdacht, dass Ptolemäus einfach den Wert 1 ^{o} / Jahrhundert bei flüchtigem Lesen von Hipparch abgeschrieben hat und so die Zeitpunkte der Tag- und Nachtgleichen berechnet hat statt sie zu messen, erhärtet sich bei genauerem Hinsehen (siehe dazu van der Waerden). Wir haben nun bereits zwei Beispiele, dass Ptolemäus gefälscht hat (die Venusbahn und die Präzession). Eine dritte Fälschung wird uns beim Mond begegnen.

Kopernikus allerdings wagte nicht, die Messungen von Ptolemäus anzuzweifeln, sondern nahm sie für bare Münze. Er entwickelte ein Modell der Präzession, bei dem sich gleichzeitig die Schiefe der Ekliptik ändert.

Er fand eine Schiefe von 23 ^{o} 28 1/2 ' (dieser Wert ist um 1.5 ' nach oben zu korrigieren, da damals die gemessene Sonnenhöhe irrtümlicherweise auf eine Sonnenparallaxe von 3 ', 1/20 der Mondparallaxe, korrigiert wurde). Ptolemäus übernahm den Wert des Eratosthenes von 23 ^{o} 51 ' 20 ", den er auch Hipparch zuschrieb, Albategnius fand 23 ^{o} 26 ', Arzachel 190 Jahre später 23 ^{o} 34'. Die richtigen Werte sind 23 ^{o} 30 1/2 ' zur Zeit von Kopernikus und 23 ^{o} 43 ' für die Zeit von Hipparch, dazwischen eine annähernd lineare

Abnahme. Die Schiefe der Erdachse ändert sich theoretisch zwischen 21 ^{o} 55 ' und 28 ^{o} 18' mit einer Periode von etwa 40000 Jahren wegen der Störung der Erdbahnebene durch die anderen Planeten.

Etwas überraschend ist, dass Hipparch, der ein sehr genauer Beobachter war, sich um 8 ' getäuscht haben soll. Rechnet man aber aus seinen Angaben der Auf- und Untergangszeiten von einzelnen Sternen und der gleichzeitig auf- und untergehenden Grade der Ekliptik nach (aus der einzigen von ihm erhaltenen Schrift, dem Aratoskommentar), so erhält man für die Schiefe der Ekliptik 23^o 43 ' ± 3', wie uns van der Waerden mitteilt.

Doch zurück zu Kopernikus. Sein Modell für die Bewegung der Erdachse ist eine leicht schlingernde Bewegung in Form einer Acht (8) auf dem Präzessionskegel, mit einer Tiefe von 2 ^{o} 20 ' und einer Breite von 48 ' bei einer Umlaufzeit um die Acht von 3434 Jahren. Die Schiefe der Ekliptik ändert sich also periodisch um ± 24'. Aus der vorigen Diskussion dürfte dem heutigen Leser klar sein, dass dieses Modell auf wackligen Füßen steht.

Eine weitere Veränderung in der Erdbahn hat Kopernikus festgestellt durch eigene Messungen, nicht nur der Tag- und Nachtgleichen und der Solstitien, sondern — wohl zum ersten Mal — auch der in der Mitte dazwischenliegenden Orte, die sich genauer als die Solstitien bestimmen lassen. Er findet für die Exzentrizität der Erdbahn 1/31 statt 1/24 bei Hipparch, und für die Lage des sonnenfernsten Punktes, des Aphels, 6 2/3 ^{o} nach der Sommersonnwende statt bei Hipparch 24 1/2 ^{o} davor. Von diesen 31 1/3 ^{o} kommen 23 ^{o} auf die Präzession, der Rest ist ein Vorrücken des Aphels gegenüber dem Fixsternhimmel. Tycho mit seinen genaueren Instrumenten findet das Aphel 5 1/2 ^{o} nach der Sommersonnwende und eine Exzentrizität von 0.03584. Die heutigen Werte sind: für das Vorrücken des Aphels gegenüber den Fixsternen 0.32 ^{o}/ Jahrhundert und für die Exzentrizität 2 *0.0167= 0.0334.

Die Ursachen für das Vorrücken des Aphels bleiben auch für Kepler noch im Dunkel. Die Tatsache an sich war aus der Mondbahn bekannt; ein Umlauf der Apsidenlinie dauert dort nur 8.85 Jahre. Auch die Bahnen andrer Planeten zeigen diesen Effekt. Beim Mars fand Kepler aus den Daten von Tycho für das Vorrücken des Aphels seit Ptolemäus 5 ^{o} 11', während Kopernikus 10 ^{o} 50' angibt. Vermutlich liegt der Fehler bei Kopernikus in der schlecht bestimmten Opposition des Mars von 1512, wozu sein eigener Messfehler und die mit einem großen Fehler behaftete Position des Sterns Antares im Sternkatalog von Ptolemäus beitragen.

Das Vorrücken des Aphels hat seinen Grund in der Störung der Bahn durch andere Himmelskörper. Beim Mond ist die Störung durch die Sonne besonders groß.

2.2.2. Die Mondbahn

Bei Ptolemäus ist die Mondbahn eine Überlagerung von zwei Bewegungen. Die erste ist die Bewegung eines Epizykels auf einem Kreis (vgl. Abb. 1.0.2). Der Radius r dieses Epizykels wurde von Apollonius aus drei Mondfinsternissen bestimmt,in derselben Weise, wie man die Exzentrizität der Erdbahn aus drei Punkten bestimmt. Apollonius erhielt den Wert r=0.1039. Hipparch fand jedoch heraus, dass damit Mond- und Sonnenfinsternisse richtig beschrieben werden, dass aber bei Halbmond größere Abweichungen von der mittleren Bewegung vorkommen als es nach dem Epizykelmodell sein dürfte, nämlich maximal 7.5 ^{o} statt maximal 5 ^{o}. Um diese „Evektion“ zu beschreiben, führte Ptolemäus eine zweite Epizykelbewegung ein, allerdings nicht besonders geschickt. Seine Konstruk-

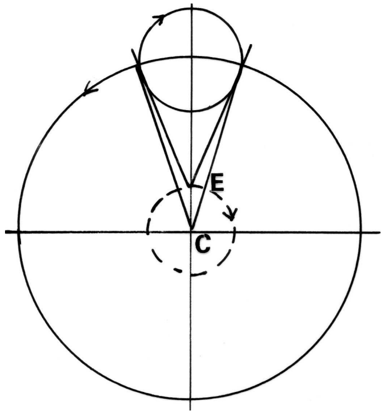


Abbildung 2.2.2.: Modell der Evektion des Mondes von Ptolemäus. Der Mond bewegt sich auf einem Epizykel, dessen Radius eine maximale Abweichung von einer gleichmäßigen Bewegung von $\pm 5^o$ gestattet. Dies erklärt die Zeitpunkte der Mondfinsternisse. Um gleichzeitig die maximale Abweichung von $\pm 7.5^o$ bei Halbmond zu erklären, wird angenommen, dass das Zentrum der Mondbahn mitsamt der ganzen Bahn auf einem zweiten Kreis in einem halben Monat um die Erde läuft. In einem System, in dem das Zentrum der Mondbahn C ruht, läuft also die Erde E zweimal im Monat um dieses Zentrum. Dann sind die maximalen Elongationen bei Halbmond wie in der Abbildung gezeigt, bei Vollmond und Neumond aber wie von C aus. Allerdings variiert der Abstand Erde– Mond um einen Faktor 2.

tion ist in Abb. 2.2.2 angedeutet. Um von der Erde E aus eine maximale Abweichung von 7.5 ^{o} in dem Epizykel zu bekommen, stellte er die Erde E auf der Apsidenlinie nicht in den Mittelpunkt C der Mondbahn, sondern exzentrisch, im Abstand r' =0.21 von C. Damit bei Vollmond die maximale Abweichung von 5 ^{o} erhalten bleibt, dreht sich die Linie EC zweimal so schnell wie der Epizykelmittelpunkt. Dadurch ändert sich aber die maximale und minimale Entfernung des Mondes von der Erde zwischen 1-(r+r') und 1+(r+r'), d.h. um einen Faktor 1.9.

Dass diese Erklärung falsch sein muss, ist, wie gesagt, schon Regiomontanus aufgefallen. Die Lösung von Kopernikus ist ein doppelter Epizykel oder, äquivalent damit, ein Epizykel auf einem exzentrischen Kreis (Abb. 2.2.3). Durch den doppelten Epizykel werden die maximalen Abweichungen größer; mit Radien von 0.1097 und 0.0223 in Einheiten des Deferentenradius erhält man den gewünschten Effekt, vorausgesetzt, der kleine Epizykel dreht sich zweimal im Monat um seine Achse und steht so, dass bei Neumond und Vollmond die Mittelpunkte der Epizykel von der Erde aus in einer Linie liegen. Das lässt sich machen. Allerdings wird es für die Vorstellung etwas schwierig, da die Apsidenachse und die Richtung zur Sonne nicht die gleiche Umlaufzeit haben:

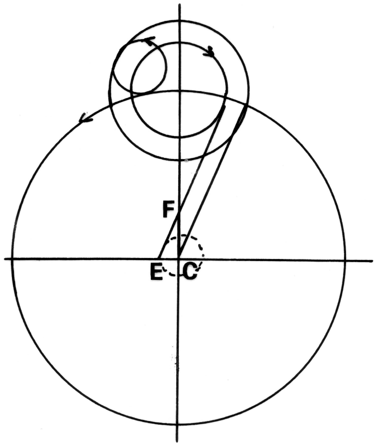


Abbildung 2.2.3.: Die Lösung des Mondproblems von Kopernikus durch einen zweiten Epizykel. Sie entspricht einer Variante des Modells von Ptolemäus, bei der die Phasenlage des zweiten Epizykels um 90 ^{o} verändert ist. Dadurch ändert sich die Mondentfernung nur wenig.

die Apsidenachse bleibt in erster Näherung im Raum konstant, die Richtung zur Sonne beschreibt einen Kreis mit einer Umlaufszeit von einem Jahr. Die beiden Richtungen laufen also auseinander; die Phase der mit der Apsidenachse verknüpften Korrektur an der gleichmäßigen Kreisbewegung ändert sich in einem auf Neumond und Vollmond als 0^0 und 180 ^{0} bezogenen System. Die Korrektur durch den Epizykel, die Evektion, muss also die entgegengesetzte Phasenverschiebung haben, damit die Schwebung, die durch die beiden verschiedenen Frequenzen entsteht, mit der synodischen Umlaufzeit, also der Zeit zwischen zwei Vollmonden, übereinstimmt.

Bei diesem Modell von Kopernikus, also dem doppelten Epizykel oder dem Epizykel auf einem exzentrischen Kreis, ändert sich der Abstand des Mondes von der Erde nur wenig, zwischen 30 ' und 32 ', in ungefährer Übereinstimmung mit der Erfahrung. Außerdem kann die Bewegung auf dem zweiten Epizykel gleichmäßig bleiben, ein weiterer, für Kopernikus sogar ausschlaggebender Gesichtspunkt. Ptolemäus musste nämlich, um die sonst unvermeidliche große maximale Winkelabweichung in den Oktanten (bei Viertel- und Dreiviertelmond) zu vermeiden, eine ungleichmäßige Bewegung auf dem zweiten Epizykel postulieren.

Der aufmerksame Leser wird sich vielleicht fragen, wieso die Idee von Kopernikus nicht auch auf eine Variante der von Ptolemäus vorgeschlagenen Weise realisiert werden kann, nämlich durch einen Kreis, dessen Mittelpunkt eine kleine Kreisbewegung um die Erde vollführt. Schließlich kommt es auf dasselbe heraus, ob man einem Punkt auf dem Kreisaumfang eine zusätzliche Bewegung durch einen Epizykel erteilt oder die ganze Kreisscheibe diesen Epizykel vollführen lässt. Das Argument ist völlig korrekt. Ptolemäus hätte auch dieses Modell vorschlagen können, bei dem nur die Phasenlage der Epizykelbewegung anders ist. Diese von Ptolemäus nicht gefundene Lösung ist in Abb. 2.2.3 skizziert. Ptolemäus hätte sich so die unschöne Konsequenz der gewaltigen Änderung der Monddistanz erspart. Die Geschichte wäre dann vermutlich etwas anders verlaufen. Kleine Ursachen, große Wirkungen.

Es ist nun an der Zeit, etwas über die Ursachen der Evektion zu sagen, auch wenn dies für Kopernikus kein Thema war, selbst für Tycho noch nicht. Erst Kepler stellte sich die Frage, welche Kräfte für die Mondbewegung zuständig sind, und er kommt zu dem Schluss, dass eine ähnliche Kraft von der Erde auf den Mond wirkt wie von der Sonne auf die Planeten, und dass die Linie Sonne - Erde - Mond bei Vollmond und Neumond für die Kraftübertragung eine bevorzugte Stellung einnimmt. Sein klar ausgesprochenes Urteil ist, dass man zuerst die Bewegung eines Planeten um die Sonne verstehen müsse, wo man es nur mit zwei Körpern zu tun hat, bevor man ein Dreikörperproblem behandeln kann.

Um die Mondbewegung qualitativ zu verstehen, genügt es, zu wissen, dass Anziehungskraft und Zentrifugalkraft sich jeweils die Waage halten. Gäbe es die Anziehungskraft der Erde nicht, so würde der Mond in gleicher Entfernung von der Sonne neben der Erde her um die Sonne laufen. Entfernt er sich von dieser mittleren Bahn nach außen, so holt ihn die Anziehungskraft der Sonne zurück, geht er nach innen, so bringt ihn die Zentrifugalkraft wieder in die richtige Entfernung. Die von der Sonne ausgeübte Kraft zwingt ihn also auf die mittlere Bahn zurück. Berücksichtigt man nun die Kraft, die von der Erde auf den Mond ausgeübt wird, so wird er nach den Keplerschen Gesetzen eine elliptische Bahn um die Erde ausführen, deren Exzentrizität, wie im Altertum geschehen, aus drei Punkten, z.B. Mondfinsternissen, bestimmt werden kann. Diese elliptische Bahn wird nun durch die Sonne gestört. Von Neumond bis Halbmond wird der Mond zusätzlich beschleunigt, von dort bis Vollmond verzögert, dann wieder bis Halbmond beschleunigt, dann wieder verzögert. Im Ergebnis wird man eine Bewegung vermuten, die periodische Abweichungen von einer einfachen Bahnellipse zeigt, und zwar erstens mit einer Periode von einem halben Monat, weil dies die Periodizität der Zusatzkraft ist, und zweitens mit einer Periode von einem Monat, gemäß der Symmetrie außen – innen. Ungefähr einem Monat, denn die Störung ist periodisch mit der Zeit zwischen zwei Vollmonden, dem synodischen Monat, die Umlaufzeit ist aber der siderische Monat.

Diese qualitativen Vermutungen werden durch die Rechnung bestätigt. Die Störung mit der Periode von einem synodischen Monat ergibt die bereits besprochene Evektion. Sie hat eine zusätzliche Phasendifferenz, denn, verglichen mit der Apsidenlinie kommt die Störung durch die Sonne jeden Monat etwas später, die Reaktion darauf also noch später. Die Periode der Evektion ist daher $T_s+(T_s-T_a)$, wenn $T_s = 29.53$ Tage die Dauer des synodischen Monats und $T_a = 27.554$ Tage die Dauer des anomalistischen Monats, d.h. der Zeit zwischen zwei Durchgängen durch den erdnächsten Punkt ist. Die andere vermutete Störung mit einer Periode von einem halben Monat gibt es ebenfalls. Sie heißt Variation; ihre Amplitude ist $0.7\,^0$. Sie ist Null sowohl bei Vollmond und Neumond wie bei Halbmond. Sie wurde erst bei den systematischen Messungen des Mondlaufs von Tycho entdeckt. Vermutlich war aber, wie wir sehen werden , der Erste, der sie gemessen hat, Hipparch. Tychos Modell für die Variation ist ein zusätzlicher Epizykel, entsprechend der Idee des Ptolemäus.

Es liegt auf der Hand, dass diese Epizykeln, die so konstruiert sind, dass sie die zeitlichen Abweichungen von einer gleichmäßig durchlaufenen Kreisbahn wiedergeben, nicht notwendigerweise auch den richtigen Abstand des Mondes beschreiben. In der Tat hat sich Kepler die Mondbahn nach Tycho aufgezeichnet und gefunden, dass sie höckerig ist. Nun ja, wer weiß, ob das nicht sein kann.

In der modernen Analyse fasst man den Abstand des Mondes von der Erde und seinen Ort am Himmel als getrennte periodische Funktionen auf und wendet einen Satz aus der Mathematik an, dass jede periodische Funktion in harmonische, d.h. Sinuswellen zerlegt werden kann. Die Oberwellen, die den Charakter eines Tons bestimmen, wie man aus der Akustik weiß, spielen hier so gut wie keine Rolle. Oberwellen bei einer Ellipsenbahn, ein Thema, das Kepler fasziniert hätte! Die Konstruktion der Epizykel ist sozusagen eine Vorform der harmonischen Analyse. In beiden Fällen handelt es sich um eine Beschreibung der Bewegung; man erhält damit noch nicht ein Verständnis ihrer Ursachen. Sowohl für Ptolemäus wie für Kopernikus war das Ziel eine zutreffende Beschreibung. Erst Kepler wollte die Ursachen der Bewegung, das heißt die zugrunde liegenden Kräfte verstehen.

Kopernikus verifizierte sein Modell der Mondbewegung an antiken und auch an eigenen Beobachtungen und fand gute Übereinstimmung. Es ist ja ein Phänomen an sich, dass in der Astronomie Jahrtausende ein kleiner Zeitraum sind, der leicht überschaubar ist. Gerade deshalb ist es aufschlussreich, genauer hinzusehen.

Eine antike Mondbeobachtung, die Kopernikus zitiert, ist von Hipparch am 17. Tag des ägyptischen Monats Payni im Jahr 197 nach dem Tod Alexanders des Großen nachmittags 3 1/3 Uhr angestellt. Er fand den Mond in einer Entfernung von 48 1/10 ^{0} von der Sonne. Die Konstellation ist sorgfältig ausgewählt, nämlich so, dass der Mond im höchsten Punkt der Ekliptik stand. Dann wirkt sich die Parallaxe nicht auf seine Position entlang der Ekliptik aus. Die Parallaxe ist eine Verschiebung der Mondposition am Himmel gegenüber der Position, die der Mond hätte, wenn man ihn vom Erdmittelpunkt aus sähe, bedingt durch die relativ kleine Entfernung des Mondes von etwa 60 Erdradien. Durch diese Parallaxe erscheint der Mond immer etwas tiefer als vom Erdmittelpunkt aus. Der Effekt ist am größten in Horizontnähe, wo er immerhin zwei Monddurchmesser, etwa 60 ' ausmacht. Die Messung der Mondparallaxe ist ein weiterer Punkt, der uns gleich noch beschäftigen wird. Die Beobachtung von Hipparch ist also 196 ägyptische Jahre (zu je 365 Tagen), 286 Tage und 3 1/3 Stunden nach dem Tod Alexander des Großen angestellt. Rechnet man im Julianischen Kalender, so ist dies der 7. Juli -126 (125 Jahre v. Chr.), nachmittags 13 ^{h} 30 ^{m} UT (Weltzeit). Kopernikus rechnet nun nach seinem Modell der Mondbewegung die Position von Sonne und Mond für diesen Zeitpunkt aus und findet bis auf 9 ' Übereinstimmung mit der Beobachtung. Ein exzellentes Ergebnis, vergleichbar mit der Beobachtungsgenauigkeit. Etwas überraschend ist es für uns aber doch. Denn die Variation, die Kopernikus nicht kennt, hat in dieser Stellung des Mondes, ziemlich genau zwischen Neumond und Halbmond, ihr Maximum, 0.7 ^{0} = 42'. Die Beobachtungen von Hipparch sind die genauesten, die wir aus der Antike kennen. Der mittlere Beobachtungsfehler ist etwas kleiner als 10 '. Es ist also unwahrscheinlich, dass sich Hipparch um 42' vertan hat. Die Rechnung von Kopernikus ist andrerseits auch sehr genau, und er führt sie in allen Schritten vor. Wie kann es sein, dass er ohne Berücksichtigung der Variation zum richtigen Ergebnis kommt? Dazu muss man sich natürlich die Rechnung genau ansehen, was wir hier nicht tun wollen. Kurz, des Rätsels Lösung ist vermutlich : Kopernikus hat, wie schon Ptolemäus, die 3 1/3 Stunden nach Mittag umgerechnet von Tageslichtstunden auf Äquinoktialstunden und kommt so auf 4 h nachmittags. In diesen zusätzlichen 40 min bewegt sich der Mond um 20'; die Diskrepanz verkleinert sich entsprechend. Welche Art Stunden Hipparch angibt, steht nicht da. Wie wird er die Zeit gemessen haben? Vermutlich mit einer Sonnenuhr oder einer gleichmäßig verlaufenden Uhr, z.B. einer Sanduhr oder einer Wasseruhr. Es ist sehr unwahrscheinlich, dass sich seine Zeitangabe auf Tageslichtstunden bezieht, denn diese ergeben sich immer erst aus einer Berechnung und sind in der Astronomie völlig nutzlos (ein Tag hat von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang 12 Tageslichtstunden). Außerdem verändert Kopernikus stillschweigend die von Hipparch angegebene Position der Sonne um 14'. Damit verändert sich der Abstand von Sonne und Mond um insgesamt 34'; es bleibt also die von ihm konstatierte Diskrepanz von 9'.

Auch auf die Frage, wie kommt Ptolemäus darauf, bei Hipparch Tageslichtstunden anzunehmen, gibt es eine Antwort, aber es wäre zu viel der Ehre, darauf einzugehen.

Diese Details wurden hier geschildert, weil man bei einem solchen Blick hinter die Kulissen einen Einblick in den Arbeitsalltag eines Wissenschaftlers erhält. Es gibt immer kleine Diskrepanzen zu dem, was man erwartet. Das hat verschiedene Gründe: zum einen die unvermeidlichen Messfehler, zum andern die Näherungen, die man bei theoretischen Voraussagen macht. Die große Kunst besteht darin, zu erkennen, ob eine Diskrepanz signifikant ist oder nicht. Kepler fand, wie wir sehen werden, nach jahrelanger Arbeit eine Diskrepanz von 8', die mit der Messgenauigkeit von etwa 1' in den Daten von Tycho nicht zu vertreten war. Diese 8 Bogenminuten haben, wie er sagt, die ganze Astronomie revolutioniert.

Auch Kopernikus fand, wie wir sahen, eine Diskrepanz, die er nur mühsam kaschierte. Sie lässt sich aus seinen Angaben leicht rekonstruieren. Was hätte er tun sollen? Seine Theorie abändern auf Grund einer einzigen Messung, die nicht passt? Der nächste Schritt in einem solchen Fall ist klar: man braucht zusätzliche Messungen. Das ist aber leichter gesagt als getan. Um die Messung von Hipparch zu verifizieren, hätte er eine Armillarsphäre oder ein entsprechendes Instrument haben müssen. Aufgaben für einen Nachfolger.

Eine weitere Diskrepanz im Mondlauf ist in Kopernikus' eigenen Beobachtungen zu finden. Sie dürfte ihm nicht ganz entgangen sein. Es ist die Bedeckung des Sterns Aldebaran durch den Mond, die er zusammen mit Novara im Jahre 1497 in Bologna gemacht hat. Der Zeitpunkt ist genau festgehalten : der 26. Grad des Skorpions ging gerade auf, gegen Ende der fünften Stunde der Nacht (23 h). Der Mond hatte eine Zenithdistanz von 83 ^{0}, so dass seine Parallaxe nahezu 60 ' beträgt. In der Tat verwendet Kopernikus diese Beobachtung zur Bestimmung der Mondparallaxe. Die scheinbare Position des Monds am Himmel ergibt sich aus der Position des Aldebaran, die wirkliche Position aus dem Zeitpunkt der Beobachtung und der Theorie der Mondbewegung. Aus der Differenz erhält man die Parallaxe, für welche Kopernikus 1 ^{0} angibt, von dem 50 ' auf die ekliptikale Länge und 30 ' auf die Breite entfallen. Die von Kopernikus in der Theorie der Mondbewegung nicht berücksichtigte Variation beträgt in diesem Fall 0.4 ^{0} = 25 ', was die Parallaxe erheblich verändern würde. Hier mag ihm vielleicht ein Rechenfehler zu Hilfe gekommen sein: er gibt für die gleichmäßige Bewegung des Mondes gegenüber der Sonne 74 ^{0} an, während nach seinen eigenen Unterlagen 73.6 ^{0} herauskommt. Es ist allerdings nicht wahrscheinlich, dass er sich bei der Rechnung, die nur aus einer Multiplikation und einer Addition besteht, vertan hat.

Nun ist die Messung der Monddistanz ein so wichtiger Punkt in der Auseinandersetzung mit Ptolemäus, dass Kopernikus sich nicht auf die zuletzt genannte Beobachtung beschränken wollte, schon deshalb, weil sich die mit Unsicherheiten behaftete Bewegung entlang der Mondbahn in diesem Fall stark auf die Parallaxe auswirkt, denn die Ekliptik, also auch die Mondbahn, verläuft an einem Märzabend in Europa sehr steil zum Horizont. Um den tiefstehenden Mond in einem horizontal verlaufenden Bahnstück vermessen zu können, muss man am besten einen Zeitpunkt wählen, in dem er im Süden steht und im Zeichen des Schützen oder des Steinbocks. Kopernikus führt zwei Messungen an, in denen diese Bedingungen erfüllt sind : am 27. Sept. 1522 bei Sonnenuntergang und am 7. Aug. 1524 ebenfalls nachmittags 6 Uhr. Die theoretische Zenithdistanz des Mondes war bei der ersten Messung 82 ^{0}, die beobachtete 82 ^{0} 50 '; bei der zweiten Messung waren die Werte 80 ^{0} 55' und 81 ^{0} 55 '. Die Horizontalparallaxe ist also jeweils der Unterschied, 50' bzw. 60'. Nach der Theorie des Ptolemäus hätten sich laut Kopernikus im ersten Fall 77', im zweiten 98' ergeben müssen. Nun kommt aber der clou! Ptolemäus hat nämlich angeblich dasselbe gemacht, seine Theorie durch die Beobachtung getestet. Er fand unter ähnlichen Bedingungen für die Stellung von Sonne und Mond eine vertikale Verschiebung des Mondes um 67' bei einer theoretischen Zenithdistanz des Mondes von 50 ^{0}. (Da Alexandria eine geographische Breite von 31 ^{0} hat, steht der Mond im Süden nie so tief, wie es für eine Messung der Parallaxe eigentlich wünschenswert wäre). Der richtige Wert ist 45' statt 67'. Ptolemäus hätte sich also um 22' vermessen, d.h. er hätte einen Punkt anvisiert, der deutlich außerhalb der Mondscheibe liegt. Das ist nicht plausibel. Nach allem, was wir hier von Ptolemäus gehört haben, ist zu vermuten, dass die Messung glatt erfunden ist. Kopernikus zitiert die Messung, enthält sich aber jeglichen Kommentars.

2.2.3. Die Bahnen der äußeren Planeten

Der entscheidende Gedanke zum Verständnis der komplizierten Schleifen, welche die Planeten Mars, Jupiter und Saturn am Himmel vollführen, ist natürlich die Idee von der Bewegung der Erde um die Sonne. Rechnet man diese Bewegung heraus, so bleiben für die äußeren Planeten, wie für die Erde, exzentrische Kreise um die Sonne. Es bleibt aber ein Schönheitsfehler in diesen Bahnen: sie werden nicht gleichmäßig durchlaufen, sondern so, dass die Bewegung vom Ausgleichspunkt aus gleichmäßig erscheint. An dieser Konstruktion haben sich sowohl Kopernikus wie Kepler gestoßen. In dem doppelten Epizykel der Mondbahn hatte nun Kopernikus ein Beispiel gefunden, wie man gleichmäßige Kreisbewegungen so kombinieren kann, dass eine bestimmte ungleichmäßige Bewegung entsteht. Lässt sich dieses Prinzip nicht auch auf die Planetenbahnen anwenden? Natürlich lässt es sich; der Radius des zweiten Epizykels, oder des Epizykels auf dem Exzenter, muss so gewählt werden, dass die Bewegung vom Ausgleichspunkt aus gleichmäßig erscheint. Der Ausgleichspunkt liegt gleich weit vom Bahnmittelpunkt entfernt wie die Sonne, bzw. bei Kopernikus der Weltmittelpunkt.

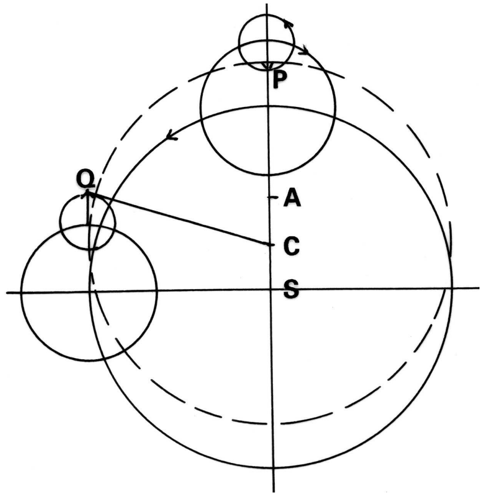


Abbildung 2.2.4.: Modell einer Planetenbahn bei Kopernikus. Der Planet P läuft in einem kleinen Kreis mit Radius b um einen Punkt, der selbst auf einem Epizykel mit dreifach größeren Radius a sitzt. Die Umdrehungszeit auf dem kleinen Epizykel ist halb so groß wie die Umlaufzeit auf den beiden anderen Kreisen. Dadurch ergibt sich eine Bahn mit einem Mittelpunkt C, der um b-a vom Zentrum S des Deferenten entfernt ist mit einem Ausgleichspunkt A, der von S den Abstand b+a hat. Die Bahn ist nicht mehr streng kreisförmig, da der Punkt Q außerhalb des Kreises um C liegt.

Der Radius des zweiten Epizykels ist dann gleich der halben Exzentrizität oder gleich 1/4 der Entfernung Weltmittelpunkt – Ausgleichspunkt, oder auch gleich einem Drittel des Radius des ersten Epizykels (siehe Abb. 2.2.4). Die entstehende Bahn des Planeten ist nun nicht mehr genau kreisförmig, worauf Kopernikus ausdrücklich hinweist, sondern von der Apsidenlinie etwas nach außen ausgebeult. Kepler zitiert diese Konstruktion; auch er findet eine ähnliche Abweichung vom Kreis, aber nach innen. Die Umdrehungsdauer des kleinen Epizykels ist halb so groß wie die des großen. Die Parameter der Planetenbahn sind also, wie bisher, die Exzentrizität und die Richtung der Apsidenachse. Beide lassen sich durch die Beobachtung von drei Bahnpunkten festlegen, wie bei der Bahn der Erde (bzw. der Sonne). Um die Stellung des Planeten von der Sonne (bzw. dem Weltmittelpunkt) aus zu kennen, benützt man Konstellationen, in denen der Planet von der Erde aus genau entgegengesetzt zur Richtung der Sonne
(bzw. des Weltmittelpunkts) steht, also Oppositionen. Kopernikus hat also jeweils drei Oppositionen der äußeren Planeten selbst beobachtet und die Bahnparameter mit denen von Ptolemäus verglichen. Die Details brauchen hier nicht geschildert zu werden. Die Rechnungen sind etwas umständlicher als bei Ptolemäus, wie überhaupt die genaue Berechnung einer Planetenbahn wegen des doppelten Epizykels recht kompliziert wird.

Merkwürdigerweise fügen sich die Erdbahn sowie die Bahnen der inneren Planeten bei Kopernikus nicht in dieses Schema ein. Die Erdbahn haben wir schon diskutiert. Sie hat weder bei Ptolemäus noch bei Kopernikus einen besonderen Ausgleichspunkt; der Bahnmittelpunkt (der Weltmittelpunkt!) ist gleichzeitig der Ausgleichspunkt. Kepler sah darin, wohl als Erster, eine Inkonsistenz, noch bevor er sich daran machen konnte, diese nachzuweisen. Die Bahn des Merkur ist schon bei Ptolemäus sehr verworren, ihre Ebene schlackert. Kopernikus hat dem so gut wie nichts hinzuzufügen, da er den Merkur in Frauenburg nie selbst messen konnte (vielleicht nicht einmal beobachten ?). Auch die Marsbahn hat bei Kopernikus keine konstante Neigung. Aus den Angaben von Ptolemäus entnimmt er, dass die Breite bei Konjunktion von Sonne und Mars, soweit man das aus Messungen extrapolieren kann, nur 0.5 ^{o} beträgt, während die gemessenen Breiten in Opposition zur Sonne mit einer Bahnneigung von 1^o 51 ' kompatibel sind. Also schließt er, dass die Bahnneigung variiert. Die Bahn der Venus ist schließlich bei Kopernikus so merkwürdig, dass wir nicht umhin können, darauf einzugehen.

2.2.4. Die Venusbahn

Über die Bestimmung der Venusbahn durch Ptolemäus ist ausführlich berichtet worden. Auch, wenn die Messungen fingiert sind, und nicht einmal das Verfahren funktioniert, so stimmen doch die Werte für Exzentrizität, Bahnradius und Apsidenlinie einigermaßen, weil sie vermutlich aus anderen Quellen stammen. Exzentrizität, Apsidenlinie und die Lage des Ausgleichspunkts sind Merkmale des Deferenten der Venusbahn; der Epizykel ist ein gleichmäßig durchlaufener Kreis.

Wie man dieselbe Bewegung im heliozentrischen System darstellt, hatten wir an Abb. 1.2.1 gezeigt. Bei dieser Umdeutung ist Kopernikus aber einem hartnäckigen Vorurteil zum Opfer gefallen — nämlich, dass Mittelpunkt und Ausgleichspunkt der Erdbahn zusammenfallen —, vielleicht, weil er dem Konzept des Ausgleichspunkts ohnehin misstraute. Der Punkt der Erdbahn, der um ein Vierteljahr, also 90 ^{o}, von dem Datum entfernt liegt, an dem der Deferent der Venusbahn auf der Apsidenlinie steht, ist für Kopernikus vom Mittelpunkt der Erdbahn aus in einer Richtung 90 ^{o} zur Apsidenlinie, entsprechend Abb. 1.2.1 b. Denn der Erde im geozentrischen Weltbild entspricht im heliozentrischen System der Weltmittelpunkt, das ist der Mittelpunkt der Erdbahn. Die Position der Sonne S, besser gesagt der Mittelpunkt der Venusbahn, liegt dann von der Erde aus in einem bestimmten Winkel (AES) zur eben genannten Linie; an diesem Winkel hat sich durch die Umdeutung nichts geändert. Der Mittelpunkt S der Venusbahn liegt also jetzt doppelt so weit vom Weltmittelpunkt C entfernt als in der Konfiguration, in welcher die Erde auf der Apsidenlinie steht. Der Punkt S hat sich also verschoben; in einem Vierteljahr ist er vom Mittelpunkt der Strecke CS nach S gewandert. In einem halben Jahr durchläuft er einen kleinen Kreis, in einem Jahr durchläuft er den Kreis zweimal.

Man kann sich denken, dass Kopernikus mit dieser Interpretation nicht besonders glücklich war. Möglicherweise hat er auch deshalb mit einer Publikation seines Werks gezögert.

Hat Kepler den Fehler bemerkt? Er ist ja sehr stolz auf seinen eigenen Nachweis, mit Hilfe der Marsbahn, dass auch der Erdbahn ein vom Mittelpunkt verschiedener Ausgleichspunkt zukommt. Hat er nicht bemerkt, dass dies eigentlich schon aus Venusbeobachtungen seit alters im Prinzip bekannt war? Er äußert sich dazu nur in aller Kürze:
„Ich sagte oben, dass Ptolemäus aus den Beobachtungen geschlossen hat, die Exzentrizität der drei oberen Planeten sei zu halbieren. Kopernikus hat dies ebenso gemacht. Auch die Marsbeobachtungen von Tycho legen es nahe. Nun ist es auch in der Theorie der Erde erwiesen. Nichts hindert uns, es auch für Venus und Merkur anzunehmen. Ja, ich halte es für erwiesen, dass hierdurch die Meinung entstanden ist, die Mittelpunkte der Exzenter dieser Planeten liefen jährlich in einem kleinen Kreis herum".

Im übrigen fällt auf, dass Kopernikus keine eigenen Messungen der Venus erwähnt, außer einer Bedeckung durch den Mond am 12.3.1529, aus der er in Verbindung mit einer Beobachtung von Timocharis eine sehr genaue Bestimmung der siderischen Umlaufzeit erhält. Es ist anzunehmen, dass er auch sonst Venusbeobachtungen gemacht hat, denn er erwähnt, dass die Distanz der Mittelpunkte von Erd– und Venusbahn sich seit der Zeit des Ptolemäus von 0.0416 auf 0.0350 verringert habe. Wenn er sich über Einzelheiten in Schweigen hüllt, so kann das den Grund haben, dass ihn der von Ptolemäus aufgelegte Schwindel dermaßen irritierte, dass er keine Möglichkeit sah, alle Daten unter einen Hut zu bringen.

3. Tycho de Brahe

Die „kopernikanische Revolution“, wie sie später genannt wurde, des abendländischen Denkens in der Renaissance wäre wohl eine vorübergehende Erscheinung geblieben, wenn sie sich nicht hätte auf neue, in der Tat umwälzende Erkenntnisse stützen können. Dass diese zuerst aus der Astronomie kommen, ist kein Zufall. Es gibt keine gesicherten Erkenntnisse außerhalb der Mathematik, und die Bewegungen der Himmelskörper sind diejenigen Phänomene der Natur, die in eindrucksvollster Weise einer mathematischen Beschreibung folgen.

Nun zeigte sich schon bald nach Bekanntwerden der *revolutiones* des Kopernikus, das heißt bald nach seinem Tode, dass auch die mit seinen Angaben durchgeführten Rechnungen nicht gut mit der Wirklichkeit übereinstimmen, zwar besser als die Alphonsinischen Tafeln, aber nicht wirklich zufriedenstellend. Allenthalben unter den Astronomen war die Ansicht, die schon Kopernikus gegen Ende seines Lebens vertreten hatte, weiter komme man nur durch genauere Messungen. Derjenige, der sich genaue Messungen zur Lebensaufgabe machte und damit letzten Endes der kopernikanischen Revolution zum Durchbruch verhalf, war Tycho de Brahe [6, 7], der „König unter den Astronomen“ (F.W. Bessel).

Tyge, wie die dänische Fassung seines Vornamens lautet, wurde am 14. Dezember 1546 als ältester Sohn von Otto de Brahe in eine Familie von altem dänischen Adel geboren. Er wuchs aber im wesentlichen, gemäß einem Familienabkommen, bei seinem kinderlosen Onkel Jorgen de Brahe auf. Mit 13 Jahren wurde er an der Universität Kopenhagen immatrikuliert. Dort interessierten ihn vor allem naturwissenschaftliche Studien; 1560 erstand er für zwei Taler die Werke des Ptolemäus in einer lateinischen Ausgabe (Basel 1551), die er sein Leben lang behielt. Drei Jahre später wechselte er an die Universität Leipzig, in Begleitung eines etwas älteren Jungen aus dem Bekanntenkreis der Familie. Dort beobachtete er die Konjunktion von Jupiter und Saturn am 17. August 1563 mit einem selbsterdachten Instrument, einem Zirkel, den er vor das Auge hielt, so dass die Spitzen auf die beiden Planeten wiesen. Diese Beobachtungen setzte er fort, da der Zeitpunkt der Konjunktion weder von den Alphonsinischen noch von den Prutenischen Tafeln richtig vorhergesagt wurde. Später, im Mai des folgenden Jahres, verwandte er dazu das herkömmliche Instrument, einen Jakobsstab von 1m Länge, mit einem halb so langen Querstab, nicht ohne sich Gedanken über die Korrekturen für die Parallaxe zu machen. Als im Juni 1565 sein Ziehvater Jorgen starb, nahm ihn ein andrer Onkel, Steen Bille, in seine Obhut, offenbar derjenige in der Familie, der für die Neigungen des Jungen am meisten Verständnis hatte. Jorgen Brahe hatte sich eine tödliche Erkältung zugezogen, als er im Gefolge des Königs Frederick II bei einem kleinen Unfall vor dem Kopenhagener Schloss den König aus dem Wasser rettete. Tycho vertiefte seine Studien in Wittenberg und Rostock. Im Mai 1568 versprach ihm der König durch ein Schriftstück die nächste freiwerdende Sinekure der Kathedrale von Roskilde in Seeland. Die „Roskilder Pfründe“ sollte später noch eine denkwürdige Rolle spielen.

Entscheidend für Tycho’s weitere Laufbahn war ein Aufenthalt in Augsburg, wohin ihn „der Glanz der Stadt, die frische Luft, besonders aber die einzigartige Aufgeschlossenheit und Freundlichkeit der Bürger und der außerordentliche Fleiß der Handwerker und Künstler“ angezogen hatten. Dort fand er in dem Bürgermeister Joh. Baptist Hainzel und seinem Bruder Paul Gesinnungsgenossen in der Begeisterung für die Astronomie. Bei einem Gespräch über Verbesserungen an Instrumenten wandte Tycho ein, die einzige wirkliche Verbesserung wäre ein Instrument, das so groß ist, dass man Bogenminuten daran ablesen kann. Alles andere sei Verschwendung von Zeit und Geld, er habe damit genügend Erfahrung. So entschlossen sie sich, einen Quadranten mit vierzehn Ellen (ca. 8.5 m) Seitenlänge zu bauen. Er war innerhalb eines Monats fertig und wurde an einem drehbaren und im Boden durch Verstrebungen fest verankerten Pfeiler montiert, außerhalb der Stadt auf einem Grundstück der Hainzels (Abb. 3.0.1). Vierzig starke Männer

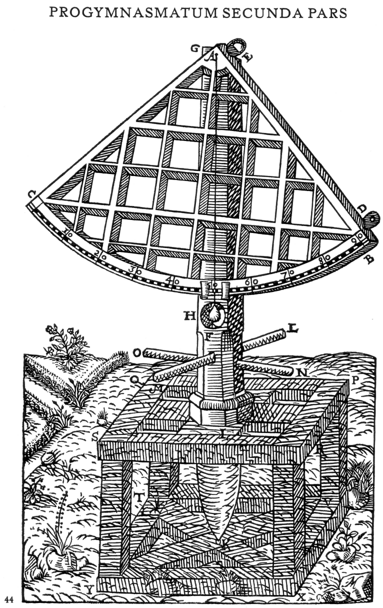


Abbildung 3.0.1.: Der Augsburger Quadrant mit 14 Ellen Länge. Die Verstrebungen waren im Boden verankert.

waren notwendig für Transport und Installation. Dieses gewaltige Instrument blieb nicht verborgen. Ein illustrer Gast des Bürgermeisters, auf der Durchreise nach Paris, der berühmte Professor an der Sobonne Pierre de la Ramee (Petrus Ramus, 1515-1572) begehrte es zu sehen und war begeistert. Er drängte Tycho, die Konstruktion, wie auch die seines

Sextanten, publik zu machen. Sicher vermittelte er ihm auch seine Überzeugung, der Fortschritt in der Astronomie könne nur durch bessere Messungen kommen. Das Diktum von Pierre de la Ramee, demjenigen, der eine Astronomie ohne Hypothesen aufstelle und als richtig nachweise, trete er gern seinen Lehrstuhl ab, dieses Diktum wurde bekannt. Kepler erwähnt es im Vorspann der *Astronomia Nova* und nimmt für sich in Anspruch, diese Bedingung zu erfüllen. Tycho war also auf einem interessanten Weg.

Den entscheidenden Anstoß, sein Leben der Astronomie zu widmen, brachte aber ein denkwürdiger Zufall am 11. Nov. 1572. Wir geben Tychos Bericht wieder (in der Übersetzung von A. von Humboldt [9]), weil ein solches Ereignis nur alle paar hundert Jahre vorkommt, es sei denn, man hat so viel Glück wie Kepler.

„Als ich von meinen Reisen in Deutschland nach den dänischen Inseln zurückkehrte, verweilte ich (*ut aulicae vitae fastidium lenirem*) in dem anmutig gelegenen ehemaligen Kloster Heritzwadt bei meinem Onkel Stend Bille und hatte die Gewohnheit, erst am Abend mein chemisches Laboratorium zu verlassen. Da ich nun im Freien nach gewohnter Weise den Blick auf das mir wohlbekannte Himmelsgewölbe richtete, sah ich mit nicht zu beschreibendem Erstaunen nahe am Zenith in der Cassiopeia einen strahlenden Fixstern von nie gesehener Größe. In der Aufregung glaubte ich, meinen Sinnen nicht trauen zu können. Um mich zu überzeugen, dass es keine Täuschung sei, und um das Zeugnis andrer einzusammeln, holte ich meine Arbeiter aus dem Laboratorium und befragte alle vorbeifahrenden Landleute, ob sie den plötzlich auflodernden Stern ebenso sähen als ich. Später habe ich erfahren, dass in Deutschland Fuhrleute und ‚anderes gemeines Volk‘ die Astronomen erst auf die große Erscheinung am Himmel aufmerksam machten, was dann (wie bei den nicht vorher angekündigten Kometen) die gewohnten Schmähungen auf gelehrte Männer erneuerte.

Den neuen Stern fand ich ohne Schweif, von keinem Nebel umgeben, allen anderen Fixsternen völlig gleich, nur noch stärker funkelnd als Sterne erster Größe. Sein Lichtglanz übertraf den des Sirius, der Leier und den des Jupiter. Man konnte ihn nur der Helligkeit der Venus gleichsetzen, wenn sie der Erde am nächsten steht (wo dann nur ihr vierter Teil erleuchtet ist). Menschen, die mit scharfen Augen begabt sind, erkannten bei heiterer Luft den neuen Stern bei Tage selbst in der Mittagsstunde. Zur Nachtzeit, bei bedecktem Himmel, wenn alle anderen Sterne verschleiert waren, wurde er mehrmals durch Wolken von mäßiger Dicke (*nubes non admodum densas*) gesehen. Abstände von anderen nahen Sternen der Cassiopeia, die ich im ganzen folgenden Jahre mit vieler Sorgfalt maß, überzeugten mich von seiner völligen Unbeweglichkeit. Bereits im Dezember 1572 fing die Lichtstärke an abzunehmen, der Stern wurde dem Jupiter gleich, im Januar 1573 war er minder hell als der Jupiter. Fortgesetzte photometrische Schätzungen gaben: für Februar und März Gleichheit mit Sternen erster Ordnung (*stellarum affixarum primi honoris*, denn Tycho scheint den Ausdruck des Manilius, *stellae fixae*, nie gebrauchen zu wollen); für April und Mai Lichtglanz von Sternen 2ter, für Julius und August 3ter, für Oktober und November 4ter Größe. Gegen den Monat November war der neue Stern nicht heller als der 11te im unteren Teil der Stuhllehne der Cassiopeia. Der Übergang zur 5ten und 6ten Größe fand vom Dezember 1573 bis Februar 1574 statt. Im folgenden Monat verschwand der neue Stern, nachdem er 17 Monate lang geleuchtet, spurlos für das bloße Auge“.

Eine entscheidende Rolle in der damaligen Zeit spielte die Frage der Entfernung dieser Nova. Sie lässt sich bestimmen, indem man die Parallaxe misst, das ist der Winkel, den der Erdradius, von dem Stern aus gesehen, einnimmt. Dazu beobachtet man die wechselnde Position des Sterns gegenüber dem Firmament bei der Drehung der Erde. Bei einem Zirkumpolarstern misst man am einfachsten seine maximale und minimale Höhe. Die Mitte zwischen beiden muss gleich der Polhöhe sein, wenn die Parallaxe Null ist. Tycho benutzte nun gleich mehrere Instrumente. Das gewichtigste war der Augsburger Quadrant, mit dem Paul Hainzel die geographische Breite (48 ^{o} 22') sowie die höchste (76^o 34') und niedrigste (20^o 9.5') Position der Nova messen konnte. Tycho wandte in Heritzwadt (geogr. Breite 55^o 58') eine andere Methode an, da sich die höchste Position dort nicht bequem messen lässt. Wie schon berichtet, bestimmte er mit einem kleinen Sextanten die Abstände zu den hellen Sternen in der Cassiopeia jeweils in der unteren und der oberen Position. Übereinstimmend mit den Messungen von Hainzel fand er keine Parallaxe. Tycho sammelte nun alle verfügbaren Daten und verglich sie, darunter auch solche aus Messina und Sevilla, so dass sich die Parallaxe im Prinzip allein aus den niedrigsten Höhen der Nova und den geographischen Breiten bestimmen lässt. Beim Vergleich dieser Messungen zeigt sich nun die Zuverlässigkeit oder vielmehr Unzuverlässigkeit der Beobachter. Noch Galilei sah sich 60 Jahre später veranlasst, in seinem *Dialog*, die ganze Geschichte wieder aufzurollen. Tycho wurde durch diese Unstimmigkeiten bestärkt in seinem Entschluss, sein weiteres Leben der Astronomie zu widmen.

Die zuverlässigsten Messungen ergab der Augsburger Quadrant; er wurde allerdings 1574 in einem Sturm zerstört. Fast gleich gut waren die Messungen des Landgrafen Wilhelm IV von Hessen (1532 - 1592). Dieser hatte 1561 in Kassel auf dem Zehrer Tor eine Sternwarte mit einem sehr präzisen Instrument errichtet, musste aber seine astronomischen Interessen einschränken, als er 1567 die Regierung von seinem Vater übernahm. Tycho besuchte ihn 1575 in Kassel, was wohl für beide ein Anlass war, ihre Begeisterung für die Astronomie zu erneuern. Der Landgraf traf nun eine Reihe gewichtiger Entscheidungen. Er wandte sich an den dänischen König mit der Empfehlung, Tycho ein Leben als Astronom zu ermöglichen. Für sich selbst fasste der Landgraf den Entschluss, einen hauptamtlichen Astronomen zu beschäftigen (Christoph Rothmann ab 1577), und einen Feinmechaniker einzustellen (ab 1579). Insbesondere bei Letzterem hatte er eine sehr glückliche Hand. Seine Wahl fiel auf den Schweizer Jost Bürgi (1559 - 1632), einen gelernten Uhrmacher, aber offenbar einen universell begabten Mann. Der Landgraf selbst bezeichnete ihn als einen zweiten Archimedes. Wir finden ihn später (ab 1603) am Kaiserhof in Prag, wo er verschiedentlich mit Kepler zu tun hatte. Er war dort wohl der Einzige, der Kepler intellektuell gewachsen, in gewissem Sinne sogar überlegen war (Kepler berichtet, Bürgi habe noch vor Neper Logarithmen erfunden, aber erst später (1620) publiziert). Kunstvolle Uhren, die Bürgi für den Kaiser herstellte, finden sich noch heute unter den Schätzen des Kunsthistorischen Museums in Wien. In die Astronomie führte Bürgi Pendeluhren ein. Tycho's Uhren beruhten, wie die meisten mechanischen Uhren des Mittelalters, auf einer Drehschwingung als zeitgebendem Element, also auf den rück treibenden Kräften bei Verdrillung eines Fadens oder Drahtes. Durch zusätzliche Gewichte an einer Stange quer zum Draht kann die Schwingungsdauer verändert werden. Solche Uhren sind nicht sehr genau.

Tycho bekam vom dänischen König die Offerte, sich in einem von mehreren zur Wahl stehenden Schlössern einzurichten, zögerte aber, da er eigentlich vorhatte, sich in Basel niederzulassen. Da bestellte ihn der König zu sich und bot ihm die Insel Hven im Sund als Lehen an, dazu 500 Taler jährlich und 400 Taler für den Bau einer Sternwarte. Wahrhaft ein königliches Angebot, wie es nie vorher und nie nachher einem angehenden Wissenschaftler zuteil wurde. Im Jahre 1576 wurde also der Grundstein zu Uranienburg

Abbildung 3.0.2.: Tychos Observatorium Uranienburg.

gelegt, einem schlossartigen Bau (Abb. 3.0.2) mit Wirtschaftsräumen, Privatgemächern, Unterkünften für Assistenten, einem chemischen Laboratorium, einer Druckerei und einer Bibliothek. Auf einer umlaufenden Galerie konnten Beobachtungsinstrumente aufgestellt werden. In der Bibliothek stand der große Augsburger Globus von fünf Fuß Durchmesser, auf dem im Lauf der Jahre die von Tycho vermessenen Sterne eingetragen wurden.

Bilder bekannter Astronomen zierten die Wände. An der Decke war ein Gemälde mit Tychos Version des Sonnensystems mit dem Spruchband: *Quid si sic?* (Was, wenn es so wäre?). Das bedeutendste und zuverlässigste Instrument war ein großer Mauerquadrant

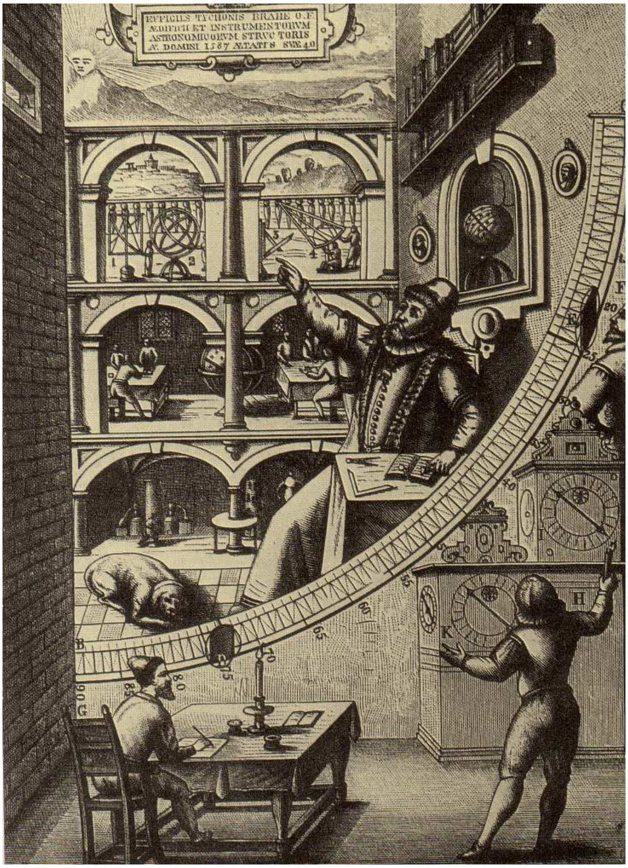


Abbildung 3.0.3.: Tycho mit Assistenten bei Beobachtungen mit dem Mauerquadranten.

(Abb. 3.0.3), mit dem die Meridianhöhen von Sternen gemessen wurden. Zur Ablesung von Bogenminuten gab es auf der Messingskala diagonale gestrichelte Linien zwischen den 10'-Marken (Abb. 3.0.4), eine Erfindung, die Tycho dem Nonius vorzog. Sextanten verschiedener Bauart dienten zur Messung von Sterndistanzen.

Für die kleineren unter ihnen (Abb. 3.0.5) war nur ein Beobachter notwendig. Ein noch erhaltener eiserner Sextant von 3 1/2 Fuß Seitenlänge (Abb. 3.0.6) passt auf die Beschreibung, die Kepler von seinem Instrument gibt, das ihm Baron Hoffmann nach dem Modell eines Sextanten von Tycho nachbauen ließ.

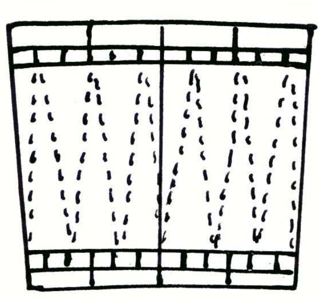


Abbildung 3.0.4.: Skizze der Skalenunterteilung. Um Minuten abzulesen, waren die 10- Minuten Intervalle durch unterbrochene Diagonalen geteilt.

Die Instrumente wurden im Lauf der Jahre immer mehr verbessert. Die großen Sextanten mit 4 Ellen Seitenlänge (Abb. 3.0.7) erforderten zwei Beobachter, die gleichzeitig jeder einen Stern anvisieren, der durch einen kleinen Zylinder am Drehpunkt der beiden Arme verdeckt wird. Dieser Sextant hat mehrere Besonderheiten. Da er sehr schwer ist, wurde er ungefähr in seinem Schwerpunkt auf eine fest installierten Kugel gelegt und nach der Messung wieder entfernt, während die Säule mit der Kugel durch eine hölzerne Haube gegen das Wetter geschützt wurde. Solche Säulen waren an mehreren Stellen der Galerie aufgestellt. Eine weitere Besonderheit dieses Sextanten ist ein zweiter Zylinder, der nicht im Drehpunkt, sondern auf einem der Arme steht. Mit seiner Hilfe wird verhindert, dass die Beobachter bei der Messung von kleinen Winkeln mit den Köpfen zusammenstoßen. Die Abb. 3.0.7 zu sehenden Stangen dienen zweifellos zur Manipulation des Instruments. Durch die Erdumdrehung verändert sich die Position eines Sterns am Himmelsäquator um eine Bogenminute (das ist die angestrebte Messgenauigkeit) in vier Sekunden. Natürlich eignen sich diese großen Sextanten nicht zur Messung von Sternen in großer Höhe. Das ist aber zur Beobachtung von Planeten in der geographischen Breite von Hven auch nicht nötig.

Ein Resultat praktischer Erfahrung waren auch die Visiere. Wie in Abb. 3.0.8 angedeutet, bestanden sie aus gleich großen Metallplättchen an den Enden der Arme des Sextanten und im Drehpunkt. Das Visier am Okularende war mit seitlichen Blenden versehen, die je einen Sehschlitz freilassen, dessen Breite leicht zu verstellen war. Ein Stern ist dann richtig anvisiert, wenn er zugleich in den durch ACEG und BDFH definierten Ebenen gesehen wird. Statt des Objektivplättchens konnte auch ein entsprechend großer Zylinder verwandt werden.

Ein folgenschwerer Irrtum von Tycho war, dass er meinte, aus der Zeit, die ein Stern braucht, um „durch das Visier zu wandern“, auf die wirkliche Ausdehnung des Sterns schließen zu können. Die hellen Sterne waren demnach besonders groß (2’ – 3’ im Sehwinkel) und konnten schon deshalb nicht in unermesslicher Ferne stehen. Dabei hätte es genügt, die hellen Sterne in der Dämmerung statt bei voller Dunkelheit zu messen, um den Fehler zu entdecken.

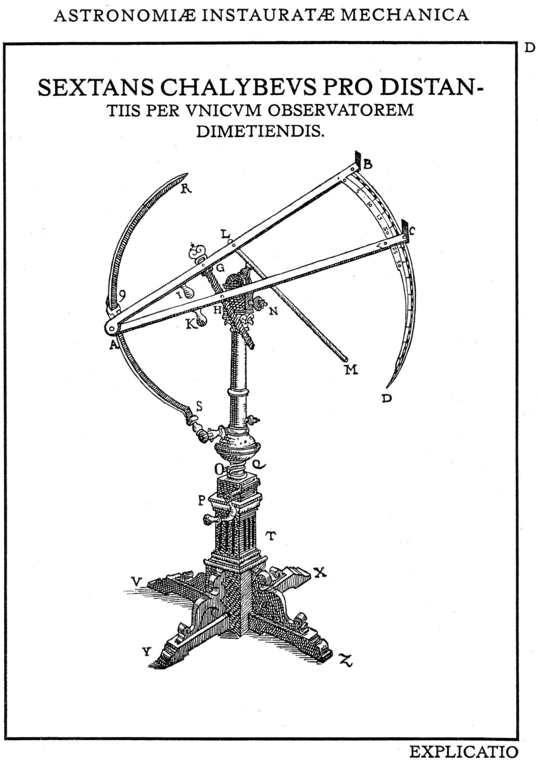


Abbildung 3.0.5.: Sextant für einen einzelnen Beobachter.

Etwas eleganter als die großen Sextanten sind sog. Armillarsphären aus Stahl oder aus Messing (Abb. 3.0.9), von denen Tycho mehrere anfertigen ließ. Durch Visiere an den Deklinationskreisen oder am Äquatorialkreis konnten die Koordinaten eines Sterns bestimmt werden, der von der Achse bzw. einem kleinen Zylinder quer zur Achse, im Zentrum, verdeckt wurde. Diese Instrumente wurden aber in der Praxis hauptsächlich zur nachträglichen Korrektur der Uhren verwandt, da sich der Stundenwinkel eines Sterns leicht in die Uhrzeit umrechnen lässt. Aufgeschrieben wurde bei jeder Messung die Uhrzeit, und gelegentlich dazu der Stundenwinkel eines prominenten Sterns.

Ein paar Jahre später als Uranienborg legte Tycho außerdem ein im wesentlichen unterirdisches Observatorium an. Außer einem zentralen Kuppelbau gab es verschiedene Räume mit abnehmbaren oberirdischen Hauben, in dem die Instrumente gegen den Wind geschützt waren. Dort stand ein riesiges eisernes Instrument (Abb. 3.0.10), die sog. großen Armillen. Praktisch hatte es aber nicht die ihm zugedachte Bedeutung, wahrscheinlich, weil die Ausrichtung der Achse nicht hinreichend stabil war.

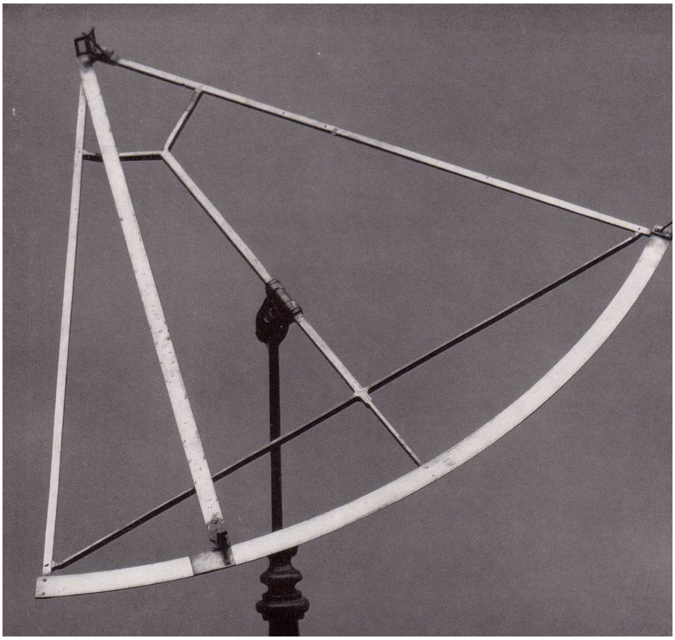


Abbildung 3.0.6.: Eiserner Sextant in der Sternwarte von Kremsmünster, der möglicherweise von Kepler benutzt wurde.

Da ein Fehler bei der Beobachtung von Planeten nicht durch späteres Nachmessen korrigiert werden kann, weil sich die Konstellation verändert hat, sind viele Vorsichtsmaßnahmen erforderlich. Tycho insistierte, dass jede Messung mindestens einmal mit demselben Instrument wiederholt wird, wenn möglich auch mit einem zweiten Instrument. Außerdem wurden in der Regel die Distanzen zu jeweils zwei Sternen gemessen, einem mit kleinerer und einem mit größerer ekliptikaler Länge, damit sich ein systematischer Fehler herausmittelt. Mit den Distanzen zu wenigstens drei Sternen, bei den besten Messungen, ist genügend Redundanz, um den Messfehler beurteilen und schlechte Messungen oder Ablesefehler eventuell korrigieren zu können. Wenn immer möglich, wurde außerdem die Meridianhöhe eines Planeten gemessen; dies ist die einfachste und präziseste Methode, um seine Deklination zu bestimmen.

Freilich konnten diese Instrumente nicht die Präzision erreichen, die nach der Erfindung des Fernrohrs und des Spiegelsextanten möglich wurde. Gleichwohl muss vermerkt werden, dass die Position der Referenzsterne entlang des Tierkreises durch häufiges Messen etwas genauer als 1' ist, etwa einen Faktor 10 besser als bei Ptolemäus oder Kopernikus. Die ekliptikalen Längen von Planeten sind im Mittel auf 2' genau. Nur dank dieser Verbesserung konnte Kepler nachweisen, dass alle bisherigen Weltmodelle falsch sind, und zu diesem Nachweis war die Präzision auch hinreichend. Tycho konnte das nicht

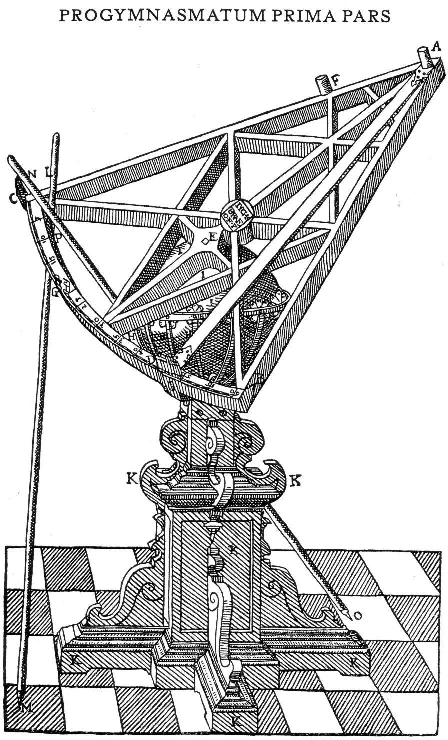


Abbildung 3.0.7.: Sextant für zwei Beobachter mit 4 Ellen Seitenlänge. Er wird auf eine Säule mit Kugelkopf aufgelegt.

im voraus wissen, aber er ging mit seinen Instrumenten bewusst bis an die Grenze des praktisch Machbaren. Sein großes, historisches Verdienst ist, dass er sein ehrgeiziges und anstrengendes Programm 30 Jahre lang durchgehalten hat.

Wenn hier die Instrumentierung etwas ausführlicher als gemeinhin üblich besprochen wurde, so geschieht dies auch deshalb, weil das Publikum experimentelle Arbeiten meist gewaltig unterschätzt. Theoretische Konzepte sind anregender; wenn sie falsch sind, ist nicht viel verloren. Stimmen sie, so hat man meist ohne viel Mühe etwas gelernt. Die Praxis ist eine Sisyphusarbeit.

Tychos Observatorium wurde schnell bekannt und auch von illustren Gästen besucht. Die dänische Königin Sophie stattete ihm 1586 einen Besuch ab. Im März 1590 weilte der schottische König Jakob VI, der spätere König Jakob I von England, in Zusammenhang mit seiner Heirat einer dänischen Prinzessin, einen halben Tag auf Hven. Er bewunderte nicht nur die Anlage, sondern auch eine kleine vergoldete Merkurstatue, welche die Kuppel des unterirdischen Observatoriums zierte. Sie wurde ihm zum Geschenk gemacht. Sie

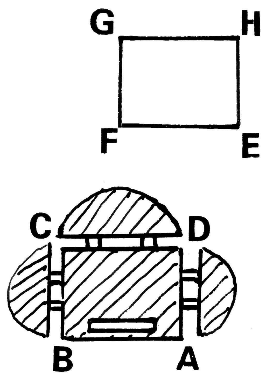


Abbildung 3.0.8.: Visiere am Okularende (ABCD) und am Objektivende (EFGH) von gleicher Größe (AB=EF). Die Blenden am Okular lassen einen leicht verstellbaren Sehschlitz frei. Ein Stern ist dann im Visier, wenn er sowohl über die Kante ADEH als auch über CBFG von dem Blättchen EFGH gerade noch nicht verdeckt wird.

war auf der Kuppel drehbar gelagert und konnte von innen bewegt werden. Die Bauern der Gegend hielten Tycho für einen Zauberer. Kepler widmete später seine *Harmonice mundi* dem König Jakob I von England. Der Landgraf beabsichtigte 1588 einen Besuch auf Hven, zu dem es aber nicht kam, weil König Frederick im Frühjahr dieses Jahres starb. Den ganzen August 1590 verbrachte Rothmann, der Astronom des Landgrafen und ein Anhänger des Kopernikus, auf Hven. Am Ende habe er ihn, schreibt Tycho, von seinem System überzeugt. Einen signifikanten Unterschied von 6' in der Lage des Frühlingspunktes konnten sie nicht klären. Er rührte wohl daher, dass beide die gleiche falsche Sonnenparallaxe von 3' benutzten, Tycho aber die Position der Sonne unabhängig von Messungen ihrer Deklination durch Venusbeobachtungen am Tage festgelegt hatte. Rothmann kehrte von dieser Reise nicht wieder nach Kassel zurück, zur Verwunderung und Beunruhigung des Landgrafen. Dieser starb zwei Jahre später.

Nach dem Tod von König Frederick begann Tychos Stern zu verblassen. Zwar wurden ihm sogleich 6000 Taler zur Begleichung seiner Schulden ausbezahlt, aber die Regierung lag bis zur Volljährigkeit des neuen Königs Christian IV im Jahre 1596 in den Händen von vier Gouverneuren. Einer von ihnen, mit dem Tycho befreundet war, starb 1594. In diese Zeit fallen auch die ersten Kontakte zum Kaiserhof in Prag und zunehmende Schwierigkeiten bei der Verwaltung von Tychos Gütern. Die Bauern von Roskilde hatten sich beschwert, dass das Kirchendach nicht repariert wurde und hatten vor Gericht Recht bekommen. Mehrere Mahnungen waren umsonst. Als im August 1596 König Christian gekrönt wurde, verlor Tycho ein norwegisches Lehen, im März 1597 wurde ihm seine Pension von 500 Talern gestrichen. Tycho verließ daraufhin Dänemark, zunächst nach Wandsbek, später in Richtung Prag. Wenige Tage nach seiner Abreise erhielt der dänische Kanzler die Roskilder Pfründe; allein das Lehen der Insel Hven konnte Tycho nicht

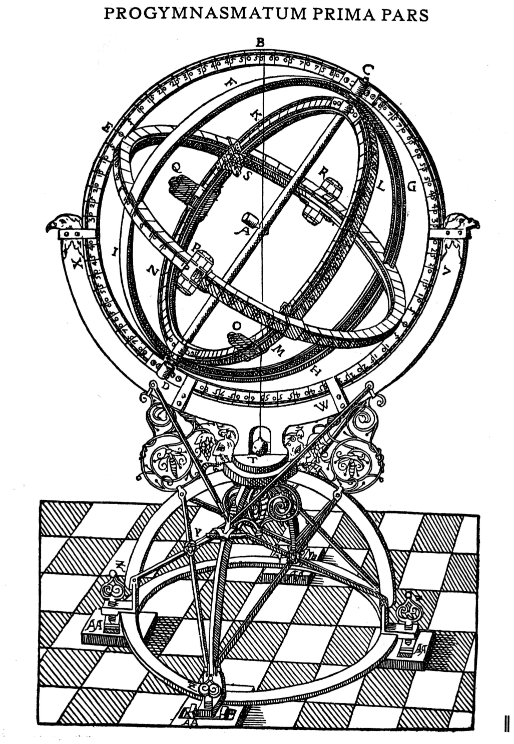


Abbildung 3.0.9.: Armillarsphäre zur Messung von Stundenwinkel und Deklination.

genommen werden. Tycho wandte sich im Juni 1597 von Rostock aus an den dänischen König mit der Erklärung, er würde gern nach Dänemark zurückkehren, wenn es ohne Schaden für ihn und seine Arbeit geschehen könne. Er erhielt einen bitterbösen Brief als Antwort, in dem ihm seine ganzen Unterlassungen vorgehalten wurden. Wenn er seine Dienste anbieten wolle, wie es einem Untertan geziemt, so werde man darauf zu antworten wissen.

Niemand wird sich der Tragik in dieser Geschichte verschließen können. Bei allem Verständnis für die Spuren, die ein einsames Leben und fortwährende nächtliche Arbeit hinterlassen, wird man auch Keplers Charakterisierung — Tycho war ein Mann, der mit niemandem ohne den größten Ärger (*gravissimis offensionibus*) auskommen konnte — bedenken müssen. Welcher Unterschied zwischen dem jungen, begeisterten Tycho und dem alten Mann, dessen Zeit abläuft! *‚Ne frustra vixisse videar‘* (Ich möchte nicht umsonst gelebt haben) waren seine letzten, von Kepler überlieferten Worte. Er starb am 24. Okt. 1601.

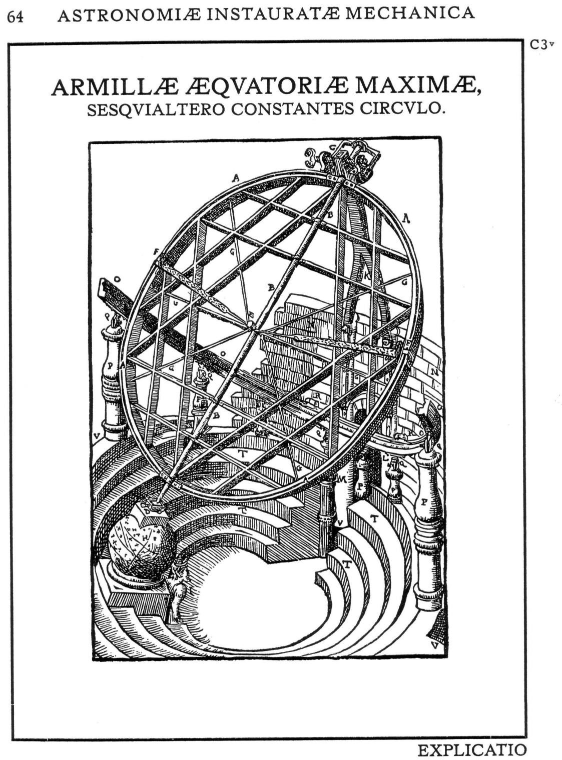


Abbildung 3.0.10.: Die sog. großen Armillen in dem halb unterirdischen Observatorium.

Tychos Lebenswerk wurde von anderen vollendet. Der Sternkatalog bildete die Grundlage für den von Joh. Bayer 1603 herausgegebenen Himmelsatlas mit den von Bayer eingeführten, noch heute gebräuchlichen Bezeichnungen für die Sterne mit griechischen Buchstaben, angefangen mit α als dem hellsten Stern eines Sternbildes. Die Bewegungen der Planeten wurden durch die Keplerschen Gesetze beschrieben und sind in den Rudolfinischen Tafeln von 1628 mit Tycho, dem „Phönix der Astronomen“ als begründendem Autor von Kepler tabelliert.

Die Astronomen haben Tycho immer die gebührende Ehre erwiesen. Der prominenteste Krater auf der uns zugewandten Seite des Mondes ist nach ihm benannt. Abb. 3.0.11 zeigt ein Bild Tychos mit dem selbstbewussten Motto: ‚*non haberi sed esse*‘, („nicht scheinen, sondern sein“).

Abbildung 3.0.11.: Bild Tychos mit dem Wahlspruch *‚non haberi sed esse‘* („Nicht scheinen, sondern sein“).

4. Ein Brief Tychos an Kepler

Wandsbek, den 1. April 1598

Hochgelehrter und hervorragender Herr!

Eure Briefe vom 15. Dez. vorigen Jahres aus der Steiermark sind Anfang März durch einen von Helmstedt kommenden Postboten an mich gelangt. Sie zeugen außer von Gelehrsamkeit und besonderer Freundlichkeit gegen mich, der Euch nicht von Ansehen bekannt und weit weg ist, von besonderem Wohlwollen, das ich dankend erwidere. Euer Buch, das Ihr *Prodomus Dissertationum Cosmographicarum* nennt, hatte ich schon vorher gesehen. Und, soweit es andere Beschäftigungen zulassen, werde ich es durcharbeiten. Es gefällt mir nicht schlecht und zeugt von Eurem Geist und eifrigen Bemühen, ganz zu schweigen von dem eleganten Stil. Genial und feinsinnig ist zweifellos die Spekulation, Abstände und Bahnen der Planeten den Symmetrien der regulären Körper zuzuschreiben, wie Ihr es tut, und zumeist scheint mir dies mit den Tatsachen in Einklang zu sein, wenn auch die kopernikanischen Proportionen vor allem in den Minima nicht überall passen, indem sie, auch in den wahren Orten, nicht wenig fehlgehen. Deshalb lobe ich mir Eure Sorgfalt in der gründlichen Erforschung dieser Dinge. Ob man aber Eure Vorschläge insgesamt annehmen soll, könnte ich nicht so leicht sagen. Wenn die richtigeren beiden Exzentrizitäten der Planeten, die ich aus Beobachtungen vieler Jahre zur Hand habe, eingesetzt werden, wird man eine genaue Abwägung vornehmen können. In Wahrheit fehlt mir jetzt, wo ich mit der Fertigstellung und Herausgabe meiner astronomischen Arbeiten, die ich in Dänemark gewissermaßen unfertig gelassen habe, vollständig beschäftigt bin, die Muße, diese Dinge auszufeilen. Vielleicht ein andermal.

Dies möchte ich Euch aber wissen lassen: die Exzentrizitäten beider, um es so zu nennen, Exzenter, die Kopernikus etwas anders einführt, haben nicht das Verhältnis, dass einer des andern dritter Teil ist, wie Kopernikus es nach Ptolemäus angibt, sondern keine von beiden ist bestimmt. Sie haben ein anderes Verhältnis und sind auch selbst variabel. Nämlich drei acronychische Beobachtungen in genügend gegenseitigem Abstand im Exzenter genügen nicht, um das Apogäum und die Exzentrizität der drei oberen Planeten zufriedenstellend zu bestimmen (die Apogäen weichen nicht wenige Grade sowohl von den Alphonsinischen wie von den Kopernikanischen Örtern ab), sondern auf der ganzen Bahn an vielen Stellen muss man sie beobachten, wie wir es gemacht haben. So erwarten wir, dass der Saturn langsamer läuft, denn seine Opposition zur Sonne vor 29 Jahren war im Zeichen der Waage, wie ich in Augsburg sorgfältig beobachtete, und ebenso jetzt. Auch in den dazwischenliegenden acronychischen Konstellationen, wie viele es auch sein mögen, im ganzen nördlichen Halbkreis ohne Ausnahme. Ebenso bei den andern beiden Planeten, deren Umlauf weniger Zeit in Anspruch nimmt. Ich habe nämlich bei mir Himmelsbeobachtungen über 35 Jahre seit meiner Jugend, davon 25 Jahre mit großer

Genauigkeit. Dies alles bewahre ich wie einen ungewöhnlichen Schatz, von dem ich die Erneuerung der Astronomie erwarte. Um beispielsweise etwas über den Mars hinzuzufügen, da dieser die größte Verschiedenheit aufweist, und die größte Diskrepanz zwischen Beobachtung und Tabellen, so sollt Ihr wissen, dass seine Exzentrizität kleiner geworden ist als es Kopernikus wollte, der seiner Idee von der ruhenden Sonne vertraute, und wohl jetzt etwas größer ist als die von Ptolemäus überlieferte, nicht viel, aber das Apogäum ist 5 ^{o} weiter vorn als Kopernikus will. Auch der Jahreskreis nach Kopernikus oder der Epizykel nach Ptolemäus scheint nicht immer dieselbe Größe zu haben, wenn man ihn mit dem Exzenter selbst vergleicht, sondern er erfährt eine fühlbare Abweichung in allen drei oberen Planeten; beim Mars wächst der Winkelunterschied bis auf 1 ^{o} 45' an. Wie dies mit Eurer Spekulation zu vereinbaren ist, werdet Ihr selbst sehen. Die Exzentrizität der Venusbahn ist um vieles kleiner als sowohl Ptolemäus wie Kopernikus angeben. Ihr Apogäum ist nicht an einer festen Stelle unter den Fixsternen, wie dieser will, sondern es ist jetzt am Anfang des Krebses, fällt auch nicht mit dem der Sonne (das in 5 1/2 ^{o} Krebs steht) zusammen.

Dies und Ähnliches, wovon Ihr zu gegebener Zeit mehr haben werdet, werden Eure Überlegungen, mit dem nötigen Fleiß angewandt, erweisen, wenn sie in irgendeiner Weise zutreffen. Ich selbst halte dafür, dass man den Bahnen der Himmelskörper, wie immer man sie annimmt, jede Realität absprechen sollte. Das haben mich alle Kometen, die ich seit der Nova beobachtete, unzweifelhaft gelehrt, indem sie keiner einzigen Bahn völlig gefolgt sind, sondern im Gegenteil ihren ganz eigenen Weg gingen (um nichts von der vergeblichen Anwendung der Brechung an der Vielzahl der festen Schalen hinzuzufügen). Auch wird sich die Erde nicht in einem jährlichen Umlauf bewegen, um von den müßigen Librationen (denn die Präzession der Äquinoktien ist nicht, wie Kopernikus sie sich vorstellt) ganz zu schweigen. Ob man ihr plausiblerweise die tägliche Bewegung wegen des kleineren Schwungs zuschreiben kann, was kaum einem so schweren und undurchsichtigen Körper zukommt, der mehr zur Ruhe als zur Bewegung neigt, diese Frage füge ich hinzu. Deshalb, um die Epizykel zu tragen, wird man kaum eine geeignetere Hypothese finden als, dass in der Nähe der Sonne, die sich bewegt, die Mittelpunkte der Bahnen der fünf Planeten sind, wobei die Erde ruht und die kreisenden Lichter und die achte Sphäre (wie man sagt) sie in ihre Mitte nehmen. Deren Entfernung geht nach Kopernikus ins Unermessliche , eine Annahme, die durch ihre eigene Absurdität geschwächt wird. Auch Eure Überlegungen weisen hier keinerlei Symmetrie auf (wie es eigentlich sein sollte). Es ist aber notwendig, in einer gut ausgewogenen Sache nichts Unverhältnismäßiges zu haben, sonst wird die ganze Symmetrie durcheinandergebracht und Verdächtiges entsteht, insbesondere dort, wo ein so großes und auffälliges Hindernis im Weg steht.

Dies und Anderes, was ich jetzt nicht im einzelnen aufführen kann, lässt mich, bester Kepler, an Eurer im übrigen höchst kunstvollen Erfindung zweifeln. Inzwischen kann ich, ohne Eure so außerordentlichen und seltenen Ideen geprüft zu haben, sie nicht gebührend würdigen. Ich ermuntere Euch aber, Euren Geist weiter anzustrengen und Euch zu bemühen, Ähnliches auf unsere Hypothesen, die Euch, wie dieses Büchlein beweist, nicht unbekannt sind, anzuwenden. Denn fast alles trifft auf sie gleichermaßen zu. Auch ist es daher nicht notwendig, sich das Bauwerk der Bahnen als ein solides vorzustellen. Es genügt, dass die Bahnen und Bewegungen der Gestirne untereinander einen harmonischen

Einklang bewahren. Auch darf man nicht die achte Sphäre übergehen, die in diesem Chor den ihr entsprechenden Platz erhält. Denn es gibt keinen Zweifel, dass im Universum alles durch göttliche Fügung mit einer bestimmten Symmetrie und wechselseitigen Beziehung ausgestattet ist, so dass es ebenso mit Zahlen wie mit Figuren ganz und gar zu verstehen ist, wie es von den Pythagoräern und den Anhängern Platos schon vor langem erahnt wurde. Auf diese Dinge verwendet noch weiter die Nerven Eures Geistes, und wenn Ihr alles im Einklang findet, dem sich nirgends etwas verschließt, so dass nichts mehr zu wünschen bleibt, so seid Ihr für mich ein großer Apollo. (1)

Wenn ich Euch bei diesen anstrengenden Versuchen behilflich sein kann, werdet Ihr mich überhaupt nicht schwierig finden, insbesondere, wenn Ihr mich einmal besucht. Denn ich weile jetzt in Deutschland, wohin ich mitsamt meiner Familie aus meinem Vaterlande gekommen bin, damit nicht der ganze astronomische Schatz, den ich in so vielen Jahren mit Mühe und Aufwand zusammengetragen habe, verdirbt. Dann können wir uns angenehm und in Ruhe über schwierige Dinge dieser Art unterhalten. Lebt wohl! Gegeben in Wandsbek im Schloss Rantzau, einige Meilen von Hamburg, wo ich jetzt wohne mitsamt meinen astronomischen Instrumenten, die ich aus Dänemark mitgebracht habe und mit meiner Bibliothek. Den himmlischen Dingen nicht minder als vorher zugewandt, genieße ich, Gott sei Dank, philosophische Muße.

(1) Anspielung auf den großen Mathematiker Apollonius von Perga (Anm. des Herausg.)

5. Johannes Kepler

Der Lebenslauf von Johannes Kepler (27.12.1571 - 15.11.1630) wird wohl den meisten Lesern bekannt sein. Es gibt eine Reihe guter Biographien und Bilddokumente, die ein anschauliches Bild der Lebensumstände und der Zeit ergeben [11, 12, 13, 14]. Keplers Werdegang vom mittellosen, aber begabten Studenten in Tübingen über die Anstellung als Mathematiklehrer in Graz, die Ausweisung aus Graz wegen seines evangelischen Glaubens, die kümmerliche Assistentenstelle bei Tycho de Brahe, dem bedeutendsten Astronomen seiner Zeit in Prag, die Stelle als kaiserlicher Mathematiker nach dem plötzlichen Tod von Tycho, die Jahre in Linz, unterbrochen durch den langen Prozess seiner als Hexe verklagten Mutter, bei dem er in allen 45 Anklagepunkten nachwies, dass sie auch anders erklärt werden können, seine ständige Mühe, das ihm bewilligte Gehalt auch ausbezahlt zu bekommen, was ihm nie zu mehr als der Hälfte gelang, so dass er sich schließlich an Wallenstein wandte, offenbar den Einzigen im Dienste der Kaiserkrone, der sich sein Geld zu verschaffen wusste, und schließlich Keplers Tod auf dem langen Reichstag in Regensburg, von dem bekannt geworden war, dass Wallenstein als oberster Feldherr abgesetzt werden soll, dies alles dürfte dem Leser in großen Zügen bekannt sein. Es soll hier nicht wiederholt werden.

Wenn wir uns hier etwas eingehender mit Keplers Arbeit in Prag, der fruchtbarsten seines Lebens, befassen werden, so möchte der Leser aber gleichwohl eine ungefähre Vorstellung von dem Mann haben (dazu Abb. 5.0.1- 5.0.4). Es gibt ein etwas verstecktes Porträt auf dem Titelblatt der Rudolfinischen Tafeln, wohl von seinem Tübinger Freund Schickhard gezeichnet, das gut zu dem passt, was Kepler von sich selbst erzählt (in der Korrespondenz mit Fabricius). Da sitzt er nachts bei Kerzenlicht angestrengt an seinen Rechnungen, mit einer warmen Mütze bekleidet, während hie und da Goldstücke aus dem Schnabel des Kaiseradlers aus der Oberwelt auf seinen Tisch rollen. Ein in seinem Lebenswandel und seinem Äußeren bescheidener Mann von kleiner Gestalt, aber sehr gescheit und sehr lebendig. Am Hof hieß es von ihn : wie kann in einem so kleinen Körper ein so großer Geist wohnen? Dem Publikum war er, wenn nicht durch persönlichen Umgang, so durch seine Kalender bekannt, insbesondere durch die darin enthaltenen Prognosen. Aus diesem schillernden Umgang mit dem Glauben der Menschen an Astrologie — auch Kaiser Rudolf bildete da keine Ausnahme — zog Kepler immer ganz bewusst seinen Vorteil. Ein hübsches Beispiel für seinen Stil ist der Bericht über den Neuen Stern von 1604. Während die Notiz für die Fachwelt über diese Supernova — die letzte in unserer Galaxie beobachtete — noch heute aus der abklingenden Lichtkurve den Typ der Supernova zu bestimmen gestattet, ist der Bericht für das große Publikum auf deutsch abgefasst. Hat man sich einmal in das abenteuerliche Deutsch der Zeit eingelesen und an die ungeregelte Orthographie gewöhnt, so erhält man einen guten Eindruck von der Mischung aus Ernst und Scherz in dem Menschen Kepler. Die darin enthaltene Anspielung auf eine andere

Abbildung 5.0.1.: Johannes Kepler.

Nova bezieht sich auf Tychos Nova im Sternbild Cassiopeia. Die Keplersche Supernova ist näher dem Zentrum der Milchstraße, im Sternbild Schlangenträger. Dort kreuzen sich Ekliptik, also Erdbahn, und galaktische Ebene, was Kepler zu Spekulationen Anlass gibt. Allerdings besteht, soviel man heute sagen kann, kein unmittelbarer Zusammenhang zwischen den Ebenen des Sonnensystems und der Milchstraße.

Sucht man eine Grundstimmung, die Kepler charakterisieren könnte, so wird man an eine Zeile aus den Satiren des Persicus denken, die er oft zitiert: *‚o curas hominum, o quantum est in rebus inane‘* („Oh Sorgen der Menschen, oh wie viel Nichtigkeit ist in den Dingen“).

5.1. Die *Astromomia Nova* von Kepler

Beginnen wir also mit einer Idee, die Kepler seit seiner Studienzeit sein ganzes Leben lang beschäftigt hat, und der er den Namen *Mysterium Cosmographicum* gegeben hat: die Radien der Planetenbahnen sind die Radien von Kugelschalen, die zu lückenlos ineinander gesteckten platonischen Körpern passen, gleichsam einer russischen Puppe aus platonischen Körpern. Es gibt genau fünf platonische Körper (deren Seitenflächen regelmäßige Drei-, Vier- oder Fünfecke sind): Würfel, Tetraeder, Dodekaeder, Ikosaeder und Oktaeder, und es gibt, für die damalige Zeit, sechs Planeten: Saturn, Jupiter, Mars, Erde, Venus, Merkur. Setzt man in die Kugelschale des Saturn einen Würfel, so passt in die Flächen des Würfels eine Kugel mit dem Radius der Jupiterbahn. In diese Kugel passt mit seinen Ecken ein Tetraeder, dessen Innenkugel den Radius der Marsbahn hat, und

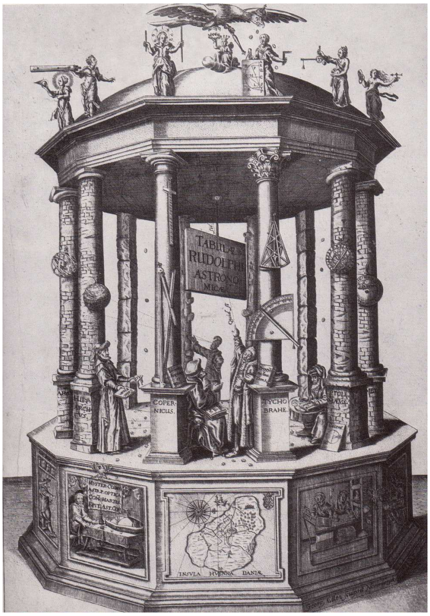


Abbildung 5.0.2.: Titelbild der Rudolphinischen Tafeln.

so weiter bis zum Oktaeder, das die Bahn des Merkur umschließt. Die Maße stimmen nicht genau, auch liegen die Bahnen etwas exzentrisch. Kepler empfand es überdies als Herausforderung, alles in ein System zu bringen, in dem musikalische Intervalle eine Rolle spielen. Die Sphärenmusik der Pythagoräer war zuletzt durch Ptolemäus überliefert. Der Plan zu einem Buch über „Die Harmomien der Welt“ — der Titel von Keplers umfangreichsten Werk — entstand ebenfalls schon in Keplers Studienzeit. Bei der Ausarbeitung der Details in der Linzer Zeit fand Kepler den Zusammenhang zwischen mittleren Bahnradien und Umlaufzeiten, das später so genannte Dritte Keplersche Gesetz.

Die Korrespondenz Planeten – platonische Körper ist natürlich hinfällig, sowie man zusätzliche Planeten findet. Kepler forderte die Astronomen ausdrücklich auf, nach weiteren Planeten zu suchen, insbesondere zwischen Mars und Jupiter, und innerhalb der Venusbahn.

Durch sein Jugendwerk *Mysterium Cosmographicum* ,Tübingen 1597, wurde Kepler rasch bekannt. Galilei bedankte sich für die Zusendung eines Exemplars in einem freundlichen Brief, in dem er sich beglückwünscht, einen Gefährten bei der Erforschung der Wahrheit und einen Freund der Wahrheit gefunden zu haben. Keplers Erwiderung, in der er anregt, Galilei möge, wenn er einen Quadranten mit einer Einteilung von Minuten oder Viertelminuten habe, die maximale und minimale Höhe des Polarsterns um den 26. Dezember und seine Höhe bei Mitternacht um den 28. September messen, sowie die gleichen Messungen an dem Stern am Schwanzansatz des Bären um den 19. Dezem-

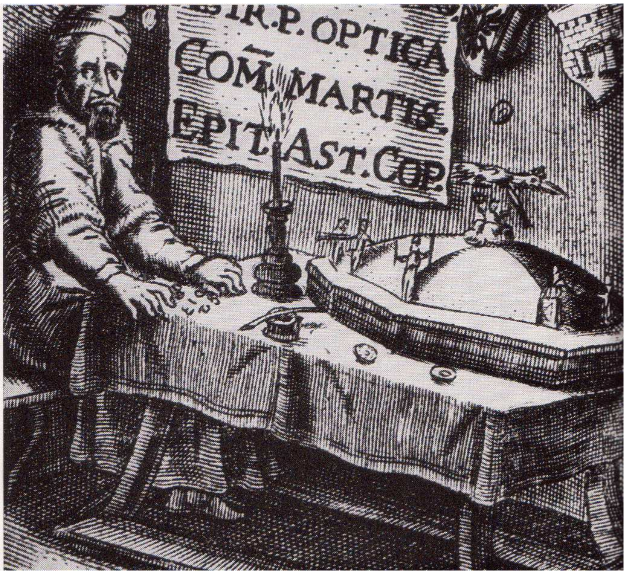


Abbildung 5.0.3.: Ausschnitt aus 5.0.2

ber und um den 19. März vornehmen, fand aber kein Echo. Einmal besaß Galilei kein solches Instrument, zum andern beschäftigte er sich in dieser Zeit mit ganz anderen Dingen, nämlich den Fallgesetzen. Wenn die besagten Sterne in endlicher Entfernung vom Sonnensystem stehen, so erscheinen sie, von verschiedenen Punkten der Erdbahn aus betrachtet, an verschiedenen Stellen des Firmaments. Den Winkel, in dem der Radius der Erdbahn von dem Stern aus gesehen erscheint, nennt man die Parallaxe. Eine von Null verschiedene Fixsternparallaxe hätte den Beweis der um die Sonne kreisenden Erde erbracht. Die Suche nach einem solchen Beweis ist in Galilei's Brief angedeutet. Galilei meinte, in dem Auftreten der Gezeiten einen solchen Beweis gefunden zu haben; seine Publikation darüber im Jahre 1616 war der Anlass zu seinen Schwierigkeiten mit der Inquisition.

Folgenreicher für Kepler war die Reaktion von Tycho auf die Übersendung des *Mysterium Cosmographicum.* Tycho sah in der Idee der platonischen Körper eine „interessante Spekulation", wies aber gleich auf gewisse Schwierigkeiten bei der Bestimmung der Erdbahn von den äußeren Planeten aus hin, und – vor allem — lud Kepler zu sich nach Prag ein.

Dort traf Kepler im Wagen eines Gönners, des Baron Hoffmann, im Februar 1600 ein. Seine Familie hatte er in Graz zurückgelassen. Die äußeren Umstände für eine fruchtbare wissenschaftliche Zusammenarbeit waren allerdings zu der Zeit nicht gerade günstig. Tycho fand sich in der für ihn neuen Umgebung des Kaiserhofs nicht leicht zurecht. Seine Gesundheit war nicht mehr die beste, und sein Mitarbeiterstab glich eher einer in

Abbildung 5.0.4.: Vergrößerung von 5.0.3

Auflösung befindlichen Truppe. Wie später auch Kepler, musste er um das ihm zugesagte Gehalt besorgt sein. Keplers Situation war noch viel prekärer. Er hoffte, als Assistent von Tycho bezahlt zu werden. Tycho hatte eine Stelle für ihn beantragt. Im Frühjahr 1600 war jedoch der Kaiserhof wegen der Pest in Pilsen. Keiner konnte sagen, wo die Dinge lagen.

Zu den widrigen äußeren Umständen kamen sachliche Differenzen. Von diesen soll hier die Rede sein; die Schilderung des Umfelds muss anderen überlassen werden. Kepler hatte auf seinem Wunschzettel vor allem zwei Anliegen: die Lage der Ausgleichspunkte bzw., genauer gesagt, der Bahnmittelpunkte von Marsbahn und Erdbahn, herauszufinden. Aus dem Brief Tychos war ihm schon der Verdacht gekommen, dass die herkömmliche Vorstellung den Beobachtungen widerspricht. Er schreibt dazu : *„Als ich im Mysterium Cosmographicum im 22. Kap. angab, der Ptolemäische Ausgleichspunkt bzw. der zweite Epizykel bei Kopernikus und Tycho habe eine physikalische Ursache, machte ich mir gegen Ende des Kapitels den Einwand, wenn diese Ursache grundsätzlicher Natur sei, so müsse sie für alle Planeten gelten. Da aber die Erde, eines der Gestirne (nach Kopernikus) oder die Sonne(nach den Übrigen) eines solchen Ausgleichspunkts bisher nicht bedurfte, betrachtete ich diese Annahme als unsicher, bis sie von den Astronomen weiter erforscht wäre. Den Verdacht jedoch hegte ich, auch dieser Theorie komme ein Ausgleichspunkt zu. Als ich mit Tycho bekannt wurde, bestätigte sich mir dieser Verdacht. Denn in einem Brief, den er mir im Jahr 1598 in die Steiermark schrieb, heißt es:* Der Jahreskreis nach Kopernikus oder der Epizykel nach Ptolemäus scheint nicht immer die gleiche Größe im Bezug auf den Exzenter zu haben, sondern er erfährt bei allen äußeren Planeten eine spürbare Veränderung, so dass die Winkeldifferenz beim Mars auf 1^o 45 ' anwächst....*Schon damals, als ich hörte, der Jahreskreis würde größer oder kleiner, diktierte mir ein guter Geist, dieses Gespinst entstehe daraus, dass der kopernikanische Jahreskreis bzw. der ptolemäische Epizykel nicht gleichermaßen von jenem Punkt entfernt liege, um den er in gleichen Zeiten gleiche Winkel beschreiben soll...“*

So viel zur Erdbahn, die in der herkömmlichen Astronomie um den Ausgleichspunkt zentriert war, im Gegensatz zu den Bahnen der äußeren Planeten, für welche der Bahnmittelpunkt zwischen Sonne (bzw. Weltmittelpunkt) und Ausgleichspunkt lag. Wieso liegt er aber genau in der Mitte ? Auch hier deutet Tycho in seinem Brief an, dass dies zumindest beim Mars fraglich erscheint. Kepler kam mit der Idee nach Prag, den Ausgleichspunkt der Marsbahn aus den Daten zu bestimmen, und war hoch erfreut, als er von Tycho erfuhr, dass er und Longomontanus auch schon auf diese Idee gekommen waren.

„Tychos Hausgenosse Christian Severin Longomontanus war damals mit der Theorie des Mars beschäftigt, die ihm die Zeit selbst in die Hände legte, denn sie beobachteten gerade die Opposition des Mars zur Sonne im neunten Grad des Löwen. Hätte Christian einen andern Planeten behandelt, so wäre auch ich auf denselben gekommen.

Wiederum halte ich es für eine göttliche Fügung, dass ich gerade zu der Zeit hinzukam, als der Mars auf dem Programm stand, aus dessen Bewegungen allein wir die Geheimnisse der Astronomie erfahren können; ansonsten bleiben sie uns ewig verborgen.

Eine Tabelle der mittleren Oppositionen seit 1580 war erstellt worden, sowie eine Hypothese, welche die darin auftretenden ekliptikalen Längen innerhalb von 2' wiedergab....

Das Apogäum wurde auf 23 °25' Löwe zu Beginn des Jahres 1585 festgelegt. Die maximale Exzentrizität, die sich aus den Halbmessern beider Epizykel zusammensetzt, betrug 20160; davon fielen 16380 auf den Halbmesser des größeren Epizykels. Also in Form der ersten Ungleichheit betrug die Exzentrizität des Ptolemäischen Ausgleichspunkts 20160 oder etwas weniger....

Nur in der ekliptikalen Breite bei den Oppositionen und in den Parallaxen der Erdbahn war Christian hängen geblieben. Aus ihrer Hypothese ergab sich eine Tabelle für die Breiten, aber diese stimmten nicht mit der Beobachtung überein. Dasselbe Problem trat bei den Mondbewegungen auf.

Da ich nun den Verdacht hatte, zu Recht, dass es um die Hypothese nicht gut bestellt ist, machte ich mich an die Arbeit gremäß meinen vorgefassten und in meinem Mysterium Cosmographicum dargestellten Ideen. Am Anfang stritten wir häufig, ob es möglich sei, eine andere Erklärung zu finden, die soviele Planetenpositionen aufs Haar genau wiedergibt, und ob eine Hypothese falsch sein kann, die diese Örter über den ganzen Tierkreis richtig beschreibt.

Ich zeigte aus dem, was im ersten Teil [der Astronomia Nova [10]] *vorausgeschickt wurde, dass der Exzenter falsch sein kann, und trotzdem die Beobachtungen innerhalb von 5' richtig berechnet werden, wenn nur der Ausgleichspunkt stimmt. Was aber die Parallaxen der Erdbahn und die Breiten betrifft, so bleibe zu erforschen, ob nicht irgendwo außerhalb der Oppositionen, wo ihre Hypothese noch nicht getestet war, eine Abweichung von 5' von ihrer Rechnung auftritt.“*

Hier setzen nun die sachlichen Differenzen ein, die nicht unwesentlich zu den Spannungen beitrugen, zu denen es schon in den ersten Wochen kam. Kepler war der Auffassung, man müsse die Koordinaten der Planeten auf die Sonne statt auf den Weltmittelpunkt, d.h. den Mittelpunkt der Erdbahn, beziehen, weil die Sonne die Quelle der Kraft ist, die die Planeten herumreißt. Er bat darum, die Marsdaten auf seine Weise benutzen zu dürfen. Tycho willigte zwar ein; die Hauptaufgabe aber, die er Kepler zuwies, war, ein Traktat gegen Ursus zu schreiben, einen Astronomen, der angeblich Tychos Weltsystem als sein eigenes ausgab — eine Geschichte, die uns hier nicht weiter zu interessieren braucht, es sei denn als Illustration der Schwierigkeiten zwischen Kepler und Tycho.

Bei der Hypothese, um die es geht, muss man fairerweise verschiedene Stadien unterscheiden; Keplers Kritik bezieht sich auf das letzte Stadium, nämlich dasjenige, das er antraf. Wie wir später sehen werden, stimmen die Ausgleichspunkte von Tycho und Kepler genau überein, wenn man sich die Mühe macht, die beiden Systeme, das mit der Sonne und das mit dem Weltmittelpunkt als Bezugspunkt, ineinander umzurechnen, was allerdings nur näherungsweise geht; Kepler gibt uns die Umrechnung nicht. Das ist auch theoretisch zu erwarten, wenn die Rechnungen auf den gleichen Grundlagen beruhen. Tycho und Longomontanus müssen also die gleiche komplizierte Berechnung des Ausgleichspunkts für die Oppositionen zur mittleren Sonne ausgeführt haben wie Kepler für Oppositionen zur wahren Sonne. Möglicherweise verwandten sie sogar dieselben vier Oppositionen dazu wie Kepler; das wissen wir nicht; es ist auch nicht entscheidend, denn alle Oppositionen passen zu der Theorie. Es ist nicht wahrscheinlich, dass Longomonatanus denselben Algorithmus zur Rechnung verwandte wie Kepler; naheliegend wäre, dass er die Iteration, die schon beim Ptolemäischen Ausgleichspunkt zur Auffindung des Kreismittelpunkts notwendig ist, auch bei der Rechnung mit vier statt drei Oppositionen benutzte. In jedem Fall ist das eine enorme Leistung, die denselben Applaus verdient, den Kepler für seine Rechnung beansprucht.

Wenn nun aber die Ausgleichspunkte übereinstimmen, so ergibt sich bei den ekliptikalen Breiten dieselbe Differenz zu den Beobachtungen, die Kepler zu schaffen macht, und die ihn überzeugt, dass das ganze System faul ist. Tycho hatte sich, wie aus den Beobachtungsbüchern hervorgeht, schon 1593 überzeugt, dass die ekliptikalen Breiten zur Zeit der Opposition auf 1' mit der herkömmlichen Theorie übereinstimmen, und zwar für alle vorhergegangenen Oppositionen. Diese gute Übereinstimmung war nun nicht mehr gegeben, weil die Entfernung Ausgleichspunkt – Kreismittelpunkt sich geändert hatte. In dieser Lage verfiel offenbar Tycho, wie wir sehen werden, auf eine Idee, wie man die Theorie ändern könne, die aber einer geometrischen Interpretation widerspricht. Das ist nirgends publiziert; wir wissen es nur von Kepler. Es ist ein Versuch, der aber zu nichts führt. In gewisser Weise ist dieses Vorgehen konsistent mit Tychos Auffassung, dass „man den Bahnen der Himmelskörper, wie immer man sie annimmt, jede Realität absprechen sollte“ (aus dem Brief an Kepler vom 1. April 1598). Mit den Tabellen, die jetzt aufgestellt wurden, und die uns Kepler mitteilt, ist nichts anzufangen. Eine falsche Geometrie, das ist, als wolle man die Fläche eines Dreiecks aus dem Produkt von Grundlinie mal Summe der Seitenlinien statt aus dem Produkt Grundlinie mal Höhe bestimmen. Kepler war schockiert. Wir werden sehen, wie er das Problem, zweifellos eines der härtesten in der Geschichte der Physik, löste. Er war anfangs so kühn zu sagen, er traue sich, die Diskrepanzen innerhalb von acht Tagen zu beseitigen. In Wirklichkeit sollte es ihn einige Jahre kosten.

Nach einer Auseinandersetzung mit Tycho, eher einem Wutausbruch Keplers, kam es durch Vermittlung hochgestellter Personen zu einem Übereinkommen: Kepler sollte die Marstheorie weiter bearbeiten, Longomontanus die Theorie des Mondes. Tycho wollte beim Kaiser eine Assistentenstelle für Kepler besorgen, die für zwei Jahre seine Aufenthaltskosten in Prag decken würde, während er nach Möglichkeit seine Stelle in Graz behalten sollte. Mit dieser Aussicht fuhr Kepler im Juni 1600 zurück nach Graz. Er wandte sich an seinen väterlichen Freund und Gönner, den bayerischen Kanzler Herwart von Hohenburg um Rat, was er tun solle. Die vagen Aussichten schreckten ihn, zumal ihm die finanziellen Sorgen von Tycho (*„einem Mann von solchem Namen“*) vor Augen lagen. Herwart erwies sich als der Mann von Welt, der er war. Er riet ihm dringend, auf dieses Angebot einzugehen, da Tycho alle Hebel in Bewegung setzen würde, um die Herausgabe seiner Daten zu vollenden, und die Stände in der Steiermark, wenn sie ein Schreiben des Kaisers in Händen hätten, gar nicht anders könnten als einzuwilligen. Es kam aber anders. Im August 1600 wurden im Zuge der Gegenreformation alle Protestanten aus Graz ausgewiesen. Für Kepler hätte man eine Ausnahme gemacht, wenn er sich einer nützlicheren Beschäftigung, nämlich der Medizin, zuwenden wolle, aber jetzt war es Tycho, der Kepler dringend bat, zu ihm zu kommen, was auch geschah. Kepler traf im Winter 1600/1601 mit seiner Fanilie in Prag ein, krank und finanziell ausgeblutet. Er hoffte, wenigstens bis Ostern zu überleben.

Die weitere Geschichte ist bekannt: Tycho stellte Kepler im September 1601 dem Kaiser vor. Longomontanus war seit Sommer 1600 wieder in Dänemark, wo er später eine Professur an der Universität Kopenhagen erhielt. Als Tycho im Oktober 1601 unvermutet starb, wurde Kepler wenige Tage nach seinem Tod zum Kaiserlichen Mathematiker bestellt und mit der Fortsetzung von Tychos Arbeiten betraut, die in den *Rudolfinischen Tafeln* gipfeln sollte. Kepler solle sein Gehalt selbst bestimmen. Wieder riet ihm Herwart, eine „einträgliche Besoldung“ zu verlangen. Hinter den Kulissen tat er alles, was in seiner Macht stand, um Kepler zu unterstützen. Er hielt ihn für den Einzigen in Europa, der fähig wäre, den in Tychos Daten verborgenen Schatz zu heben, d.h. die von Tycho erhoffte „Erneuerung der Astronomie “ zustande zu bringen. Kepler erbat sich die Hälfte von Tychos Gehalt, nämlich 1500 Taler jährlich. Er erhielt nominell ein Drittel davon und war, nach eigenen Aussagen, froh, wenn er die Hälfte dessen tatsächlich ausbezahlt bekam. Die Erben Tychos wollten natürlich die Daten und die Instrumente nicht kostenlos abgeben. Tychos Schwiegersohn Tengnagel gab vor, mit Kepler zusammen an der Herausgabe der Daten zu arbeiten. Er bekam eine Stelle mit dem doppelten nominellen Gehalt von Kepler. Doch genug davon.

Die wissenschaftlichen Probleme faszinierten Kepler. Von Graz aus, wohin er im Frühjahr 1601 für einige Zeit wegen einer Erbangelegenheit zurückgekehrt war, schrieb er an Magini in Bologna wegen verschiedener astronomischer Anliegen, darunter auch über das Problem, aus vier Oppositionen die Lage des Bahnmittelpunkts zu bestimmen. Dasselbe Problem hatte er ein Jahr zuvor Herwart von Hohenburg vorgelegt, in der Hoffnung, dass es dem berühmten französischen Mathematiker Vieta zu Ohren komme. Kepler fürchtete, es gebe eine einfache Konstruktion, und er werde sich mit seinem Näherungsverfahren blamieren. Außerdem wandte er sich im Juni 1600 an den Regenten der Steiermark, den Erzherzog Fedinand, den späteren Kaiser (ab 1619) mit einer detaillierten Vorhabenbeschreibung zur bevorstehenden Sonnenfinsternis am 10.Juli, wohl in der Hoffnung, eine ähnliche Stelle wie Tycho angeboten zu bekommen.

Zur weiteren Arbeit an der Marstheorie kam es aber wohl erst im Jahr 1602. Sie sollte fast das volle Jahr 1603 unterbrochen werden durch optische Arbeiten. Tengnagel hatte durchgesetzt, dass Kepler laufend über seine Arbeit berichten musste. Wohl in der Einsicht, dass die Arbeit am Mars länger dauern würde, befasste sich Kepler mit optischen Fragen, darunter mit der von Tycho entdeckten Refraktion in der Atmosphäre, die zu Korrekturen führt für Sterne in der Nähe des Horizonts. Außerdem nützte er Kontakte zur medizinischen Fakultät in Prag und fand so eine Erklärung für die Bildentstehung im Auge. Er fasste seine Erkenntnisse zusammen in einem Buch, seiner „Optik" von 1604, einem Standardwerk für lange Zeit. Diese Arbeiten ermöglichten ihm 1610, als er von der Entdeckung der Jupitermonde durch Galilei erfuhr, innerhalb weniger Wochen ein anderes, das sog. Keplersche Fernrohr, vorzuschlagen und zu berechnen. Ende des Jahres 1604 gelang Kepler der Durchbruch in der Theorie der Marsbahn; 1606 bat er um einen Druckkostenzuschuss zu seiner *Astronomia Nova*, die dann 1609 im Druck erschien.

Doch berichten wir nun der Reihe nach über die einzelnen Schritte zur Erkundung der Planetenbahnen.

5.2. Die Marsoppositionen zur wahren Sonne

Ausgehend von den Beobachtungsbüchern stellte Kepler zunächst neue Tabellen für die Marsoppositionen zur wahren Sonne zusammen. Die Position der Sonne zu einer gegebenen Zeit erhält man aus der Zeit selbst durch eine Korrektur, die ihrerseits aus der Zeit und aus der Exzentrizität der Erdbahn berechnet wird. Die Exzentrizität, d.h. die Entfernung des Ausgleichspunkts von der Sonne, hatte Tycho durch Beobachtungen der Sonne an den Tag– und Nachtgleichen und an einem Zeitpunkt zwischen diesen und der Sommersonnwende zu 0.03584 bestimmt; für die Lage des Frühlingspunkts am Fixsternhimmel waren Tagesbeobachtungen der Venus maßgebend. Es erübrigt sich, darauf hinzuweisen, dass die Position der Fixsterne von Tycho und Mitarbeitern auf etwa 1'-2' genau bestimmt worden waren. Von Keplers akribisch dokumentierten Oppositionsbestimmungen sei stellvertretend nur eine im Wortlaut wiedergegeben.

„Am 31. Jan. 1585 um 12 $^h0^m$ [um Mitternacht]*wurde der Mars beobachtet in 21^{o}18' 11" Löwe, die Sonne stand in 22^o 21' 31" Wassermann. Die wahre Opposition war also vorbei. Der Abstand ist 1^{o}3' 20". Die tägliche Bewegung der Sonne war 61' 16", die des Mars 24' 15", die Summe also 85' 31". Wie sich 1^o 25' 31" zu 24 Stunden verhält, so 1^{o}3' 20" zu 17 Stunden 46 Minuten, denen in der Bewegung des Mars ungefähr 18' entsprechen. Daher ist die Zeit* [der Opposition] *der 30. Jan. 19*$^h14^m$ [sic!]*und der Ort des Mars in der Ekliptik 21^o 36' 10" Löwe. Für die Reduktion* [auf seine Bahn] *ist ein wenig zu subtrahieren, da er jenseits des höchsten Punktes steht. Daher verfrüht ihn die Verlängerung des Bogens vom nächsten Knoten aus, jedoch um einen unmerklichen Betrag, da der Abstand vom höchsten Punkt nur 4 oder 5 Grad beträgt. Die Breite nach der Tychonischen Tabelle ist 4^o 32' 10". Denn die Beobachtung um Mitternacht des 31. Januar ergab eine Breite von 4^o 31', zu der die jeweilige Parallaxe aus der Tabelle zu addieren ist".*

Die gemessenen Positionen des Mars müssen, wie man sieht, noch korrigiert werden für die Effekte der Refraktion, der Parallaxe und der Bahnneigung. Auf die beiden letzteren Effekte wollen wir kurz eingehen.

Die Parallaxe kommt von der endlichen Entfernung des Mars. Sie lässt den Mars näher am Horizont erscheinen als er vom Erdmittelpunkt aus gesehen würde. Die Korrekturen seiner ekliptikalen Länge und Breite sind verschieden zu Beginn einer Nacht und an deren Ende, wegen der Schiefe der Erdachse. Durch diesen Effekt lässt sich die Parallaxe messen. Dazu gibt es in der *Astronomia Nova* eine ausführliche, zum Teil sogar belustigende Diskussion. Tycho hatte mit seinen Mitarbeitern die Parallaxe mehrere Male gemessen. Wertet man die Daten aus, so zeigt sich, dass die Parallaxe mit Null verträglich ist, wogegen man auf Grund der seit alters (seit Aristarch!) angenommenen Sonnenparallaxe von 3' (einen Faktor 20 zu viel!) bei den Marsbeobachtungen einen nachweisbaren Effekt von 3'–4' erwartet hätte. Ob nun Tycho den Messungen nicht getraut hat oder sich des ganzen Modells unsicher war — er hat sich jedenfalls widersprüchlich über seine Messungen geäußert. Kepler versuchte sich im März 1604 selbst an einer Messung, *„ein Schauspiel zum Lachen“*, die aber wegen der Witterung (Kälte und Wind) und wegen unzuverlässiger Instrumentierung nur eine obere Grenze von 4' für die Marsparallaxe bei dieser Opposition ergab. Kepler gibt dabei freimütig zu, er hätte den Verstand verloren, wenn er in einer so delikaten Sache auf seine eigenen Messungen angewiesen gewesen wäre, und er hoffe, dass der Leser aus diesem Beispiel lerne, wozu Tycho soviel Sorgfalt, Instrumente, Assistenten und den ganzen Apparat gebraucht habe.

Bei der Angabe der ekliptikalen Längen der Oppositionen verzichtete Kepler generell auf eine Parallaxenkorrektur.

Die Korrektur für die Bahnneigung ist ebenfalls ein sehr kleiner Effekt. Er gibt uns aber Gelegenheit, die von Kepler angemahnten Fehler Tychos zu erläutern. Es sind zwei konzeptionelle Fehler, die den Oppositionsort um bis zu 10' verfälschen.

Tycho hatte, völlig zu Recht, insistiert, dass man die Position eines Planeten durch einen Winkel in seiner Bahn angibt, und nicht nur die Projektion auf die Erdbahnebene, die Ekliptik, betrachtet. Bei den kleinen Neigungen der Planetenbahnen macht das keinen großen Unterschied; Ptolemäus und Kopernikus hatten den Effekt vernachlässigt, da er kleiner ist als ihre Beobachtungsgenauigkeit. Wie man die Beobachtungen von ekliptikaler Länge und Breite auf den Winkel in der Bahn umrechnet, ist im Prinzip klar. Man muss dazu die Bahnneigung und die Lage der Bahnknoten kennen. Eine Zeichnung wird dies verdeutlichen.

Abb. 5.2.1 zeigt die Bahn der Erde E um die Sonne S und die Projektion der Marsbahn auf die Ekliptik. Die Knotenlinie ist die Linie durch K und S. Blickt man entlang dieser Linie , so erscheinen Erdbahn und Marsbahn als Geraden, die den Winkel i, den Neigungswinkel der Marsbahn, einschließen (der Winkel ist übertrieben groß gezeichnet; in Wirklichkeit ist er nur $1^o51'$). Links von der Knotenlinie in Abb. 5.2.1 befindet sich der Mars oberhalb der Erdbahn, rechts darunter. Im Punkt A liegt der Mars (in der Projektion) auf der Geraden SE, d.h. in Opposition zur Sonne. Die Opposition stellt eine wichtige Konstallation dar, weil in dieser Stellung der Planet, von der Sonne aus gesehen, in einer Richtung steht, die man angeben kann; es ist dieselbe Richtung, in der er von der Erde aus gesehen wird. Die Oppositionsorte des Planeten, von der Sonne aus gesehen, und die zugehörigen Zeitpunkte, hängen nicht von der Gestalt der Erdbahn ab. Eine Theorie der Planetenbahn wird diese Orte vorhersagen.

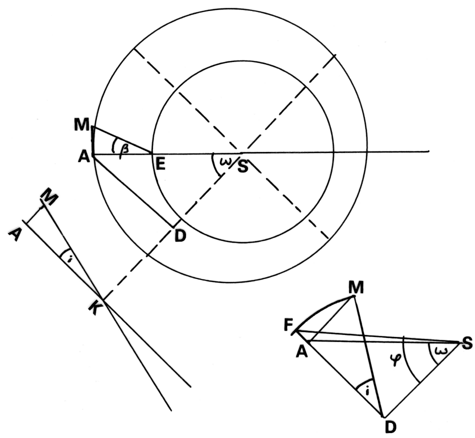


Abbildung 5.2.1.: Mars– und Erdbahn in Grund- und Aufriss. Die Ebenen der Planeten schneiden sich in der Knotenlinie KDS. Gezeichnet ist eine Opposition des Mars M zur Sonne S. Die Projektion des Mars auf die Erdbahnebene ist A. Der Mars erscheint von der Erde aus auf der Linie SEA, in einer Höhe über der Ekliptik, die durch den Winkel β, die ekliptikale Breite, gegeben ist. Das Dreieck MAE ist hier in die Zeichenebene umgeklappt (um AE).
Blickt man entlang der Knotenlinie KS, so erscheinen die Ebenen der Planeten als Geraden, die den Winkel i, die Bahnneigung, einschließen. Kennt man den Winkel ω, d. h. die Längendifferenz zum Knoten, und die Entfernung AS vom Mars und ES von der Erde zur Sonne, so kann man aus der beobachteten Breite β die Bahnneigung i berechnen.
Sind Bahnneigung und Knotenabstand ω bekannt, so lässt sich auch der ω entsprechende Winkel ϕ in der Bahnebene des Planeten konstruieren.

In der Projektion bildet die Linie AS mit der Knotenlinie KS den Winkel ω, das ist die Differenz der ekliptikalen Längen des Planeten und des Knotens. Wie kommt man von da zum entsprechenden Winkel ϕ in der Bahn des Planeten? Man muss dazu die geneigte Ebene des Planeten um die Knotenlinie in die Zeichenebene (die Ekliptik) umklappen. Der Punkt A beschreibt dabei einen Kreisbogen, dessen Projektion auf der Linie AD liegt (D ist der Lotfußpunkt von A auf die Knotenlinie). Die Höhe AM des Planeten über dem Punkt A ergibt sich aus dem (in die Zeichenebene umgeklappten) Dreieck ADM, in dem i der Neigungswinkel der Bahn ist. Die Strecke DM ist die wirkliche Entfernung des Planeten von D. Beim Umklappen der Bahn in die Zeichenebene wandert der Punkt A auf der Geraden AD bis zum Punkt F, wobei F dieselbe Entfernung von D hat wie M. Der Winkel ϕ in der Bahn des Planeten, d.h. der Winkel FSD, ist also größer als der Winkel ω oder ASD. Die Umrechnung ist aus der Zeichnung klar: $AD = SD \cdot \tan\omega$, $FD = MD = SD \cdot \tan\phi$. Wegen $AD = MD \cdot \cos i$ ist

$$\tan\omega = \tan\phi \cdot \cos i$$

Den größten Unterschied zwischen ω und ϕ erhält man für $\omega = 45^o$; bei $\omega = 0^o$ und $\omega = 90^o$ gibt es keinen Unterschied.

So weit, so gut. Nun kommen die Fehler von Tycho und Longomontanus. Der erste ist, dass Tycho meinte, der Oppositionszeitpunkt sei erst dann erreicht, wenn der Planet in seiner Bahn denselben Bogen vom Knoten aus zurückgelegt hat, der in der Projektion auftritt, also $\phi' = \omega$. Dieser Fehler ist allerdings numerisch belanglos; bei $i = 1^o51'$ ist der Unterschied zwischen ω und ϕ maximal 1'. Der zweite Fehler ist weitaus gravierender: Anstelle des Winkels i der Bahnneigung wurde der Winkel β, die beobachtete ekliptikale Breite, eingesetzt ($\tan\beta = \frac{MA}{AE}$). Der Winkel β kann aber bis 4^o oder, in der Nähe des Perihels, bis 6^o anwachsen, so dass der damit berechnete Unterschied zwischen ϕ und ω beträchtlich wird.

Beide Fehler sind mit den Gesetzen der Geometrie nicht vereinbar. Nun ist es so , dass man nicht ohne Not den sicheren Boden geometrischer Vorstellungen verlässt. Wie gesagt, ich sehe diese Ideen als einen — zwar untauglichen — Versuch an, der Schwierigkeiten Herr zu werden, die sich aus der Bestimmung der Differenz zwischen Ausgleichspunkt und Bahnmittelpunkt ergaben. Es ist dasselbe Problem, mit dessen Lösung sich Kepler unsterblichen Ruhm erworben hat.

5.3. Die Aufsuchung der Knoten der Marsbahn

Bevor Kepler nun eine Tabelle der Marsoppositionen erstellt, überzeugt er sich, dass die Marsbahn — wie auch die Erdbahn — in einer festen Ebene mit der Sonne liegt und nicht, wie bei Kopernikus, in einem schwankenden Gebilde. Dazu müssen zunächst die Knoten bestimmt werden. Hierzu überlegt sich Kepler ein eigenes Verfahren. Wenn der Mars in einem der beiden Knoten seiner Bahn steht, dann wird er bei ekliptikaler Breite Null gesehen, unabhängig davon, wo die Erde steht. Kepler findet vier Beobachtungen im aufsteigenden Knoten; der zeitliche Abstand der Beobachtungen beträgt jeweils 687 Tage. Das ist die Umlaufzeit des Mars. Dieser Umstand spricht dafür, dass die Marsbahn fest im Raum liegt. Dasselbe ergibt sich aus zwei Beobachtungen mit Mars im absteigenden Knoten. Aus den Zeitpunkten und einer Tabelle der mittleren Marsbewegung ergibt sich, dass der aufsteigende Knoten in $5^o31'$ Stier und der absteigende Knoten in $27^o14.5'$ Skorpion liegt. Für den oberen Bogen braucht der Mars also länger als für den unteren Bogen. Der Ausgleichspunkt liegt also nicht auf der Knotenline. Mit Tychos Korrektur für die Exzentrizität der Marsbahn lassen sich auch die Richtungen der Knoten vom Weltmittelpunkt aus bestimmen, der näher an der Sonne liegt als der Ausgleichspunkt der Marsbahn: $16^o48'$ Stier und $15^o44.5'$ Skorpion. Die Knoten stehen sich jetzt fast genau gegenüber. Kepler's spätere Untersuchung wird zeigen, dass die Winkel an der Sonne genau 180 ^{o} auseinander liegen, d.h. dass die Sonne auf der Knotenlinie liegt.

5.4. Die Bestimmung der Bahnneigung der Marsbahn

Ohne viel Rechnung zeigt Kepler, mit drei unabhängigen Methoden, dass die Marsbahn eine konstante Neigung von etwa $1^o50'$ gegenüber der Ekliptik hat.

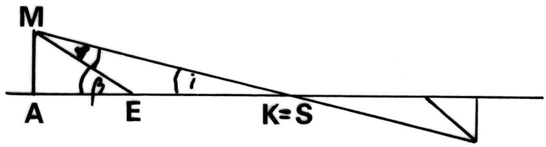


Abbildung 5.4.1.: Aufrisszeichnung für Oppositionen an der höchsten und an der tiefsten Stelle der Marsbahn.

Bei der ersten Methode geht er davon aus, dass man in einer Ebene senkrecht zur Knotenlinie den Winkel an der Sonne zwischen der höchsten Position des Mars und der Ekliptik messen möchte, d.h. in Abb. 5.4.1 den Winkel bei S in dem Dreieck SAM. Genau so gut kann man aber in dieser Position des Mars seine ekliptikale Breite von der Erde aus messen, wenn die Erde gleich weit vom Mars entfernt ist wie die Sonne. In Abb. 5.4.2 sind

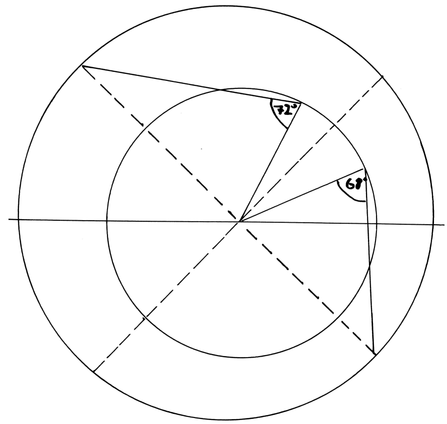


Abbildung 5.4.2.: Ideale Konfigurationen, in denen der Mars an der höchsten oder tiefsten Stelle seiner Bahn steht und gleich weit von Erde und Sonne entfernt ist. In dieser Konfiguration ist die gemessene Breite gleich der Bahnneigung.

die idealen Konfigurationen eingetragen. Die idealen Winkel zwischen den von der Erde aus gesehenen Positionen von Sonne und Mars sind im höchsten Punkt der Marsbahn 72^o und im tiefsten Punkt $68\frac{2}{3}^o$. Natürlich kommen exakt diese Konstellationen nicht vor, aber es gibt ähnliche (s. Abb. 5.4.3), bei denen man die beobachtete Breite geringfügig korrigieren muss. In Tab. 2 sind die von Kepler aufgeführten Beobachtungen eingetragen; zusätzlich ist jeweils das Datum für den Durchgang des Mars durch den höchsten oder den tiefsten Punkt seiner Bahn angegeben.

In allen Fällen ergibt sich aus den Beobachtungen der Breite, mit einer über den Daumen geschätzten Korrektur, eine Bahnneigung von etwa $1^0 50'$.

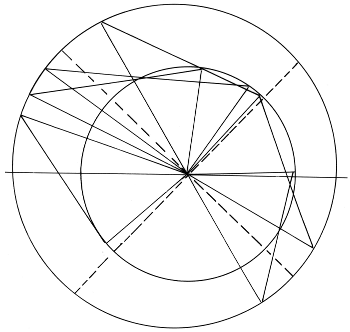


Abbildung 5.4.3.: Reale Konfigurationen, bei denen sich die Bahnneigung mit ein wenig Extrapolation aus der ekliptikalen Breite bestimmen lässt.

Tab.2 Konstellationen zur Bestimmung der Bahnneigung

Datum der Beob-achtung	eklipt. Länge Mars	eklipt. Breite Mars	eklipt. Länge Sonne	Längen-differenz M - S	Mars im Max. oder Min.
10.Nov.1588 6^{30}	25 $^o31'$ Jungfrau	$1^o36.75'$	28^o Skorpion	62.5^o	27. Okt.
5.Dez.1588 6^h	9 $^o19.75'$ Waage	$1^o53.5'$	23^o Schütze	73.5^o	"
22.Okt.1586 6^h	0 $^o7'$ Jungfrau	$1^o36.1'$	8^o Skorpion	68^o	12.Dez.
2.Nov.1586 4^{40}	5 $^o52'$ Jungfrau	$1^o47'$	19.4^o Skorpion	73.5^o	"
1. Dez.1586 7^{30}	20 $^o4.5'$ Jungfrau	$2^o16.5'$	18^o Schütze	88^o	"
22.Apr.1583 21^{43}	1 $^o17'$ Löwe	$1^o50.66'$	11^o Stier	80^o	9. März
9.März 1596 20^h	15 $^o49'$ Zwillinge	$1^o49.66'$	30^o Fische	76^o	8. März
15. Sept.1589 19^{15}	16 $^o47'$ Schütze	$-1^o52'$	2^o Waage	74.75^o	14. Okt.
1.Nov. 1589 18^{10}	20 $^o59.25'$ Steinbock	$-1^o36'$	19^o Skorpion	62^o	"

Eine zweite Methode besteht darin, Konstellationen aufzusuchen, in denen die Erde auf der Knotenlinie steht. Befindet sich der Mars nun unter 90 ^{o} zur Knotenlinie, so ist seine gemessene Breite gleich der Bahnneigung (s. Abb. 5.4.4). Die Sonne sollte also idealerweise in 17^o Stier oder 17^o Skorpion sein, der Mars 90 ^{o} davon entfernt, also in 17^o Löwe oder 17^o Wassermann. In den ersten vier Beobachtungen der Tab. 3 ist diese Bedingung ungefähr erfüllt (siehe Abb. 5.4.5).

Die erste Beobachtung wurde schon in Tab.2 benutzt. Auch die anderen Beobachtungen sind, mit kleinen Korrekturen versehen, mit einer Neigung von 1^o 50 ' vereinbar. Bei der vierten Beobachtung z.B. fehlen noch 14 Tage, bis die Sonne im Knoten steht. In dieser Zeit vermindert sich die Breite des Mars um weniger als 28 ', wie die Extrapolation aus den vorhergehenden Beobachtungen vom 2.Okt. und 10. Okt. zeigt; zu den extrapolierten 1^o 45' hat man also etwas zu addieren, so dass auch diese Beobachtung mit einer Neigung von 1^o 50' verträglich ist.

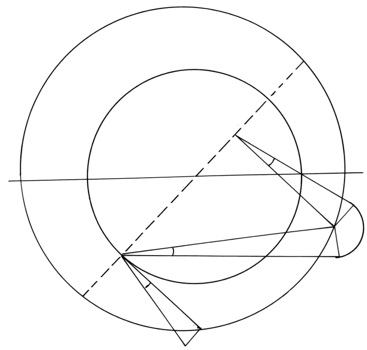


Abbildung 5.4.4.: Weitere ideale Konfigurationen. Wenn die Erde im Knoten der Marsbahn steht, lässt sich die Bahnneigung immer aus der ekliptikalen Breite bestimmen, ohne Kenntnis der Entfernungen. Am einfachsten ist es, wenn der Mars unter 90 ^{o} zur Knotenlinie steht. Die jeweiligen Dreiecke zur Konstruktion der Bahnneigung sind in die Zeichenebene umgeklappt.

Tab.3 Weitere Konstellationen zur Bestimmung der Bahnneigung

Datum der Beobachtung	eklipt. Länge Mars	eklipt. Breite Mars	eklipt. Länge Sonne
22.Apr.1583	1 $^o17'$ Löwe	$1^o50.7'$	11^o Stier
13. Nov. 1584 1^{30}	23 $^o14'$ Löwe	$2^o12'$	1^o Schütze
26. Apr. 1585 21^{52}	21 $^o26'$ Löwe	$1^o49'$	16^o Stier
16. Okt. 1591 18^{30}	1 $^o27'$ Wassermann	$-2^o10.8'$	2.5^o Skorpion
10. Okt. 1591 18^{30}		$-2^o18.7'$	
2. Okt. 1591 18^{30}		$-2^o38.1'$	

Die Überlegung mit der Erde im Knoten kann aber erweitert werden auf Konstellationen, in denen der Mars nicht unter 90 ^{o} zur Knotenlinie steht. Wie in Abb. 5.4.5 zu sehen, lässt sich der Neigungswinkel aus der gemessenen Breite β und der Längendifferenz $\Delta\lambda$ zwischen Sonne und Mars leicht berechnen. Es gilt nämlich, wenn d der auf die Ekliptik projizierte Abstand des Mars von der Knotenlinie und h seine Höhe über der Ekliptik ist,

$$\tan i = \frac{h}{d}.$$

Der Abstand Erde– Mars, in die Ekliptik projiziert, sei l . Dann ist $\frac{d}{l} = \sin\Delta\lambda$. Wegen $\tan\beta = \frac{h}{l}$ ist dann

$$\tan i = \frac{h}{d} = \frac{\tan\beta}{\sin\Delta\lambda}.$$

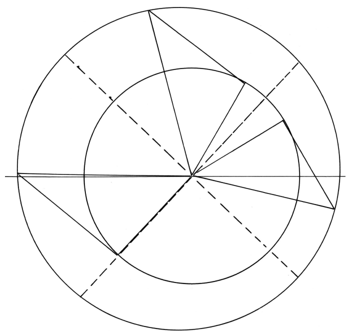


Abbildung 5.4.5.: Reale Konfigurationen mit der Erde in der Nähe der Knotenlinie.

Es ist also nur notwendig, Mars jeweils am 27. April und 30. Oktober zu beobachten. Kepler fand aber offenbar keine weiteren Beobachtungen zu diesen Zeiten.

Stattdessen führt er eine dritte Methode an, bei der allerdings der Abstand r des Mars von der Sonne bekannt sein muss. In der Opposition von 1585 ist Mars in 21 ^{o} 36' Löwe nahe dem höchsten Punkt seiner Bahn. Die ekliptikale Breite ist 4 ^{o}32.1 '. In Abb. 5.4.1 sei der Abstand r des Mars M von der Sonne in S in Einheiten des Abstands der Erde E von der Sonne bekannt, r=1.684. Dann erhält man aus

$$\frac{r}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\gamma}$$

den Winkel $\gamma = 2^o43'27''$ und die Bahnneigung i= $\beta - \gamma = 1^o48'43''$, oder, wegen der kleinen Abweichung des Mars vom Extremum in 17 ^{o} Löwe, aufgerundet i= $1^o49'$.

Umgekehrt, kennt man den Winkel i, so kann man den Abstand des Mars von der Sonne in dieser Konfiguration berechnen, was später noch eine Rolle spielen wird.

Die genauere Berechnung der Bahnneigung nach der Auffindung des Flächensatzes und der Ellipsenform der Bahn ergibt i = $1^o51'$, was die hier vorgeführte Abschätzung bestätigt.

Es ist ein erster Triumph für Kepler, dass die Marsbahn offenbar eine Ebene mit konstanter Neigung gegen die Ekliptik darstellt. Das hatte er in allen beobachtbaren Konfigurationen getestet: durch die erste Methode so nahe an der Konjunktion von Mars und Sonne, wie es eben geht, durch die zweite Methode bei 90 ^{o} und durch die dritte Methode bei Opposition, jeweils in beiden Halbkreisen, oberhalb und unterhalb der Ekliptik. Kepler nimmt nun Kopernikus in Schutz gegen Ptolemäus, weil die sonderbare Idee, dass sich die Neigungen der Planetenbahnen verändern können, von Ptolemäus stammt, auch wenn er dies nur für die Merkurbahn explizit forderte.

„Kopernikus, der sich seines Reichtums gar nicht bewusst war, meinte, den Ptolemäus erklären zu müssen, nicht die Natur der Dinge, der er doch von allen am nächsten kam. Darüber lese man in der narratio des Rheticus nach. Wenn er sich freute, dass bei der Annäherung der Erde an die Planeten die Breiten zunehmen, so wagte er doch nicht, die

Tab.4 Oppositionen des Mars.

Die römischen Ziffern geben die Zahl der vorangehenden Tierkreisbilder zu je 30^o, vom Frühlingspunkt an gerechnet. Die übliche Bezeichnung für die eklipt. Länge der ersten Beobachtung z.B. wäre 6^o28'35" Zwillinge.

	Datum der Beobachtung			eklipt. Länge		eklipt. Breite	mittlere Länge		berechnete Länge
	18. Nov.	1580	1^{31}	II	6^o 28' 35"	1^o 40'	I	25^o 49' 31"	6^o 28' 44"
	28. Dez.	1582	3^{58}	III	16^o 55' 30"	4^o 6'	III	9^o 24' 55"	16^o 57' 4"
	30. Jan.	1585	19^{14}	IV	21^o 36' 10"	4^o 32.2'	IV	20^o 8' 19"	21^o 37' 46"
F	6. März	1587	7^{23}	V	25^o 43' 0"	3^o 41'	VI	0^o 47' 40"	25^o 43' 16"
	14. Apr.	1589	6^{23}	VII	4^o 23' 0"	1^o 12.8'	VII	14^o 18' 26"	4^o 26' 12"
G	8. Juni	1591	7^{43}	VIII	26^o 43' 0"	-4^o 0'	IX	5^o 43' 55"	26^o 43' 51"
D	25. Aug.	1593	17^{27}	XI	12^o 16' 0"	-6^o 2'	XI	9^o 55' 4"	12^o 16' 42"
E	31. Okt.	1595	0^{39}	I	17^o 31' 40"	0^o 8'	I	7^o 14' 9"	17^o 31' 54"
	13. Dez.	1597	15^{44}	II	2^o 28' 0"	3^o 33'	II	23^o 11' 56"	2^o 28' 3"
	18. Jan.	1600	14^{02}	IV	8^o 38' 0"	4^o 30.8'	IV	4^o 35' 50"	8^o 38' 18"
	20. Feb.	1602	14^{13}	V	12^o 27' 0"	4^o 10'	V	14^o 59' 37"	12^o 25' 13"
	28. März	1604	16^{23}	VI	18^o 37' 10"	2^o 26'	VI	27^o 0' 12"	18^o 36' 43"

Restbeträge, die durch die Annäherung der Erde nicht erfasst werden, zu vernachlässigen, sondern, um auch diese zu erklären, nahm er Schwankungen der Exzenterebenen an, bei denen sich der Neigungswinkel, der bei Ptolemäus konstant ist, verändert, und zwar so — was geradezu ungeheuerlich ist — , dass er sich nicht nach den Bewegungsgesetzen des eigenen Exzenters richtet, sondern nach denen der ihm fremden Erde. Siehe Kopernikus, Buch 6, Kap.1.

Gegen diese unverständliche Verknüpfung verschiedener Bahnen habe ich immer gekämpft (mit meiner Ungläubigkeit bewaffnet), auch bevor ich mit Tychos Beobachtungen bekannt wurde. Umso mehr beglückwünsche ich mich, dass die Beobachtungen meine Ideen bestätigen, wie bei vielen meiner vorgefassten Ansichten.“

Kepler kann nun annehmen, dass eine konstante Bahnneigung auch für alle anderen Planeten zutrifft. Die obskuren Modelle, insbesondere der Merkurbahn, sind also vermutlich falsch.

„Wer verschafft mir eine Quelle der Tränen, damit ich den unglücklichen Appian gebührend beweine, der in seinem kaiserlichen Werk im Vertrauen auf Ptolemäus so viele gute Stunden verlor, so viele geistreiche Erfindungen vergeudete, um mit Spiralen und Schleifen und Schrauben, einem ganzen Labyrinth von raffinierten Windungen, eine Fiktion der Menschen auszudrücken, welche die Natur platterdings nicht hergibt“ .

In Tab.4 sind also für zwölf Zeitpunkte die Richtungen des Mars, von der Sonne aus gesehen, verzeichnet, sowie die von der Erde aus beobachteten ekliptikalen Breiten und die mittleren Zeiten des Mars, d.h. die Zeiten aus der zweiten Spalte, umgerechnet mit Hilfe der Umlaufszeit des Mars von 687 Tagen in Winkel, die vom Frühlingspunkt aus gerechnet sind. Außerdem ist in der letzten Spalte der von Kepler nach der nun folgenden

Bestimmung des Ausgleichspunkts im Kreis des Mars berechnete Wert für die ekliptikale Länge des Mars gegeben, die, wie man sieht, auf etwa 1' - 2' genau mit der beobachteten Position in Spalte 3 übereinstimmt.

5.5. Bestimmung des Mittelpunkts der Marsbahn aus vier Oppositionen

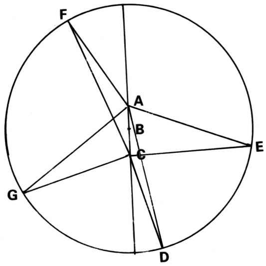


Abbildung 5.5.1.: Vier von Kepler ausgewählte Oppositionen, in denen die Winkel an der Sonne C und am Ausgleichspunkt A bekannt sind. Zu berechnen sind die Exzentrizität AC, die Apsidenlinie und die Lage des Mittelpunkts B der als kreisförmig angenommenen Bahn vom Radius 1.

Wie ging nun Kepler vor, um Mittelpunkt und Ausgleichspunkt der als kreisförmig angenommenen Marsbahn zu bestimmen? Dazu sind vier Oppositionen erforderlich; Kepler wählte die mit D,E,F,G bezeichneten aus. Die Position des Mars liegt jeweils von der Sonne aus in einer wohlbekannten Richtung, die durch einen Strahl gekennzeichnet werden kann (s. Abb. 5.5.1). Wir wollen diese Figur aus vier Strahlen, in Ermangelung eines besseren Namens, als einen Stern bezeichnen. Auch vom Ausgleichspunkt aus kennt man jeweils die Richtung des Mars; sie ist durch den Winkel in Spalte 5 der Tab.4 gegeben. Die Positionen des Mars sind also die Schnittpunkte der Strahlen zweier Sterne; der eine Stern ist um die Sonne zentriert, der andere um den Ausgleichspunkt. Diese Schnittpunkte sollen nun auf einem Kreis, der Bahn des Mars, liegen; der Mittelpunkt dieses Kreises muss aus Symmetriegründen auf der Verbindungslinie Sonne– Ausgleichspunkt, d.h. auf der Apsidenlinie sein. Man kann von Hand eine angenäherte Lösung dieser Aufgabe finden, indem man die Sterne je auf ein Blatt Papier zeichnet und die Blätter übereinander legt. Man hat nun zwei Parameter frei: die Richtung der Apsidenlinie und den Drehwinkel eines Sterns gegen den andern. Der Abstand der Sterne hat keine Bedeutung, da ja kein Maßstab vorhanden ist. Diese beiden Parameter werden von Kepler in einer doppelten *regula falsi* bestimmt, d.h. er geht von einem Näherungswert der Parameter aus, rechnet damit die Schnittpunkte aus, stellt fest, ob sie auf einem Kreis liegen; wenn nicht, verbessert er einen oder beide Parameter, bis die Kreisbedingung stimmt. Dann berechnet er den Mittelpunkt des Kreises, der nun im allgemeinen noch nicht auf der Apsidenlinie liegt und wiederholt die Rechnung so oft, bis alles stimmt. *„Wenn jemand* *dieses mühseligen Verfahrens überdrüssig wird, so mag er mich zu Recht bedauern, der ich diese Rechnung mehr als siebzig Mal unter großem Zeitverlust wiederholt habe ; er wird sich nicht mehr wundern, dass nun schon das fünfte Jahr verstreicht, seit ich mich mit dem Mars befasse"*. Für die Verzögerung gibt es auch andere Gründe. *„Einmal hat mich eine falsch verstandene Beobachtung eineinhalb Jahre aufgehalten"*. Konnte er die Handschrift nicht entziffern? In der *Astronomia Nova* schildert uns Kepler nur die letzten beiden Iterationen seiner Bestimmung des Mittelpunkts der Marsbahn, mit allen Details, auf zwölf Druckseiten. So findet man auch leicht kleine Rechenfehler, insbesondere bei den Divisionen; die großen hat Kepler schon selbst eliminiert. Im Computerzeitalter vergisst man leicht den Rechenfehlerteufel, der einem das Leben schwer macht. Wir wollen uns wenigstens die Zwischenergebnisse von Keplers Rechnung ansehen.

Ausgehend von einer Aphelposition in 28 ^{o}44' Löwe im Jahr 1587, auf welches Jahr alle Angaben um die jeweilige Präzession korrigiert werden, und einer zusätzlichen Addition von 3' zu den mittleren Zeiten der Tab.4 findet Kepler die Summe der Winkel bei F und D in dem Viereck DEFG um 29 $\frac{1}{4}$' größer als 180^o. Wenn alle Punkte DEFG auf einem Kreis liegen, ist diese Summe genau 180 ^{o}. Kepler weiß nun aus vorigen Rechnungen, die er nicht wiedergibt, was zu tun ist: Er vergrößert die Aphelposition um 3' 20". Dann bleibt statt der vorigen 29' nur eine Winkeldifferenz von 1' 48", so dass die beste Aphelposition vollends leicht zu extrapolieren ist. Nun stimmt aber die Lage des Kreismittelpunkts noch nicht. Seine Richtung zur Sonne weicht um 30'38" von der Richtung der Apsidenlinie ab. Aus vorigen Rechnungen weiß Kepler wiederum, was zu tun ist: die mittleren Zeiten werden um $\frac{1}{2}$' und die Aphelposition um 2' vergrößert. Damit wird die Rechnung wiederholt. Aus der dann noch verbleibenden kleinen Differenz kann Kepler leicht durch Interpolation die endgültigen Werte finden: das Aphel liegt in 28^{o}48' 35"Löwe; die mittleren Zeiten sind gegenüber Tab. 4 um 3' 35" zu vergrößern. Damit wird der Abstand des Ausgleichspunkts von der Sonne, bezogen auf einen Bahnradius von eins, d.h. die Exzentrizität e,

$$AC = e = 0.18564$$
$$BC = f = 0.07232;$$

der Bahnmittelpunkt B liegt deutlich näher am Ausgleichspunkt als an der Sonne. Aus dem letzten Iterationsschritt lässt sich die Genauigkeit der Rechnung abschätzen; zuvor war BC=0.07281. Eine spätere Nachrechnung des Astronomen und Mathematikers Delambre ergab e=0.18570, BC=0.07183.

Kepler überzeugt sich nun, dass mit seinen Parametern auch die übrigen Marspositionen aus Tab.4 richtig beschrieben werden. Dazu korrigiert er nicht nur für die Präzession, sondern auch für die säkulare Verschiebung des Aphels, durch Vergleich mit der von Ptolemäus bestimmten Aphelposition relativ zum Fixsternhimmel, genauer gesagt, zur Position des Regulus, des Hauptsterns im Sternbild Löwe. Das Aphel verschiebt sich danach um 13"/Jahr nach vorn; die Knoten wandern um 10" 34"' /Jahr rückwärts . Die so berechneten Marspositionen sind in der letzten Spalte von Tab.4 wiedergegeben.

Kepler hatte Tycho versprochen, seine Ergebnisse nicht nur für das kopernikanische System, sondern auch für das ptolemäische und das tychonische Weltsystem darzustellen.

Dazu muss man die Radien des großen (a) und des kleinen (b) kopernikanischen Epizykels aus e und f berechnen:

$$a + b = e$$
$$a - b = e - f,$$

mit dem Ergebnis a=0.14948, b=0.03616. Streng genommen muss man, wie Kepler angibt, noch berücksichtigen, dass C (und nicht B) bei Kopernikus das Zentrum des Deferenten ist, was zu den Werten a=0.14988, b= 0.03628 führt.

Um diese Werte mit Tychos Angaben vergleichen zu können, muss man Tychos Werte umrechnen in Abstände von der Sonne statt Abstände vom Weltmittelpunkt. Benutzt man dazu die von Ptolemäus angegebenen Werte für Apogäen und Exzentrizitäten von Marsbahn und Sonnenbahn, so verkürzen sich die Abstände etwa um den Faktor 187/202, während das Aphel um $5^o 22$' weiter rückt. An Stelle von Tychos Werten a=0.16380 , b=0.0378 und Aphel in $23^o 27$' Löwe erhält man also die Werte a= 0.14970, b=0.0345 und Aphel in 28^o 49' Löwe, was ziemlich gut mit Keplers Werten übereinstimmt. Insbesondere ist der Bahnmittelpunkt sogar noch etwas näher am Ausgleichspunkt als bei Kepler.

Die Schwierigkeit mit den ekliptikalen Breiten ist also nach Keplers eigener Bestimmung der Marsbahn geblieben; der Bezug auf die Sonne statt auf den Weltmittelpunkt hat in dieser Hinsicht nichts verändert. Nun hatte aber Kepler eine wunderbare Idee, die schon bei der Bestimmung der Bahnneigung anklang: den Mittelpunkt der Marsbahn kann man auch rein geometrisch bestimmen, ohne etwas über den Ausgleichspunkt zu wissen, wenn man nämlich die Positionen des Aphels und des Perihels aus den gemessenen Breiten, der Bahnneigung und der als bekannt vorausgesetzten Entfernung Erde- Sonne bestimmt. Eine Zeichnung wird dies verdeutlichen. Sind Aphel- und Perihelpositionen bekannt, so liegt der Bahnmittelpunkt in der Mitte zwischen ihnen.

In Abb. 5.4.1 sei der Mars M im Aphel, seine von der Erde E aus beobachtete ekliptikale Breite ist β. In Einheiten der Entfernung Erde- Sonne ist die Entfernung Mars - Sonne

$$\text{MS} = r_a = \sin\beta / \sin(\beta - i).$$

Die Höhe des Mars über der Ekliptik ist $r_a \cdot \sin i$. Wäre der Mars in seiner Bahn anstelle von 90^o nur um den Winkel ω vom Knoten entfernt, so wäre seine Höhe $r_a \cdot \sin i \cdot \sin\omega$, und die Entfernung ergäbe sich aus $r_a = \sin\beta / \sin(\beta - i')$ mit $\sin i' = \sin i \cdot \sin\omega$.

Aus den Oppositionsdaten von 1585 erhält Kepler so eine Apheldistanz r_a zwischen 1.6315 und 1.6375, je nachdem, was er als Entfernung Erde-Sonne annimmt. Ebenso ergibt sich aus den Oppositionsdaten von 1593 eine Periheldistanz zwischen 1.3900 und 1.3708 (der letzere Wert ist jeweils für die Entfernung Erde- Sonne gleich 1). Der Bahnmittelpunkt hat also einen Abstand zwischen 0.12075 und 0.151135 von der Sonne.

	r_a	1.63150	oder	1.67350
	r_p	1.39000	oder	1.37080
Summe		3.02150	oder	3.04430
Hälfte		1.51075	oder	1.52215
Exzentr.		0.12075	oder	0.15135

In Einheiten des Marsbahnradius ist die Exzentrizität, bzw. die Entfernung des Bahnmittelpunkts von der Sonne zwischen 0.12075/1.51075 = 0.08000 und 0.15135/1.52215 = 0.09943, während sie nach der vorigen Rechnung 0.11332 sein sollte. Das ist eine Diskrepanz weit außerhalb der Fehlergrenzen.

„Die Exzentrizität des Exzenters liegt also ganz gewiss(nach Aussage der Breiten bei Opposition) zwischen 8000 und 9943, wenn der Radius des Exzenters 100 000 beträgt. Jedoch unsere aus den Längen bei Opposition konstruierte Hypothese ergab eine Exzentrizität von 11332, weit entfernt von dem, was etwa in der Mitte zwischen 8000 und 9943 liegt. Also muss etwas falsch sein in unseren Annahmen. Angenommen wurde: die Bahn, die der Planet beschreibt, sei ein vollkommener Kreis; auf der Apsidenlinie gebe es einen Punkt in einem festen und konstanten Abstand vom Kreismittelpunkt, um welchen der Mars in gleichen Zeiten gleiche Winkel beschreibt. Eine oder die andere Annahme oder vielleicht beide sind also falsch. Denn die benutzten Beobachtungen sind nicht falsch“.

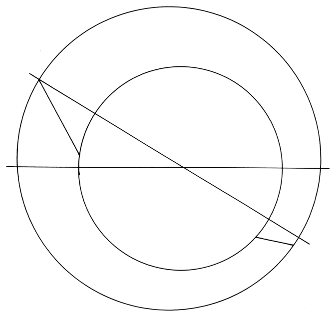


Abbildung 5.5.2.: Beobachtungen außerhalb der Opposition, in denen der Mars im Aphel oder im Perihel seiner Bahn steht. Aus ihnen können die Entfernungen von Aphel und Perihel in Einheiten des Erdbahnradius bestimmt werden.

Eine solche rein geometrische Konstruktion der Aphel- und Perihelpositionen des Mars lässt sich natürlich auch durchführen, wenn die Erde nicht gerade zwischen Mars und Sonne steht. Kepler findet eine Beobachtung vom 5. März 1600, bei welcher der Mars in der Nähe des Aphels stand sowie eine zweite vom 30. Juli 1593 in der Nähe des Perihels (s. Abb. 5.5.2). In dem auf die Ekliptik projizierten Dreieck Sonne- Mars -Erde sind jeweils eine Seite (die Entfernung Erde– Sonne) und zwei Winkel (die gemessene eklipt. Länge des Mars und die aus dem Zeitpunkt berechneten Positionen von Erde und Mars) bekannt. Die Korrektur für die Neigung der Marsbahn ist kein Problem. Die Exzentrizität ergibt sich aus diesen Messungen zwischen 0.08377 und 0.10106, wieder weit von 0.11332 entfernt.

Der Mittelpunkt der Marsbahn scheint, wie bei Ptolemäus, in der Mitte zwischen Sonne und Ausgleichspunkt zu liegen. Kepler bedauert, dass Ptolemäus keine Begründung für diese Wahl gibt. Wie wir sahen, ist er damit nicht allein.

Eine falsche Lage des Bahnmittelpunkts würde sich auf die berechnete Position des Mars nicht auswirken für mittlere Anomalien (d. h. Winkel am Ausgleichspunkt gegen die Apsidenachse) von 0 ^{o} oder 90 ^{o}; bei 45 ^{o} oder 135^o (d.h. in den Oktanten) aber wäre der Unterschied groß, nämlich etwa 8' im Winkel an der Sonne, weit mehr als nach Tab. 4 die Beobachtungen erlauben.

„In dieser kleinen Differenz von 8' liegt der Grund, warum Ptolemäus, als er sich mit der Zweiteilung befasste, mit einem festen Ausgleichspunkt auskam. Wenn nämlich die Exzentrizität des Ausgleichspunkts, wie sie zweifellos von den Gleichungen in den mittleren Längen verlangt werden, halbiert wird, so sieht man, dass die größte Abweichung von der Beobachtung 8' beträgt, und das beim Mars, der die größte Exzentrizität besitzt; bei den andern ist es weniger. Ptolemäus aber gab an, er sei in der Beobachtungsgenauigkeit nicht unter 10', das ist ein Sechstel Grad, gekommen. Also ist der Beobachtungsfehler größer als die berechnete Differenz.

Für uns aber, denen die Güte Gottes in Tycho de Brahe einen so sorgfältigen Beobachter geschenkt hat, aus dessen Daten eine Differenz von 8' zu der Rechnung des Ptolemäus für Mars hervorgeht, ist es angemessen, diese göttliche Wohltat dankbar anzuerkennen und zu würdigen. In diesem Sinne wollen wir uns daran machen,die wirkliche Form der Bewegungen der Himmelskörper endlich zu erforschen, gestützt auf Argumente, die uns die Falschheit unserer Voraussetzungen erkennen ließen. Diesen Weg werde ich im folgenden auf meine Weise anderen vorangehen. Denn, wenn ich gedacht hätte, 8 ' in der Länge seien vernachlässigbar, hätte ich die in Kap.16 benutzte Hypothese leicht korrigiert (durch Zweiteilung der Exzentrizität). So aber, weil sie nicht vernachlässigbar sind, haben diese 8 Minuten allein den Weg zu einer Erneuerung der Astronomie gewiesen; sie sind der Baustoff für einen großen Teil dieses Werkes geworden.“

Hier ist vielleicht eine kleine Anmerkung am Platz. Diese berühmten 8' stellen die Differenz der berechneten Winkel an der Sonne dar. Die Winkel an der Sonne sind aber um einen Faktor 2 bis 3 genauer als die von der Erde aus beobachteten Winkel des Mars, weil der Mars bei Opposition näher an der Erde als an der Sonne ist. Deshalb sind auch die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung in Tab.4 kleiner als die Beobachtungsgenauigkeit. Diese liegt bei 2'.

Keplers weiteres Vorgehen, nachdem er das Konzept einer Kreisbahn mit Ausgleichspunkt als falsch erkannt hat, zeigt mehr als alles andere seinen klaren Kopf. Er befasst sich nämlich zuerst mit der Erdbahn, die er vom Mars aus besser zu bestimmen sucht. Wenn es Abweichungen von der Kreisbahn gibt, sollten diese kleiner als beim Mars sein. Außerdem steht bisher die Frage nach der Position des Mittelpunkts der Erdbahn unbeantwortet im Raum. In der *Astronomia Nova* beginnt ein neues Buch.

5.6. Die Erkundung der Erdbahn vom Mars aus

In der Geschichte der Philosophie taucht immer wieder das Prinzip auf, dass man die Welt von außen, jedenfalls von einem andern Standpunkt aus betrachtet. Auch in der Astronomie war das von jeher so. Tycho hatte sich gar den Wahlspruch gewählt *‚Suspiciendo despicio‘* („Indem ich hinaufblicke, blicke ich herab“).

Kepler hatte bei der Aufsuchung der Knoten der Marsbahn festgestellt, dass der Mars jeweils nach einem Umlauf in dieselbe Position im Raum zurückkehrt, — jedenfalls ist dies die einfachste Interpretation der Tatsache, dass er dann die Erdbahnebene kreuzt —, so dass es nahe liegt, diesen Punkt als Fixpunkt für eine Trigonometrie der Erdbahn zu benutzen. Mit zwei Fixpunkten (der andere ist am einfachsten die Sonne) lässt sich, wie auf hoher See, eine Position durch Winkelmessung bestimmen. Niemand hat dieses Verfahren mehr bewundert als Einstein [16]. Er vergleicht den Fixpunkt mit einer Laterne oder einem Leuchtturm.

Zur Betrachtung von Aphel und Perihel der Erdbahn , aus deren Position sich dann wie im Fall des Mars der Mittelpunkt der Erdbahn ergibt, eignet sich aber eher ein Fixpunkt, der, von der Sonne gesehen, senkrecht zur Apsidenlinie der Erdbahn, also in Richtung 6^o Waage oder 6^o Widder steht. Die Erde sollte sich dann möglichst einmal im Perihel und das andere Mal im Aphel ihrer Bahn befinden. Das ist aber, wie Kepler bedauernd feststellt, nicht möglich innerhalb eines kurzen Zeitraums von 20 - 30 Jahren.

Die periodischen Bewegungen von Mars und Sonne sind nämlich nicht kommensurabel, und die viertel oder halben Umläufe des einen fallen nie zugleich auf die ganzen oder halben oder viertel Umläufe des anderen. Es kam also darauf an, Konstellationen auszuwählen, die dem Gesuchten möglichst nahe kommen, und viele Tage in diesen 20 Jahren zu bestimmen, an denen der Planet beobachtet wurde, und zwar so, dass die ausgeglichene Anomalie der Kommutation[(1)] *90 ^{o} oder 270 ^{o} oder möglichst nahe daran beträgt, wobei der Mars in 6 ^{o} Waage oder Widder (oder ungefähr dort) steht. Danach sind alle diese Tage in das Beobachtungsverzeichnis zu übertragen, um zu sehen, ob der Mars zu diesem Zeitpunkt beobachtet wurde. Wenn der Mars nicht so äußerst häufig von dem so überaus sorgfältigen Tycho Brahe beobachtet worden wäre, hätte ich die gewünschte Zusammenstellung nicht machen können. Da Tycho das Apogäum des Mars auf $23\frac{1}{2}^o$ Löwe legte und der Mars in $5\frac{1}{2}^o$ Waage stehen sollte, müsste die ausgeglichene Anomalie 42^o betragen. Und da nach seiner Tabelle den 42^o eine Gleichung von 8 ^{o} $15\frac{3}{5}'$ entspricht, sollte die mittlere Anomalie des Exzenters 50 ^{o} 16' betragen. So erhielt ich zwölf Zeitpunkte in den Jahren von 1580 bis 1600. Ob aber zu einigen dieser Zeiten die ausgeglichene Anomalie der Kommutation einmal 90 ^{o}, das andere Mal 270 ^{o} oder hier etwas mehr oder weniger, dort etwas weniger oder mehr betragen würde, das blieb sorgfältig zu erforschen.*

Ein Umlauf des Mars dauert 687 Tage, zwei der Sonne ergeben $730\frac{1}{2}$. Die Differenz von $43\frac{1}{2}$ Tagen entspricht einer mittleren Sonnenbewegung von 42 ^{o} 54' 23". Um soviel ändert sich die Anomalie der Kommutation am Ende jedes Marsumlaufs. Wenn jedoch innerhalb von zwei Jahren zwei gleiche Anomalien der Kommutation auftreten sollen, so

[(1)] Die Kommutation, ein von Kopernikus eingeführter Begriff, ist der Winkel, den die Richtungen von Erde und Planet in ihrem jeweiligen Bahnkreis, von dessen Zentrum bzw. dem entsprechenden Bezugspunkt aus gesehen, bilden.

müssen beide Winkel der Kommutation 21 ° 27' betragen. Innerhalb von vier Jahren sind es 42 °54 ', innerhalb von sechs Jahren 64 ° 22 ', innerhalb von acht Jahren 85 ° 49' . Und wir verlangten nach Möglichkeit 90 °. Also sollten unsre beiden Beobachtungen acht Jahre auseinander liegen. Ein solches Zweigespann von Beobachtungen fand sich aber nicht im Beobachtungsverzeichnis.

Ich wandte mich also einem Abstand von sechs Jahren zu und fand endlich, dass im Jahr 1585 am 18. Mai und im Jahr 1592 am 22. Januar geeignete Beobachtungen vorlagen. Denn es entsprachen sich im Jahr 1585 der 30. Mai 5 ^{h} und 1591 der 20. Januar 0 ^{h}. Beide mittlere Längen des Mars waren 6x 30 ° + 22 °43 '. Die zu subtrahierende tychonische Gleichung ist 9 ° 14' 52". Also lag der Marsort im Exzenter bei 13 °28' 16" Waage. Die ausgeglichene Kommutation im Jahr 1585 betrug 8x 30 °+4 ° 23' 30". Im ptolemäischen System bedeutet dies, dass der Planet um 64 °23' 30 " über das Perigäum des Epizykels hinaus ist. So war die ausgeglichene Kommutation im Jahre 1591 3x 30 ° + 25 ° 36' 30 ", was heißt, der Planet stehe 64 ° 23' 30 " vor dem Perigäum des Epizykels. Die beiden Winkel der Kommutation, FCD und FCE in Abb.38 sind also gleich. Die

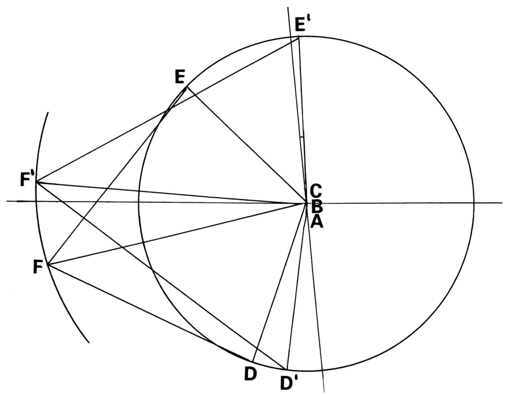


Abbildung 5.6.1.: Bestimmung des Mittelpunkts B der Erdbahn vom Mars (F) aus. Die Richtungen CE und CD der Erde von der Sonne C aus sind aus der Zeit bekannt; die Zeiten sind so gewählt, dass die Winkel FCE und FCD gleich sind. Die Richtungen DF und EF des Mars werden gemessen. Daraus ergeben sich die Winkel bei F in den Dreiecken EFC und DFC. Wenn sie nicht gleich groß sind, sind die Strecken EC und DC verschieden; C ist also nicht der Bahnmittelpunkt.
Eine ähnliche Analyse mit den Punkten D'E'F', die noch näher an der Apsidenlinie der Erdbahn liegen, führt zum selben Ergebnis.

Sonne stand im Jahre 1585 in 18 ° Zwillinge, 18 ° vor dem Apogäum, im Jahre 1591 in 9 ° Wassermann, 33 ° hinter dem Perigäum, eine Ungleichheit, die nicht zu vermeiden war.

Nun zu den Beobachtungen. Im Jahre 1585 am 18. Mai wurde der Mars um $10\frac{1}{2}^h$ *nachts in 0 ° 50' 45 " Jungfrau gesehen mit einer nördlichen Breite von 1 ° 19' 30".*

Magini [(2)] *setzt ihn nach 1 ^{o} 5’ Jungfrau, 14’ 15” weiter. Wenn er also angibt, der Mars stünde am 30. Mai abends 5 Uhr in 6^o 48 ’ Jungfrau, so ziehen wir wieder ab, um was er elf Tage vorher zu viel hatte. So bleibt 6 ^{o} 34’ Jungfrau, wobei wir einen Fehler von wenigen Minuten veranschlagen, weil die Extrapolation über zwölf Tage lang ist und die tägliche Bewegung vielleicht nicht genau die ist, die wir mit Magini hier einsetzen. So wurde der Mars am vorausgehenden 15. April 10 ^{h} in 17 ^{o} 37 $\frac{1}{2}'$ Löwe gefunden; Magini setzt ihn in 18 ^{o} 0’ Löwe. Der Unterschied ist 22$\frac{1}{2}'$. Bis zum 18. Mai verringert er sich in 33 Tagen auf 14$\frac{1}{4}'$. Wenn wir also proportional rechnen, so verlieren wir in in 33 Tagen 8’, in den darauffolgenden 12 Tagen also 3’. Der Unterschied am 30. Mai wäre also 11$\frac{1}{4}'$, und der Mars stünde richtiger in 6 ^{o} 37’ Jungfrau.*

Im Jahre 1591 am 22. Januar morgens 7 ^{h} stand der Mars in einer Entfernung von Spica von 34 ^{o} 32’ 45” bei einer südlichen Deklination von 17 ^{o} 25’ . Daraus ergibt sich eine Rektaszension von 230 ^{o} 23’ 12”, eine Länge von 22 ^{o} 33’ Skorpion und eine nördliche Breite von 1 ^{o} 0’ 30 ”. Der Zeitpunkt ist aber von unserem 1 Tag 19 h entfernt, und die tägliche Bewegung nach Magini ist 33’. Also fehlen in der Zwischenzeit 59’ und für den Ort des Mars am 20. Januar 0 ^{h}, was, wie gesagt, der vorigen Zeit entspricht, erhält man 21 ^{o} 34’ Skorpion. Weil nach Tycho CF mit genügender Sicherheit in 13 ^{o} 28’ Waage liegt,

CF	*13 ^{o} 28’*	*Waage*
DF im Jahre 1585	*6 ^{o} 37’*	*Jungfrau*
wird also der Winkel DFC	*36 ^{o} 51’*	
Wiederum ist CF im Jahre 1591	*13 ^{o} 28’*	*Waage*
EF	*21 ^{o} 34’*	*Skorpion*
also der Winkel EFC	*38 ^{o} 5 $\frac{1}{2}$’*	

(Die Präzession in der Zwischenzeit macht keine 5’ aus; sie wurde hier vernachlässigt.)

Die Winkel EFC und DFC sind also verschieden, d.h. die Strecken EC und DC sind nicht gleich groß; EC ist größer. Wenn E und D auf einem Kreis liegen, wie vorausgesetzt, ist der Mittelpunkt B (auf der Apsidenlinie) ein Stück weiter in Richtung D als der Punkt C. Aus der Geometrie ist nun leicht zu berechnen, dass das Verhältnis BC/CD = 0.01837 ist, etwa die Hälfte der Erdbahnexzentrizität AC= 0.03584, des Abstands Sonne A- Ausgleichspunkt C. Das bestätigt die Vermutung Keplers, dass auch bei der Erdbahn „die Exzentrizität zu halbieren“ sei.

An dieser Stelle lohnt es sich, noch einmal genauer hinzusehen. Es ist nämlich nicht so, dass im Abstand von acht Jahren keine Beobachtungen vorlagen. Hat Kepler sie nicht gefunden oder befand er sie nicht für geeignet? Vieles spricht für die letztere Vermutung.

Im Dezember 1590, etwa einen Monat früher als eben diskutiert, gibt es genaue Beobachtungen des Mars am 19. und am 28., und zuvor eine am 31. Oktober. Neben einer möglicherweise etwas weniger genauen Messung vom 18. Dez. (deshalb, weil nur eine Distanz, zwischen Mars und Spica, gemessen wurde) steht im Beobachtungsbuch ein Vermerk in der Handschrift Keplers, wie uns Dreyer in seiner Edition mitteilt, *‚videtur augenda 2 vel 3 scrupulis, ut proprio motu diurni respondeat‘* („[Der Abstand] sollte

[(2)] in seinen Ephemeriden (Anm.d.Herausg.)

um 2 bis 3 Minuten vergrößert werden, damit er der täglichen Bewegung entspricht“). Es kommt selten vor — vielleicht nur dieses eine Mal—, dass Kepler nachträglich eine Bemerkung ins Beobachtungsbuch schreibt. Die Bemerkung trifft zu. Zumindest ist ersichtlich, dass sich Kepler über die Marsbewegung vor dem 19. Dezember Gedanken gemacht hat.

In demselben Teil seiner Bahn hielt sich Mars im Juni 1583 auf. Dazu gibt es zwei Beobachtungen, vom 5. Juni 11 Uhr abends und vom 10. Juni. Bei der ersten wurde Mars im Abstand von 1 ^{o} 5' von Regulus gefunden, $\epsilon\nu \quad \pi\lambda\alpha\tau\epsilon\iota$, d.h. ungefähr, wie hinzugefügt ist, weil die Beobachtung in der Dämmerung und in Horizontnähe stattfand. Ob Tycho selbst beobachtet hat, ist nicht sicher, da die Eintragung nicht in seiner Handschrift ist. Es ist immerhin denkbar, weil er die Bemerkung $\epsilon\nu \quad \pi\lambda\alpha\tau\epsilon\iota$ immer dann angebracht hat, wenn er den Messfehler größer als üblich veranschlagte, das heißt bei seinen Ansprüchen an sich selbst, größer als 1'. Gewiss ist der Fehler aber kleiner als 4'. Bei der zweiten Messung vom 19. Juni wird die Distanz zu Spica als 50 ^{o} 31' und 50 ^{o} 33' gemessen, wieder $\epsilon\nu \quad \pi\lambda\alpha\tau\epsilon\iota$. Die Messung vom 5. Juni muss noch um 2' bis 3' korrigiert werden, wegen der unterschiedlichen Refraktion in Horizontnähe; genauer kann man das nicht sagen, weil die Uhrzeit nicht auf die Minute genau stimmt. Zu dieser Messung ist im Beobachtungsbuch auch eine daraus folgende Berechnung der ekliptikalen Länge des Mars eingetragen (25 ^{o} 7.5 ' Löwe), allerdings unter der Annahme einer Breite von 45'. Das ist sicher ein falscher Wert; die Breite muss etwa 1 ^{o} 12' sein. Dann ist seine Länge 24 ^{o} 58 ' Löwe. Die mittlere Sonne stand in 23 ^{o} 32' Zwillinge.

Der Mars stand an derselben Stelle seiner Bahn am 13. Dez. 1590 um 9 ^{30} Uhr. Seine Position lässt sich aus den Messungen vom 19. Dez. und 31. Okt. interpolieren: ekliptikale Länge 29 ^{o} 15' Waage, Breite 1 ^{o}12'. Die Breite sollte dieselbe sein wie bei der vorigen Messung im Jahre 1583, da die Entfernung Erde– Mars in beiden Fällen etwa gleich groß ist. Die mittlere Sonne stand in 2 ^{o} 0' Steinbock.

Vom Weltmittelpunkt C aus stand der Mars beides mal in 26 ^{o} 18' Jungfrau, wie man aus der von Kepler gegebenen Position am 20. Jan. 1591 leicht zurückrechnet.

Damit sind in Abb. 38 alle Winkel gegeben, wenn auch die „Kommutationen“, die Winkel bei C, jetzt leicht verschieden sind: D'CF'= 87 ^{o} 14', E'CF'= 84 ^{o} 18', so dass für die Winkel bei F', D'F'C = 31 ^{o} 20', E'F'C= 32 ^{o} 57' keine Gleichheit zu erwarten ist, auch wenn C der Bahnmittelpunkt wäre. Trotzdem lässt sich natürlich das Verhältnis der Strecken D'C und E'C berechnen. Man erhält $E'C/D'C = 1.033 \pm 0.004$. Der Bahnmittelpunkt ist also von C um 0.0165 ± 0.002 in Richtung des Aphels der Erdbahn verschoben, in Einklang mit Keplers Wert. Bei Berücksichtigung der Präzession wäre die Verschiebung 0.0183.

Eine bessere Beobachtung im Juni 1583 mit den Mitteln der damaligen Zeit kann man nicht erwarten. Es ist fast Sommersonnwende. In den „weißen Nächten“ des Nordens wird es nie richtig dunkel. In der Dämmerung werden nahe beieinander zwei Sterne sichtbar und ins Visier genommen, kurz bevor sie untergehen. Einer von ihnen, der etwas rötlichere, ist der Planet Mars. Applaus für Tycho und seine Mannschaft!

Nach diesem ermutigenden Ergebnis fährt Kepler in seiner Erkundung der Erdbahn fort. Er schreibt : *„Dies waren also die Anfänge der Untersuchung, zaghaft und beschwerlich, weil die Kommutation auf beiden Seiten gleich sein sollte. Doch, nachdem wir die*

Sache einmal probiert hatten, fassten wir Mut und bewegten uns fortan mit größerer Freiheit auf diesem Felde. Denn ich suchte drei oder mehr Punkte, an denen der Mars stets dann beobachtet wurde, wenn er am selben Ort seiner Bahn stand, und aus diesen berechnete ich nach den Regeln der Dreieckskonstruktion die Abstände ebenso vieler Punkte des Epizykels bzw. der Erdbahn vom Ausgleichspunkt der Bewegung. Und, da mit drei Punkten ein Kreis beschrieben wird, suchte ich aus je drei Beobachtungen dieser Art die Lage des Kreises und seines Mittelpunkts, den ich zuvor als Voraussetzung betrachtet hatte, sowie die Exzentrizität bezüglich des Ausgleichspunkts. Wenn eine vierte Beobachtung hinzukäme, würde sie als Probe dienen".

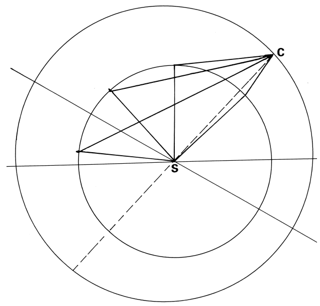


Abbildung 5.6.2.: Konfigurationen zur Rekonstruktion der Erdbahn. Die Richtungen von der Erde zur Sonne sind aus der Zeit bekannt, zum Mars werden sie gemessen. In den Dreiecken Sonne– Erde– Mars sind also jeweils eine Seite — die Entfernung Sonne– Mars — und zwei Winkel gegeben. Die Sonne in S und der Mars in C wirken wie zwei Leuchttürme, mit deren Hilfe die Erde ihre Position bestimmt.

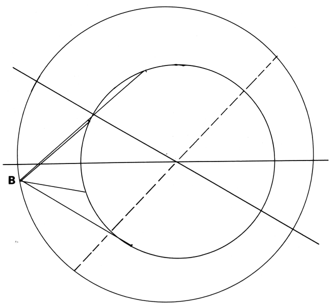


Abbildung 5.6.3.: Weitere Konfigurationen zur Rekonstruktion der Erdbahn.

Dieses Programm setzte Kepler nun in die Tat um, zunächst mit den vier Messungen, bei denen der Mars im aufsteigenden Knoten seiner Bahn stand, dann aber auch mit zwei anderen Fixpunkten der Marsbahn, in denen der Planet in bis zu fünf ver-

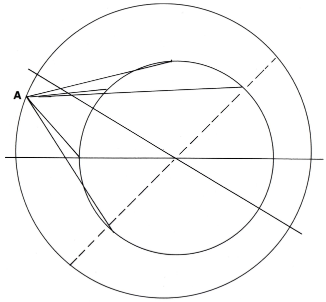


Abbildung 5.6.4.: Weitere Konfigurationen zur Rekonstruktion der Erdbahn.

schiedenen Umläufen jeweils von einer anderen Position der Erde aus beobachtet worden war (s. Abb. 5.6.2- 5.6.4). Dabei zeigte sich, dass auch in diesen Positionen des Mars der Mittelpunkt der Erdbahn auf ihrer Apsidenlinie in der Mitte zwischen Sonne und Ausgleichspunkt liegt. Wenn mehr als drei Punkte der Erdbahn gegeben waren, so lagen sie alle innerhalb der Messgenauigkeit auf einem Kreis. Es ist dies das erste Mal in der Geschichte der Astronomie, dass eine Kreisbahn nicht vorausgesetzt, sondern aus Beobachtungen rekonstruiert wird. Die Rechnungen sind im Prinzip einfach; gelegentlich erwies es sich als notwendig, zur Erhöhung der Genauigkeit die Beobachtungen innerhalb des Messfehlers zu ändern, so dass Parameter, die aus anderen Daten bekannt sind, wie z.B. die Richtung der Apsidenachse, richtig herauskommen. Datenanalyse unter Berücksichtigung externer Information!

Das Resultat dieser Erkundung der Erdbahn ist eine Tabelle der Entfernungen Erde–Sonne mit fünfstelliger Genauigkeit für alle ganzen Grade der exzentrischen Anomalie sowie die zugehörigen Werte der mittleren und der ausgeglichenen Anomalie, also der Winkel zwischen der Apsidenachse und der Richtung zur Erde vom jeweiligen Bezugspunkt aus. Mit Hilfe dieser Tabelle kann nun die Erkundung der Marsbahn von der Erde aus beginnen.

5.7. Die Erkundung der Marsbahn

Nachdem nun also die Erdbahn, vom Mars aus, so genau vermessen ist, wie es überhaupt geht, und die Abstände von Erde und Sonne für alle ganzen Grade der Ekliptik mit 5- stelliger Genauigkeit in einer Tabelle festgehalten sind, kann die Untersuchung der Marsbahn, das eigentliche Ziel des Unternehmens, losgehen. Es sollte jetzt möglich sein, alle Beobachtungen, nicht nur die zu den Oppositionszeitpunkten, zu verwenden, da die Position der Erde und die Richtung des Mars von der Sonne aus in jedem Zeitpunkt bekannt sind: in der Tat eine fabelhafte Perspektive. Kaum je wird man in der Geschichte der Naturforschung eine ähnlich günstige Gelegenheit zur Gewinnung neuer Erkenntnisse finden. Kepler ergriff sie im vollen Bewusstsein der historischen Einmaligkeit. Er hatte, wie kein andrer seiner Zeit, auch das Zeug dazu.

Die Materie ist allerdings schwierig, und zwar viel schwieriger als man sich das vorstellt. Keplers Grundgedanke war, dass die Sonne nicht zufällig im Mittelpunkt des Planetensystems steht, dort, wohin sie Kopernikus gestellt hatte, sondern, dass von der Sonne eine Kraft ausgeht, die alle Planeten herumreißt. In diesem Kraftfeld, ähnlich wie in einem Strudel, muss ein Planet seinen Weg finden, wie ein Schiff in den Weiten des Ozeans. Fest vorgegebene Bahnen gibt es nicht; das hatte Tycho bewiesen, indem er zeigte, dass Kometen sich in der Sphäre jenseits des Mondes offenbar frei, ohne an Hindernisse zu stoßen, bewegen können, *„wie Vögel in der Luft“*, wie Kepler sagt.

Nach welchen Gesetzen also findet ein Planet seinen Weg? Wenn es ein Kreis wäre mit der Sonne im Mittelpunkt, so könnte man sagen, der Planet bewegt sich so, dass der Abstand von der Sonne immer gleich bleibt. Diesen Abstand könnte er zwar nicht direkt messen, aber eine Veränderung würde ihm auffallen dadurch, dass die Sonnenscheibe größer oder kleiner wird.

„Man sage mir nicht, dieser Effekt sei viel zu klein ...“ Nun ist aber die Bahn eines Planeten im allgemeinen kein Kreis mit der Sonne im Mittelpunkt, sondern, in der herkömmlichen Astronomie, ein exzentrischer Kreis, einer, in dem die Sonne nicht im Mittelpunkt, sondern exzentrisch steht. Will man auf konzentrischen Kreisen beharren, so lässt sich, wie wir sahen, eine Epizykelkonstruktion angeben, die auf dieselbe Planetenbahn führt. Aber selbst dann ist die Frage: wodurch wird eine Kreisbewegung um einen Mittelpunkt erzeugt, an dem sich nichts befindet, kein Körper irgendwelcher Art? Keplers Liste der Argumente, die gegen eine Kreisbahn sprechen, ist lang. Was aber stattdessen? Mit welchen Argumenten?

Seit Newton wissen wir, wie man ein solches Bewegungsproblem behandelt. Man stellt die Kräfte zusammen, die in einem bestimmten Moment auf einen Körper wirken; kennt man seine Masse, so erhält man daraus die Beschleunigung, die seinen augenblicklichen Bewegungszustand entsprechend ändert. So findet man den nächsten Punkt seiner Bahn. Dort macht man dieselbe Überlegung und so weiter. Man setzt die Bahn aus solchen kleinen, kleinsten Stücken zusammen, d.h. man löst die Differentialgleichung der Bewegung. Eine solche Methode gab es zu Keplers Zeit nicht. Selbst, wenn er die Kräfte gekannt hätte, hätte es ihm nichts genützt. Er spekulierte sehr viel über diese Kräfte; er dachte an eine Art magnetische Kraft — im Jahre 1600 war ein Buch von Gilbert über den Erdmagnetismus erschienen, das ihn sehr beeindruckte — , er sah auch eine große Ähnlichkeit zum Licht, das sich offenbar ungehindert von der Sonne her nach allen Seiten ausbreitet, wobei die Intensität mit wachsender Entfernung immer schwächer wird. Diese Spekulationen nehmen einen breiten Raum ein. Am Ende musste Kepler zugeben, dass keine dieser Analogien wirklich passt. Trotzdem war er überzeugt, dass die Natur einen Weg gefunden hat, die Planeten auch ohne Zuhilfenahme von Geistern zu bewegen.

Wir sagten, es hätte ihm nichts genützt, selbst wenn er die Kräfte gekannt hätte. In der Tat hat er die Kräfte gekannt; er hat sie nämlich selbst erfunden. In einem einleitenden Kapitel der *Astronomia Nova* postuliert er eine allgemeine Schwerkraft, die von allen Körpern, je nach ihrer Masse, ausgeht. Dass diese Kraft aber nicht die Drehung der Planeten um die Sonne erklären kann, liegt daran, dass sie in Richtung der Verbindungslinie wirkt. Die Bewegungsrichtung der Planeten steht nahezu im rechten Winkel dazu. Da nach Aristoteles Kraft und Geschwindigkeit proportional zueinander sind, muss eine

Tangentialkraft an den Planeten angreifen. Wir kommen später auf eine Überlegung von Galilei zur Fliehkraft zu sprechen, die Kepler aber nicht gekannt haben kann, da sie erst 1632 veröffentlicht wurde, als Kepler schon tot war.

Wenn also keine Methode existierte, um die Bahn eines Planeten zu berechnen, so blieb nichts anderes als zu raten. Wie man das einigermaßen methodisch machen kann, führt uns Kepler vor. Es ist allerdings Knochenarbeit. Wieder und wieder müssen die Rechnungen mit anderen Parametern wiederholt werden, von Hand, ohne Hilfsmittel (Logarithmen waren noch nicht erfunden), auf fünf Stellen genau. Rechenfehler sind zu eliminieren. Wenigstens konnte sich Kepler vergewissern, welche Vorstellungen der Wirklichkeit nahekommen. Seine Schilderung erstreckt sich über gut hundert Druckseiten. Sie ist ein einzigartiges wissenschaftsgeschichtliches Dokument; dessen war er sich wohl bewusst.

Wir sehen es allerdings als eine zusätzliche Aufgabe an, eine geeignete Zusammenfassung zu geben. In der Überlieferung sind bisher wesentliche Aspekte, insbesondere die Differentialgleichung der Ellipse, verloren gegangen. Ein solches Unternehmen der Zusammenfassung ist immer problematisch. In der „schöngeistigen“ Literatur ist es mit Recht verpönt. In der Mathematik ist es eher angebracht. Was dabei verloren geht, darauf soll ausdrücklich hingewiesen werden, sind philosophische Überlegungen und hingestreute Bemerkungen, Spekulationen über die Bedeutung und den Ursprung von Naturgesetzen oder vermuteten Naturgesetzen.

5.8. Keplers Axiome der Planetenbewegung

Kepler fasst die Grundannahmen, auf denen seine Überlegungen fußen, als Axiome zusammen. Diese sind:

1. *Ein Planet neigt von Natur aus zur Ruhe an jedem Platz, an den er für sich allein gestellt wird.*

2. *Ein Planet wird von einer Kraft, die von der Sonne kommt, entlang des Tierkreises versetzt.*

3. *Wenn sich der Abstand eines Planeten von der Sonne nicht ändert, ergibt seine Bahn einen Kreis.*

4. *Bliebe derselbe Planet auf seinem ganzen Umlauf in zwei verschiedenen Abständen von der Sonne, so verhielten sich die Umlaufzeiten wie die Quadrate der Abstände.*

5. *Eine Kraft, die allein im Planeten sitzt, ist nicht in der Lage, ihn von einem Ort zum andern zu transportieren, da er keine Füße oder Flügel oder Flossen hat, um sich im Äther abzustützen.*

6. *Trotzdem entsteht die Annäherung und Entfernung von der Sonne vermöge einer dem Planeten innewohnenden Kraft.*

All diese Axiome sind sowohl widerspruchsfrei als mit der Natur in Einklang, nach unserem bisherigen Wissen.

Im Vergleich mit den bekannten Newton'schen Axiomen

- Ein Körper, auf den keine Kräfte wirken, verharrt in Ruhe oder in gleichförmiger Bewegung.
- Kraft ist Masse mal Beschleunigung.
- actio = reactio.

sieht man den Fortschritt, den die Physik in den 70 Jahren nach Erscheinen der *Astronomia Nova* gemacht hat. Der Zusatz „oder in gleichförmiger Bewegung " ist die geistige Leistung Galilei's. Auch die Proportionalität von Kraft und Beschleunigung ist von Galilei gefunden worden.

Die Kepler'schen Axiome sind in der Tat alles, was er voraussetzt. Sehen wir uns diejenigen, in denen eine quantitative Aussage gemacht wird, etwas genauer an! Das dritte Axiom hat den Anschein einer Tautologie: ein Kreis ist definiert als der geometrische Ort aller Punkte, die von einem gegebenen Punkt gleich weit entfernt sind. Allerdings: in einer Ebene; in drei Dimensionen wäre der geometrische Ort eine Kugel. Das Axiom sagt also eigentlich, die Planetenbahn ist eine Ebene. Hätte Kepler gesagt: die Planetenbahn liegt mit der Sonne in einer Ebene, so wäre die Aussage des Axioms noch präziser.

Auch das vierte Axiom muss man sich genauer ansehen. Die ins Auge gefasste Bedingung ist ja unrealistisch. Niemand kann einen Planeten in eine andere Umlaufbahn mit konstantem Radius versetzen. Was Kepler in der Folge braucht, ist, dass in den Apsiden das Produkt r· v aus Entfernung r von der Sonne und Geschwindigkeit v gleich groß ist, also $r_a \cdot v_a = r_b \cdot v_b$, wenn die Indices für Aphel und Perihel stehen. In den Apsiden ist die Richtung der Geschwindigkeit senkrecht zum Radiusvektor. Würden die Planeten mit dieser Geschwindigkeit auf einem Kreis mit dem dort vorliegenden Abstand von der Sonne weiterlaufen, so wäre in der Tat das Verhältnis der Umlaufzeiten gleich dem Quadrat des Abstandsverhältnisses, wenn $r \cdot v$ konstant ist, denn T=$\frac{2\pi r}{v}$. In den übrigen Punkten der Bahn stehen Radiusvektor und Geschwindigkeit nicht senkrecht aufeinander. Was Kepler entdeckt hat, mit dem Flächensatz, ist, dass auf der ganzen Bahn $r \cdot v_\perp$ konstant ist, wenn $v_\perp$ die Komponente der Geschwindigkeit senkrecht zum Radiusvektor ist. Der Grund dafür ist, dass der Drehimpuls r x v erhalten ist. Kepler interpretiert die kleiner werdende Geschwindigkeit bei zunehmenden Abstand von der Sonne als eine Folge der abnehmenden, von der Sonne ausgehenden Kraft. Für den Gang der Rechnung spielt es keine Rolle, dass diese Interpretation durch die spätere Entwicklung überholt wurde.

5.9. Das Epizykelmodell

Das Modell, von dem Kepler ausgeht, und von dem er weiß, dass es, wenn auch voraussichtlich nur geringfügig, modifiziert werden muss, ist die Epizykelbewegung, die zu einem exzentrischen Kreis führt. Er stellt also an den Anfang seiner Betrachtungen eine genauere Diskussion dieser Epizykelbewegung. Wir können nichts Besseres tun, als ihm darin folgen.

Der Epizykel bewege sich also im umgekehrten Drehsinn, aber mit derselben Drehzahl, auf einem Hauptkreis, wie schon in Abb. 1.0.2 dargestellt. Ein bestimmter Augenblick

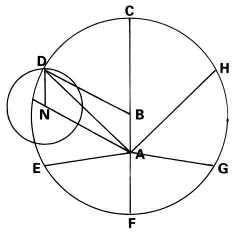


Abbildung 5.9.1.: Das Epizykelmodell einer exzentrischen Kreisbewegung um den Mittelpunkt B. Die Sonne steht in A, der Planet auf dem Epizykel in D.

dieser Bewegung, bei welcher der Planet in D steht, ist in Abb. 5.9.1 festgehalten. Der Hauptkreis um die Sonne in A mit dem Radius AN ist nicht eingezeichnet, nur die Bahn des Planeten, die wiederum einen Kreis, mit Mittelpunkt B, ergibt. N ist der Mittelpunkt des Epizykels. Der Winkel DBC $= \beta$, unter dem der Planet von B aus gegen die Apsidenachse CF erscheint, wird von Kepler exzentrische Anomalie genannt; von der Sonne A aus erscheint der Planet unter dem Winkel DAC $= \phi$, der wahren oder ausgeglichenen Anomalie. Die Differenz $\beta - \phi$ ist der Winkel BDA, den Kepler die optische Gleichung nennt. Nicht eingezeichnet ist der Ausgleichspunkt, von dem aus die Bewegung des Planeten gleichmäßig erscheint. Er liegt bei Ptolemäus auf der Apsidenachse, in der gleichen Entfernung von B wie A, nach dem Aphel zu. Die Theorie der Planetenbewegung besteht in der Angabe des Winkels ϕ, unter dem der Planet von der Sonne aus zu einer gegebenen Zeit erscheint (und natürlich seiner Entfernung von der Sonne). Dieser Winkel berechnet sich aus der Zeit, die durch den entsprechenden Winkel am Ausgleichspunkt dargestellt wird, durch Hinzufügen der „Gleichung“. Diese Gleichung besteht also aus zwei Teilen, von denen der eine sich geometrisch deuten lässt, der Winkel ADB, der andere aber ist de facto neu zu berechnen, wenn er auch bei Ptolemäus ebenfalls aus der Geometrie folgt. Kepler nennt diesen Teil die physikalische Gleichung. Die Benennung ist etwas künstlich, denn beide Teile sind natürlich physikalischen Ursprungs. Es wird sich sogar zeigen, dass die Trennung überflüssig ist; maßgebend ist allein die physikalische Gleichung.

Die Bewegung des Planeten kann man nun auch vom Mittelpunkt N des Epizykels aus betrachten, indem man die Richtung NA zur Sonne als Referenzlinie nimmt (Abb. 5.9.2). Diese Linie dreht sich in Wirklichkeit um die Sonne. Bei Kepler heißt sie „der zur Sonne

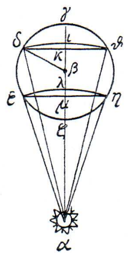


Abbildung 5.9.2.: Die Bewegung eines Planeten auf dem Epizykel, relativ zu einer Linie von der Sonne α durch den Epizykelmittelpunkt. Nimmt der Planet in Abb. 5.9.1 nacheinander die Positionen CDEFGH ein, so steht er im Epizykel jeweils in den Positionen $\gamma, \theta, \eta, \zeta, \epsilon, \delta$. Wie sich herausstellt, hat er aber jeweils die Abstände $\kappa\alpha$ statt $i\alpha$ und $\mu\alpha$ statt $\lambda\alpha$ von der Sonne.

hin gerichtete Durchmesser des Epizykels“. Newton hat später den Begriff radiusvector für die Verbindungslinie Planet– Sonne geprägt (der Strahl, der (den Planeten) trägt, im Deutschen als „Fahrstrahl“ bekannt geworden), was die Beschreibung der Bewegung sehr erleichtert.

Der Grundgedanke von Kepler ist nun, dass die Geschwindigkeit des Planeten immer kleiner wird, je weiter er sich von der Sonne entfernt, gemäß der Konstanz von $r \cdot v$. Man muss die Bahn also in kleine Stücke zerlegen, in denen der Abstand von der Sonne als konstant angesehen werden kann, und dann die Zeit, die der Planet auf diesem Bahnstück verbringt, proportional zu seinem Abstand von der Sonne machen. Die Summe der Zeiten für einen Umlauf ist bekannt; sie entspricht also der Summe der Abstände. In einem ersten Versuch teilt Kepler den exzentrischen Kreis, vom Mittelpunkt B ausgehend, in 360 gleiche Sektoren von 1^o, und überlegt, dass die Summe der Abstände von der Sonne irgendwie in der Fläche enthalten ist, also der Fläche GAH, wenn G und H die Grenzen des Sektors sind (Abb. 5.9.3).

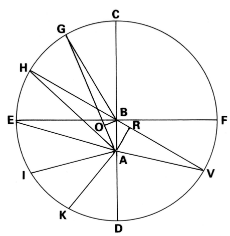


Abbildung 5.9.3.: Figur zur Veranschaulichung von Keplers Rechnungen (siehe Text).

„Da nun aber diese Rechnung mechanisch und umständlich ist, und dabei nicht in jedem Sektor für sich die Gleichung gewonnen wird, ohne die übrigen zu berücksichtigen, sah ich mich nach anderen Möglichkeiten um. Weil ich wusste, dass unendlich viele Punkte

auf dem Exzenter liegen und unendlich viele Abstände da sind, kam mir der Gedanke, dass diese Abstände alle in der Fläche des Exzenters enthalten sind. Dann erinnerte ich mich, dass einst auch Archimedes. als er das Verhältnis von Umfang und Durchmesser bestimmen wollte, den Kreis in unendlich viele Dreiecke zerlegte; dies ist nämlich der Trick seines Beweises durch Unmögliches. Also zerlegte ich die Kreisfläche, so wie ich zuvor den Umfang in 360 Teile geteilt hatte, in gleich viele Teile durch Geraden von dem Punkt aus, von dem die Exzentrizität berechnet wird.“

In Abb. 5.9.3 sind dies die Geraden AC, AG, AH, etc., wenn man von der Sonne ausgeht, bzw. die Geraden BC, BG, BH, ... , wenn man vom Kreismittelpunkt ausgeht. Die Kreisfläche ist leicht zu berechnen für die letztgenannte Sektoren, da alle die gleiche Fläche haben. Die Summe der um A zentrierten Sektoren ist ebenfalls die Kreisfläche. Auch die Fläche eines einzelnen Sektors von A ist leicht anzugeben. Die Fläche F zwischen der Apsidenlinie AC und einem Strahl AG ist nämlich gleich der Summe aus der Fläche des Sektors BGC und der Fläche des Dreiecks ABG. Für einen Kreisradius BC = 1 erhält man

$$F = \frac{1}{2}(\beta + e \sin\beta),$$

wenn β der Winkel GBC und e = AB die Exzentrizität ist. Diese Fläche F ist also das Maß für die Zeit t, die der Planet vom Aphel C bis zu seinem Ort in G braucht. Da die Kreisfläche π der Umlaufszeit T entspricht, ist F= $\frac{\pi}{T} \cdot t$. Für einen Planeten, dessen exzentrische Anomalie bekannt ist, lässt sich die Trennung in eine „optische“ und eine „physikalische“ Gleichung leicht veranschaulichen: Die „optische Gleichung“ ist der Winkel BGA, die „physikalische Gleichung“ ist die Fläche BGA, beide jeweils normiert (auf 360 ^{o} oder 2π für den Winkel und auf die Kreisfläche π für die Fläche). Man kann die „optische Gleichung“ auch durch eine entsprechend normierte Fläche ausdrücken; es ist die Fläche GBO, wobei O derjenige Punkt auf der Geraden GA ist, der den gleichen Abstand von G hat wie B. Optische und physikalische Gleichung sind also annähernd gleich groß; ihre Differenz ist die Fläche ABO. Die Summe beider Gleichungen, als Winkel ausgedrückt, ist der Unterschied zwischen der Position eines gleichmäßig umlaufenden Planeten und seiner wirklichen Position, von der Sonne aus gesehen.

In diesem ersten Ansatz von Kepler ist schon fast alles enthalten, was die endgültige Lösung charakterisiert: die konzeptionelle Trennung der „Gleichung“ durch die exzentrische Anomalie, d.h. den Winkel am Mittelpunkt einer idealen Kreisbahn, und der Flächensatz. Außerdem ist klar, dass der Unterschied zu Ptolemäus, das ist die Fläche ABO, in den Apsiden und bei 90 ^{o} verschwindet, während er bei 45 ^{o} und 135 ^{o} am größten ist und dort von entgegengesetztem Vorzeichen.

Es ist nun nicht schwer, dieses Modell an den Beobachtungen zu testen, denn Kepler hat mit seiner Bestimmung des Ausgleichspunkts der Marsbewegung einen sicheren Weg, die Position des Mars, von der Sonne aus gesehen, auf 1’ genau zu bestimmen. Er nennt diese Theorie eine Ersatztheorie, weil sie zwar den Winkel richtig wiedergibt, aber auf einem falschen Kreismittelpunkt beruht. Es zeigt sich, dass das Modell bei 45 ^{o} um 8’ zu viel, bei 135 ^{o} um 8’ zu wenig voraussagt.

Hätte Kepler hier versucht, im Vertrauen auf den Flächensatz, die Diskrepanz von 8' auf eine Ellipsenbahn an Stelle einer Kreisbahn zurückzuführen, so hätte er die Lösung sofort gehabt. Die Höhe der Ellipse ist bei 45^o um $\frac{e^2}{2\sqrt{2}}$ kleiner als die Höhe des Kreises. Sie erscheint unter einem Sehwinkel, der nochmal um den Faktor $\sqrt{2}$ kleiner ist; also ist $\frac{e^2}{4} = 8' = 2.3 \cdot 10^{-3}$ oder e= 0.095, was sehr gut mit der Exzentrizität der Marsbahn übereinstimmt.

Kepler hat das natürlich nachträglich auch gemerkt. Er entschuldigt sich beim Leser, dass er derart in seinem Epizykelmodell befangen war, dass er die Überlegungen, die prinzipiell gegen das Modell sprechen (Kreisbewegungen um ein Zentrum, an dem kein Körper sitzt), in den Wind schlug und die erstbeste Lösung, die sich ihm darbot, weiter verfolgte. *„Wenn ich den mit diesen Überlegungen eingeschlagenen Weg ein wenig bedächtiger weitergegangen wäre, hätte ich sofort zur Wahrheit der Sache gelangen können. Da ich aber blind vor Eifer war und nicht alle Einwände im einzelnen rekapitulierte, blieb ich an jener Überlegung hängen, die sich mir als erste darbot* — die mit der gleichmäßigen Bewegung des Epizykels — *und stürzte so in neue Labyrinthe, aus denen wir uns in den folgenden fünf Kapiteln wieder herauswinden müssen*“. „*Es ging mir wie in dem Sprichwort : Eilige Hunde werfen blinde Junge*“.

So einfach ist der Lauf der Dinge aber im allgemeinen nicht, auch hier nicht. Der Flächensatz ist bisher nur ein willkommener Ersatz für die umständliche Rechnung mit der Abstandssumme. Kepler kommt nach langwierigen Studien zu dem Schluss, dass bei seiner Methode, die Abstandssumme durch eine Fläche zu ersetzen, keine so große Diskrepanz wie die beobachteten 8 ' bei 45 ^{o} und 135 ^{o} auftreten kann. Also wendet er sich wieder den Beobachtungen zu, um zu sehen, ob es dort nicht einen Hinweis gibt, dass die Bahn nicht kreisförmig ist. In der Tat, die Abstände vom Bahnmittelpunkt, der Mitte zwischen den Apsiden, erweisen sich als verschieden groß. In den Apsiden ist der Planet weiter vom Bahnmittelpunkt entfernt als im übrigen Teil seiner Bahn.

Kepler berechnet jetzt über die ganze Marsbahn den Ort des Mars aus der Position der Erde, die jetzt genau genug bekannt ist, aus der beobachteten Richtung des Mars und aus der Ersatzhypothese, welche die Richtung des Mars von der Sonne aus angibt. Die Beobachtungen sind in Abb. 5.9.4 zusammengestellt. Wir übergehen die Details der

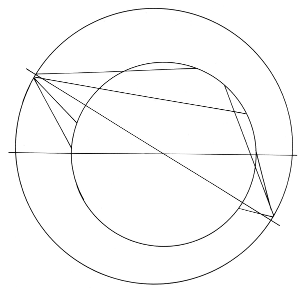


Abbildung 5.9.4.: Beobachtungen zur Bestimmung der Perihel – und Aphelabstände des Mars.

Tab.5 Entfernungen des Mars von der Sonne

Aphel	166 780	
Perihel	138 500	
Summe	305 280	
Hälfte	152 640	d.h. Radius
Exzentrizität	14 140	

	A	B	C
berechnet	166 605	163 883	148 539
gemessen	166 255	163 100	147 750
Differenz	350	783	789

Rechnung und sehen uns nur das Ergebnis an. In dem Maßstab, in dem der mittlere Radius der Erdbahn 100000 ist, erhält Kepler die in Tab. 5 aufgeführten Abstände: Auf den Radius der Marsbahn normiert, ist die Exzentrizität 9264. Die mit der Methode des Ausgleichspunkts bestimmte Exzentrizität war 9282, in hervorragender Übereinstimmung.

Bei den drei Beobachtungen, in denen der Mars nicht in den Apsiden stand, und in denen seine Entfernung von der Sonne schon gemessen werden konnte, weil er jeweils von mehreren Punkten der Erdbahn beobachtet worden war (Abb. 5.6.2- 5.6.4), zeigen sich jetzt bei einem Vergleich der für eine Kreisbahn berechneten Abstände mit den gemessenen die in Tab.5 unter A, B, C aufgeführten Differenzen. Die Unsicherheit beträgt laut Kepler jeweils 200 bis 300 Einheiten. Vor allem die unter großen Winkeln zur Apsidenachse stehenden Bahnpunkte B und C sind deutlich näher am Zentrum als für eine Kreisbahn zu erwarten wäre.

5.10. Das Kepler'sche Oval

Die Planetenbahn ist also kein Kreis, sondern eine ovale, zur Seite hin schmälere Bahn. Wenn der Flächensatz stimmt, d.h. wenn die überstrichene Fläche proportional zur Zeit ist, die der Planet auf einem Bahnabschnitt verbringt, so ist der Planet in der Umgebung des Aphels langsamer und in der Umgebung des Perihels schneller als im Mittel. Das passt zu der vorhergehenden Beobachtung, dass der Planet später als auf einer Kreisbahn in der Position 45^o nach dem Aphel eintrifft. Dies lässt sich in dem Epizykelmodell so bewerkstelligen, dass der „Uhrzeiger“ des Epizykels (vgl. Abb. 1.0.2) nicht immer nach oben zeigt, wie dann, wenn die Drehzahlen von Epizykel und Hauptkreis gleich sind, sondern, wenn er vom Aphel an etwas schneller läuft, also die Verlangsamung der Bewegung im Aphel nicht mitmacht. Er wird also im Aphel und Perihel nach oben zeigen, dazwischen aber nach innen. Die einfachste Weise, wie dies geschehen könnte, wäre, dass der Epizykel sich immer gleichmäßig dreht, während der Hauptkreis, im Einklang mit dem Flächensatz, am Aphel langsamer, am Perihel aber schneller wird. Dies ist also das Kepler'sche Oval. *„Denk selber nach, lieber Leser, und Du wirst die Kraft des Arguments verspüren. Ich konnte mir keine andere Weise denken, wie die Bahn des Planeten oval werden sollte“.*

Das Modell hat den Vorzug, dass kein weiterer Parameter eingeführt wird. Umlaufzeit und Exzentrizität sind bekannt. Das genügt. Also lässt es sich testen. Die genaue Form der Bahn ist allerdings etwas kompliziert, wegen der Bedingung, dass der Planet den Flächensatz erfüllen soll.[3] Kepler überzeugte sich nur, dass das Oval, wie ein Ei, an beiden Enden nicht gleich rund ist, begnügte sich aber für die Rechnung mit der Approximation als Ellipse. Es ist nicht dieselbe Ellipse, die sich später als richtig herausstellen sollte, sondern eine Ellipse, die an den Seiten noch schmäler wird. Man sieht das leicht, wenn man die Stellung des Epizykels nach einem Viertel Umlauf betrachtet (Abb. 5.10.1). Wäre die Bahn kreisförmig, so würde der Zeiger des Epizykels, wie in

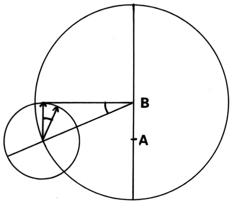


Abbildung 5.10.1.: Stellung des Planeten nach 1/4 Umlauf im Keplerschen Oval. Der Epizykel dreht sich gleichmäßig, während der Planet selbst gemäß dem Flächensatz im Aphel langsamer ist. In der gezeichneten Position hat er 1/4 der Fläche überstrichen, steht also unter 90 ^{o} zur Apsidenlinie. Im einfachen Epizykelmodell stünde der Epizykelmittelpunkt immer in vertikaler Richtung unterhalb des Planeten (siehe Abb. 1.0.2). Gegenüber diesem Fall, der eine Kreisbahn zur Folge hat, ist der Oval – epizykel um den angezeigten Winkel weiter gerückt.

allen Bahnpunkten, nach oben zeigen. Da sich aber der Epizykel gleichmäßig dreht, ist er schon um denselben Winkel vorgerückt, um den der Mittelpunkt des Epizykels von der Stellung 90 ^{o} abweicht. Die Abweichung von der Kreisbahn nach innen ist also in dieser Position gleich dem Epizykelradius multipliziert mit dem sinus des Winkels, in guter Näherung also gleich e^2. (Kepler kam durch eine etwas umständliche Integration zum selben Ergebnis).

Kepler war zunächst sehr glücklich über die Idee mit dem Oval. Er teilte sie seinem Brieffreund David Fabricius, dem friesischen Pastor, einem der besten beobachtenden Astronomen nach Tychos Tod, unter dem Siegel der Verschwiegenheit mit; Kepler wollte nicht, dass die Erben Tychos davon erfahren. Fabricius solle seine astrologischen Rechnungen liegen lassen und nachsehen, und nachrechnen, ob das Modell mit den Beobachtungen übereinstimmt. Die Antwort ließ, wie meistens bei dem Briefwechsel dieser Zeit, lange auf sich warten. Als sie endlich eintraf (in einem Brief vom 27. Okt. 1604, den Kepler am 18. Dez. 1604 in Händen hatte), war Kepler schon selbst zu der Überzeugung gekommen, dass das Modell nicht stimmt. Der Flächensatz ergab die in Tab.6 in den letzten beiden Spalten aufgeführten Positionen des Mars für drei herausgegriffene Zeiten. Die Wirklichkeit, durch die Ersatztheorie gegeben, liegt zwischen Kreis und Oval. Der Verdacht war also, dass die Ovalhypothese falsch ist oder die Rechnung mit dem Flächensatz oder beides.

[3] Eine Diskussion der genauen Bahnform sowie ein mechanisches Modell des Ovals findet der Leser in Ref. [15].

Tab.6 Vergleich der Bahnmodelle mit der Beobachtung

(exzentr. Anomalie)	mittl. Anomalie(Zeit)	ausgegl. Anomalie		
		Ersatz-theorie	Kreis	Oval
45^o	$48^o\,45'\,12''$	$41^o\,20'\,33''$	$41^o\,28'\,54''$	$41^o\,14'\,9''$
90^o	$95^o\,18'\,28''$	$84^o\,42'\,2''$	$84^o\,42'\,26''$	$84^o\,39'\,42''$
135^o	$138^o\,45'\,12''$	$131^o\,7'\,26''$	$130^o\,49'\,25''$	$131^o\,14'\,5''$

5.11. Abstandssumme oder Fläche ?

Kepler beißt also in den sauren Apfel und berechnet statt der Fläche Sektor für Sektor die Abstandssumme. Ohne diese mühselige Arbeit wäre ihm wahrscheinlich nicht der rettende Gedanke zur Ellipsenbahn gekommen. Am Schluss wird er feststellen müssen: *„Ich glaubte, ich hätte zwei Fehler, das Ersetzen der Abstandssumme durch die Fläche und die Annahme einer Kreisbahn. Dabei kompensieren sich die Fehler, wie durch ein Wunder, aufs genaueste“.*

Bezeichnen wir die exzentrische Anomalie mit β, die ausgeglichene Anomalie mit ϕ und den Abstand von der Sonne mit r, so ist die vom Fahrstrahl überstrichenen Fläche $\int r^2\, d\phi$ und die Abstandssumme $\int r\; d\beta$ oder $\int r\; d\phi$. Der Trick, den Kepler schon in den ersten Versuchen gefunden hat, ist, die „naive“ Abstandssumme $\int r\, d\phi$ zu ersetzen durch $\int r\, d\beta$. Dies letztere Integral führt schon bei einer exzentrischen Kreisbahn nahezu auf einen richtigen Wert, während sich beim ersteren Integral die Diskrepanz zu den Daten noch verschärft.

Die „naive“ Weise, die Abstandssumme zu berechnen wäre nämlich, dass man in Abb. 5.9.3 die Bahn in Sektoren zerlegt, die von der Sonne A ausgehen, in jedem Sektor den Abstand berechnet und dann die 360 Abstände in den 360 Sektoren addiert. Kepler sagt selbst, dass er am Anfang diesen „Fehler“ gemacht hat. Warum ist es ein Fehler? Die Summe der Abstände kann in keinem Fall genau äquivalent der Fläche sein, denn, anders als bei Archimedes, stehen die Radien nicht senkrecht auf dem Kreisbogen. Kepler überlegte sich, dass für je zwei von der Sonne ausgehende Strahlen die Abstandssumme größer ist als für zwei vom Bahnmittelpunkt ausgehende Strahlen. In Abb. 5.9.3 ist nämlich die Summe der Strecken AH und AV größer als die Summe von HB und BV. Um die richtige Summe zu bekommen, müsste man statt der Abstände AH und AV die, wie Kepler es nennt, „Durchmesserabstände“ HR und RV verwenden. AR ist die Projektion von AH auf den Durchmesse HBV. Solche diametralen Punkte, deren Verbindungslinie durch den Kreismittelpunkt geht, entstehen aber nur bei einer Aufteilung in Sektoren, die von B ausgehen. Daher führt die Summe der Abstände in 360 gleichen, von B ausgehenden Sektoren zu etwas mehr als der Kreisfläche; würde man die Durchmesserabstände verwenden, so wäre ihre Summe genau äquivalent der Kreisfläche. Da man in jedem Fall normieren muss, ist der Unterschied nicht bedeutend. Kepler ruft die Mathematiker, *„von denen unsre Zeit so viele und gute hat, die ihren Schweiß auf Dinge von nicht so ersichtlichen Nutzen verwenden“* zu Hilfe, die Differenz exakt zu berechnen. Er selbst schätzt diese ab und findet, dass sie wohl kleiner ist als die beobachtete Diskrepanz. Das trifft zu.

Dass andrerseits die Summe der Abstände in von A ausgehenden Sektoren zu weniger als der Kreisfläche führt, sieht man ebenfalls aus Abb. 5.9.3. Wählt man zwei sich bezüglich A gegenüber stehende Punkte wie H und L, so ist die Summe ihrer Abstände kleiner als EB + HL, also ist die der Gesamtsumme der Abstände entsprechende Fläche kleiner als die Kreisfläche. Der Unterschied zur Kreisfläche ist dem Betrag nach gleich groß wie bei der vorigen Rechnung, das Vorzeichen ist jedoch umgekehrt. Nach der Normierung bleibt bei $\beta = 45^0$ ein Unterschied zur Ersatztheorie von 15' statt 8' bei der vorigen Rechnung. Die „naive“ Rechnung passt also noch schlechter zu den Daten. Kepler teilt uns dies nicht konkret mit, sondern sagt nur, dass er auf diese Art seinen „Fehler“ bemerkt habe.

Da die Abstandssumme $\int r \; d\beta$ weder für das Oval noch für den Kreis ein neues Ergebnis bringt (der Unterschied zur vorigen Rechnung mit dem Flächensatz ist gering), probiert Kepler noch andere Verfahren. Wie wäre es mit dem Quadrat der Abstände? Ein Bahnstück hat nämlich ungefähr die Länge $r\,d\phi$; die Zeit auf diesem Bahnstück sollte proportional zur Länge des Bahnstücks und proportional zu r sein, also insgesamt proportional zu $r^2 d\phi$. Es entspräche dem Grundgedanken auch, die Bahn in gleiche Stücke ds zu teilen und die Abstände in jedem Bahnstück zu addieren. Dieser letztere Weg liefert zwar ein annähernd richtiges Resultat; er scheidet aber für Kepler wegen prinzipieller Bedenken aus: um die Bahn in gleiche Stücke teilen zu können, muss man die Länge des Ovals kennen. Diese kann man aber nicht kennen, weil man die Bahn stückweise berechnet hat. Kepler fürchtet hier eine *petitio principi*, d.h. man setzt schon voraus, was man erst finden will, nämlich die Länge des Ovals. Das Unbehagen, das Kepler bei diesem Verfahren empfindet, wird er später noch genauer artikulieren. Die übrigen Rechnungen sind unverdächtig.

Für das Oval ist nicht das Bahnstück, sondern die Zeit vorgegeben — sie definiert den Winkel α des Epizykels, der sich gleichmäßig dreht —; man muss also die Änderung des Winkels β der exzentrischen Anomalie für jedes Intervall $d\alpha$ umgekehrt proportional zum Abstand machen $d\beta \propto \frac{1}{r} d\alpha$, und dann diese Änderungen addieren, damit man weiß, welche exzentrische Anomalie der vergangenen Zeit entspricht. Daraus erhält man schließlich die wahre oder ausgeglichene Anomalie, d.h. den Winkel an der Sonne zwischen Fahrstrahl und Apsidenachse.

Diese Operationen sind einfacher in Formeln als in Worten auszudrücken. Sei α der Winkel, der die Zeit ausdrückt, d.h. α ist die mittlere Anomalie. Der Grundgedanke, dass die Zeit auf einem Bahnstück ds proportional zum Abstand sein soll, bedeutet $d\alpha \propto r\,ds$. Die Summe schreibt man als Integral; die einzelnen Summanden sind zunächst alle mit einem unbekannten Faktor c behaftet; er wird am Schluss so bestimmt, dass die Summe der Zeiten die bekannte Umlaufszeit ergibt.

$$c \int d\alpha = T.$$

Der gesuchte Winkel an der Sonne sei ϕ. Die erste Methode

$$d\alpha = c \cdot r \; d\phi$$

war schon gleich ausgeschieden. Bei der zweiten Methode setzt Kepler

$$d\alpha = c \cdot r \ d\beta.$$

Für einen Kreis war zu berechnen

$$\begin{aligned} \alpha &= c \int r \ d\beta \\ &= c \int_0^\beta \sqrt{1 + 2e\cos\beta + e^2} \ d \ \beta. \end{aligned}$$

Diese Integral war bei 45^o um 8' zu groß. Für das Oval ist zu berechnen (α ist in Abb. 5.9.1 der Winkel zwischen AN und ND im Epizykel, der sich gleichmäßig mit der Zeit verändert)

$$\begin{aligned} d\beta &= \frac{1}{c \cdot r} d\alpha \\ \beta &= \frac{1}{c} \int_0^\alpha \frac{d\alpha}{\sqrt{1 + 2e\cos\alpha + e^2}} \end{aligned}$$

Dieses Integral gibt bei 45^o einen zu kleinen Wert (s.Tab.6). Interessant ist unter den übrigen Integralen allein

$$\begin{aligned} d\alpha &= c \cdot r^2 \ d\phi, \\ \alpha &= c \cdot \int r^2 \ d\phi. \end{aligned}$$

Es zeigt sich, dass bei allen Versuchen nur dieses Verfahren und das mit $\int r d\beta$ wenigstens konsistente Ergebnisse liefert, die in Tab. 6 zusammengefasst sind; die Wirklichkeit wird von keinem Verfahren getroffen. Sie liegt zwischen Kreis und Oval. Wenn jetzt noch eine Diskrepanz besteht, dann liegt es nicht an der Rechnung, sondern an den Voraussetzungen, d.h. Kreis und Oval müssen beide falsch sein.

Kepler sucht sein Heil nun wieder in Beobachtungen (siehe Abb. 5.11.1). Gibt es Beobachtungen , bei denen der Mars in symmetrischen Positionen nahe 90^o oder 270^o vom Aphel steht? Es gibt sie. Insbesondere wählt Kepler drei Beobachtungen aus, an denen Mars 76^o vor dem Aphel (am 17.12.1595) oder nach dem Aphel (am 19.2.1591 und am 5.4.1589) steht und ergänzt sie sogar durch eine eigene Beobachtung vom 29.10.1597 in Graz. Bei dieser muss er selbst schmunzeln *„Freunde, verkneift euch das Lachen"*. Sein Instrument war nämlich allenfalls ein Lineal. Tycho hielt gelegentlich in seinen Aufzeichnungen fest: Der Planet steht auf der geraden Linie zwischen dem Stern x und dem Stern y. Mit zwei sich kreuzenden Linien hat man den Ort des Planeten. Die Linien entsprechen dem Lineal, das man an den ausgestreckten Armen vor die Sterne x und y hält. Das Auge und das Lineal bilden eine Ebene, die die Himmelskugel in einem Großkreis schneidet.

In den Tycho' schen Beobachtungen findet Kepler einen Abstand Mars- Sonne von 154 400 bzw. 154 387; den Fehler schätzt er auf etwa 200 Einheiten. Die Richtung des Mars von der Sonne liefert ihm die Ersatztheorie. Schon aus diesen Beobachtungen lassen sich zwei Schlüsse ziehen:

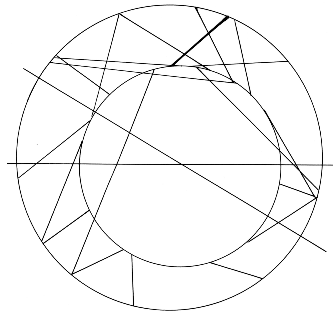


Abbildung 5.11.1.: Weitere Beobachtungen zur Abweichung der Marsbahn von der Kreisform und zum Nachweis, dass die Apsidenlinie durch die Sonne und nicht durch den Mittelpunkt der Erdbahn geht. Die Beobachtung, mit der Fabricius die Ovalhypothese in Frage stellt,ist hervorgehoben.

1. Die Ovalhypothese ist falsch; sie sagt eine maximale Abweichung vom Kreis voraus, die doppelt so groß ist wie die beobachtete.

2. Die Apsidenachse geht durch die Sonne und nicht durch den Mittelpunkt der Erdbahn. Dass sich dies zeigen lässt, liegt daran, dass die Apsidenlinien von Mars und Erde nahezu senkrecht aufeinander stehen.

Das letztere Ergebnis bestätigt Keplers anfängliche Vermutung, dass man die Bahnen auf die Sonne beziehen müsse.

Die Beobachtung vom 17.12.1595 ist aus verschiedenen Gründen interessant. Mars wurde von Tycho (und Mitarbeitern) abends um 6 Uhr Ortszeit in $11^o\ 31.5'$ Stier beobachtet. Erde und Mars standen nahezu so zueinander, dass der Beobachtungsfehler den kleinstmöglichen Fehler für die Position des Mars auf seiner Umlaufbahn bewirkt. Kepler hatte sich schon vorher überlegt, dass eine solche Konstellation dann erreicht ist, wenn die Tangente an die Marsbahn den verlängerten Radiusvektor der Erdbahn so schneidet, dass der Schnittpunkt gleich weit von Erde und Mars entfernt ist (Abb. 5.11.2). In dieser Position lässt sich also die Einbuchtung der Ellipse am besten messen. Kepler hatte sich an Fabricius gewandt mit der Bitte, nachzusehen, ob das Ovalmodell zu seinen Beobachtungen passt. Fabricius schreibt ihm, dass das Oval nicht stimmt, und aus vielen Beobachtungen wählt er eine, bei der das besonders deutlich ist, nämlich die vom 17.12.1595 abends 9 Uhr, in der er den Mars in $11^o\ 34'$ Stier gesehen hat, während das Ovalmodell $11^o\ 21'$ Stier voraussagt. Daraus sieht man, dass David Fabricius nicht nur ein sehr genau beobachtender Astronom war (die scheinbare Bewegung des Mars ist 10'/ Tag rechtläufig), sondern auch ein sehr gewitzter. Kepler schreibt in der *Astronomia Nova* anerkennend, Fabricius wäre ihm in der Entdeckung der Ellipse fast zuvorgekommen. Das ist vielleicht zu viel des Lobes, denn Fabricius vermutete andere Ursachen; er hielt Keplers Halbierung der Erdbahnexzentrizität für falsch und glaubte auch später nicht an die Ellipse.

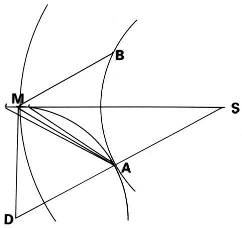


Abbildung 5.11.2.: Konstellationen von Erde (A), Mars (M) und Sonne (S), in denen die Entfernung MS am genauesten gemessen wird. In dem Dreieck DMA ist der Winkel bei M größer als für benachbarte Positionen der Erde, wenn DM = DA ist. Denn der Mittelpunkt des Kreises, von dem aus eine feste Strecke um M auf der Geraden MS unter einem bestimmten Winkel gesehen wird, liegt auf der Geraden MD. Der Kreis mit dem kleinsten Radius, der auch die Erdbahn trifft, ist der mit Radius DA.

Kepler stellte nun systematisch genaue Beobachtungen des Mars über seine ganze Bahn in einer Tabelle zusammen (wir begnügen uns hier mit Abb. 5.11.3) und verglich jeweils

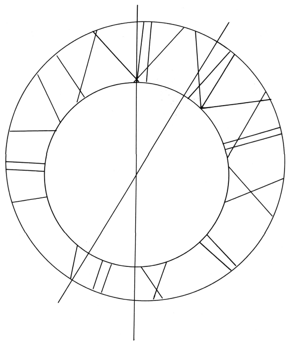


Abbildung 5.11.3.: Konstellationen aus verschiedenen Jahren, in denen die Bedingung aus Abb. 5.11.2 nach Möglichkeit erfüllt ist.

beobachtete und vorhergesagte ekliptikale Länge . Dies ist das Verfahren, das man auch heute noch anwendet, wenn man Daten analysiert. Die Parameter der Theorie werden, in einem von Gauß erfundenen Verfahren, so angepasst, dass die Summe der Quadrate der Abweichungen zwischen Beobachtung und Vorhersage möglichst klein wird. Kepler findet, mit der endgültigen Theorie, Abweichungen von typisch 2'; in den Juninächten sind es eher 4', vermutlich, weil die Vergleichssterne in den Sternbildern Jungfrau, Waage und Skorpion nahe am Horizont und nicht sehr hell sind. Das sind auch die Genauigkeiten, mit denen die Marspositionen am Himmel aus den Abständen zu Fixsternen jeweils bestimmt worden waren.

5.12. Die Entdeckung der Ellipsenbahn

Da sich das Oval als falsch herausgestellt hatte, war Kepler gezwungen, nochmals zu überlegen, wo der Fehler liegen könne. An den Axiomen hielt er natürlich fest, vor allem an der Idee, dass die Bahn durch eine von der Sonne ausgehende, mit größerem Abstand kleiner werdende Kraft bestimmt wird. Entscheidend war ein plötzlicher Einfall („*als ob ich aus einem Traum erwachte*“): Die Sekante (der Kehrwert des cosinus) der optischen Gleichung bei 90 ^{0} (der Winkel AEB in Abb. 5.9.3) ist 100429.„*Wenn ich also bei der mittleren Länge statt der Sekante den Radius nähme, käme das heraus, was die Beobachtungen nahelegen. Und, so schloss ich allgemein, wenn in Abb. 5.9.3 statt HA der Abstand HR genommen würde, statt VA aber VR, und EB statt EA, so geschähe in allen übrigen Punkten des Exzenters dasselbe wie hier in den mittleren Längen. Auch in Abb. 5.9.2 müsste man statt des Abstands $\alpha\delta$ oder $\alpha\iota$ nun $\alpha\kappa$ und statt $\alpha\epsilon$ oder $\alpha\lambda$ jetzt $\alpha\mu$ nehmen*“ .

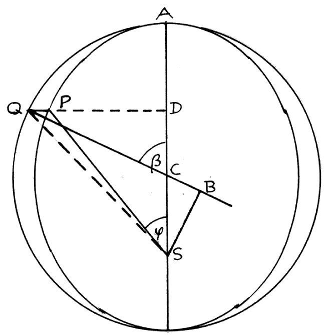


Abbildung 5.12.1.: Ellipse mit der Sonne S in einem Brennpunkt und dem Planeten P in einem Winkel ϕ zur Hauptachse. Zur Zeit Keplers wurde die sog. wahre oder ausgeglichene Anomalie ϕ vom Aphel aus gemessen, heute vom Perihel.

Dass die „Durchmesserabstände“, aus einer Kreisbahn berechnet, die wirklichen Abstände auf einer elliptischen Bahn sind, sieht man leicht aus Abb. 5.12.1. Der Planet P befindet sich im Abstand r= PS von der Sonne S. Der P entsprechende Punkt Q auf dem Kreis um den Mittelpunkt C hat von B dieselbe Entfernung r, wenn B der Lotfußpunkt des Lots von S auf die Gerade QCB ist. Es ist nämlich

$$\begin{aligned} QB &= QC + CB \\ &= 1 + e\cos\beta. \end{aligned}$$

Andrerseits ist im Dreieck PDS

$$\begin{aligned}
(PS)^2 &= r^2 \\
&= (DS)^2 + (PD)^2 \\
&= (e + \cos\beta)^2 + (1 - e^2)\sin^2\beta \\
&= e^2 + 2e\cos\beta + 1 - e^2\sin^2\beta \\
&= 1 + 2e\cos\beta + e^2\cos^2\beta \\
&= (1 + e\cos\beta)^2,
\end{aligned}$$

also

$$r = 1 + e\cos\beta \qquad q.e.d. \tag{5.12.1}$$

Auf der Kreisbahn vom Aphel A über Q ist die vom Fahrstrahl QS überstrichene Fläche F gleich dem Kreissektor AQC plus der Fläche des Dreiecks QCS, also

$$2F = \beta + e\,\sin\beta.$$

Diese Fläche ist ein Maß für die seit dem Durchlauf des Aphels verstrichene Zeit t, nämlich

$$2F = \omega\,t$$

mit $\omega = 2\pi/T$, wenn T die Umlaufzeit ist. Zusammen ergeben diese Relationen die berühmte Kepler'sche Gleichung, den Flächensatz. Differentiell geschrieben lautet er

$$\omega\,d\,t = (1 + e\cos\beta)d\,\beta. \tag{5.12.2}$$

Da die Fläche unter der Ellipse um den konstanten Faktor $\sqrt{(1-e^2)}$ kleiner ist als die Fläche unter dem Kreis, gilt der Flächensatz auch für die Bewegung auf der Ellipse.
Kepler hatte zunächst als den Ort des Planeten denjenigen Punkt auf der Geraden CQ angenommen, der den richtigen „Durchmesserabstand“ von der Sonne hat, aber dann gesehen, dass der Flächensatz auf dieser „pausbackigen“ seiner Ersatztheorie in Einklang ist.

5.13. Die Differentialgleichungen der Bewegung

Mit der Entdeckung der elliptischen Bahn und des Flächensatzes ist Keplers Arbeit aber keineswegs beendet. Er war von vornherein bestrebt, herauszufinden, wie sich die einzelnen Bahnabschnitte aus der Veränderung der Sonnendistanz ergeben. Bei einer vollkommenen Kreisbahn ist nun nicht zu verstehen, wie die Abstände von der Sonne mit den einzelnen Abschnitten des Kreises in einer einfachen Gesetzmäßigkeit zusammenhängen sollen. Teilt man den Kreis in gleiche Abschnitte, wie in Abb. 5.9.2, so entsprechen ihnen ungleiche Abschnitte im Sonnenabstand: weder ist $\gamma\iota = \lambda\zeta$ noch $\iota\lambda = \gamma\iota$ noch $\iota\lambda = \lambda\zeta$;

auch die Reihenfolge ist nicht verständlich: $\gamma\iota$ ist kleiner als $\iota\lambda$, $\iota\lambda$ aber größer als $\lambda\zeta$. Nur, wenn man die Epizykelbewegung voraussetzt, kommt man auf die richtigen Abstände, nicht aber auf direktem Weg. Epizykel und Hauptkreis müssen sich in gleicher Weise bewegen, wenn die Bahn einen Kreis ergeben soll. Der Planet im Epizykel soll seine Bewegung nach seinem Abstand von der Sonne richten. Wie soll er diese Information an den Epizykelmittelpunkt weitergeben, damit der Hauptkreis sich in gleicher Weise dreht? Das alles bezeichnet Kepler mit Recht als absurd.

Anders sieht die Sache aus, wenn man die wirkliche Ellipsenbahn betrachtet. Statt der Abstände in der Epizykeltheorie muss man die „Durchmesserabstände“ nehmen. Das sind die Entfernungen der in Abb. 5.9.2, mit κ und μ bezeichneten Punkte von der Sonne α. Jetzt wird $\gamma\kappa = \mu\zeta$, für Kepler ein Zeichen, dass er die Wahrheit gefunden hat. Diese unvermutete Symmetrie kann nicht von ungefähr kommen. Auf dem Weg von γ nach θ hat sich der Sonnenabstand von $\gamma\alpha$ auf $\kappa\alpha$ verringert; wenn die exzentrische Anomalie, d.h. der Winkel E = $\gamma\beta\theta$ von 0^o auf E zugenommen hat, ist die erfolgte Abstandsänderung

$$\Delta\ r = \kappa\lambda = e(1 - \cos E) \tag{5.13.1}$$

(e ist der Radius des Epizykels, d.h. die Exzentrizität. Wir schreiben in diesem Abschnitt E statt wie bisher β für die exzentrische Anomalie, um Keplers Originalfigur (Abb. 5.9.2) verwenden zu können). Man kann sogar angeben,wie sich r mit E in kleinen Schritten ändert, nämlich

$$dr = -e \sin E\ dE. \tag{5.13.2}$$

Kepler bezeichnet den Faktor sin E als die Stärke des Winkels E.

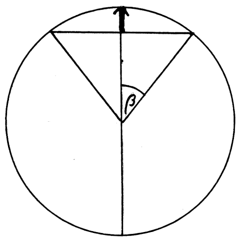


Abbildung 5.13.1.: Geometrische Deutung des *sinus versus* oder der *sagitta* eines Winkels.

Für (1-cos E) benutzt er die Bezeichnung sinus versus E; das ist die sagitta (s. Abb. 5.13.1) des Bogens E in einem Einheitskreis. Wie sich Kepler überzeugt, dass (5.13.1) tatsächlich das Integral von (5.13.22) ist, werden wir weiter unten sehen.

Ein Planet bewegt sich auf seiner elliptischen Bahn so, dass (5.12.2) erfüllt ist, d.h., wenn er diese Relation einhält, also bei einer bestimmten Position, die durch r und E gegeben ist, seine Abstandsänderung dr mit einer Richtungsänderung dE verknüpft, dann ergibt seine Bahn von selbst eine Ellipse.

Dies ist der historische Moment, in dem eine neue Sichtweise auftritt, und Kepler kann sagen, er war derjenige, der sie eingeführt hat. Die alte Auffassung einer vorgegebenen

Bahn wird ersetzt durch ein Differentialgesetz. Die Bewegung ergibt sich aus dem momentanen Zustand.

Eine Differentialgleichung wie (5.13.2) ist ja nichts anderes als eine Vorschrift, welche Bedingungen zwischen den einzelnen Änderungen (dr und dE) bestehen müssen, damit ein Vorgang fortgesetzt werden kann. Wie man sicherstellt, dass diese Bedingungen eingehalten werden, ist eine andere Frage. Auch, wenn die Natur selbst dafür sorgt, kann man sich die Aufgabe so vorstellen, dass ein Mensch oder ein Automat, irgendein intelligenter Mechanismus damit beauftragt wird, nichts anderes zu tun als dafür zu sorgen, dass die gefragte Bedingung eingehalten wird. Diese Vorstellung erleichtert meist das Verständnis. Im vorliegenden Fall wird man sofort stutzig werden. Wie soll der Planet — oder der mit der Aufgabe betraute Mensch — wissen, wie groß der Abstand r und der Winkel E am Mittelpunkt der Bahn sind? Alles, was der Planet wissen kann, ist der Winkel, den die Sonnenscheibe am Himmel einnimmt und die Position der Sonne im Tierkreis. Im Fall der Erdbahn (bzw., von der Erde aus gesehen, der Sonnenbahn) ist dies leicht zu sehen. Die Position der Sonne im Tierkreis ist jedermann geläufig, auch, wenn man sie nicht direkt am Himmel ablesen kann, weil die Atmosphäre durch die Streuung des Sonnenlichts so aufgehellt wird, dass man bei Tag keine Sterne sieht. Die Position im Tierkreis lässt sich als Winkel angeben, z.B. gegenüber dem Frühlingspunkt, aber in diesem Fall, wo es um die Gestalt der Bahn geht, besser als Winkel gegenüber der Apsidenachse. Die Apsidenachse ist die Richtung zu einem bestimmten Punkt im Tierkreis, zur Zeit Keplers 5 1/2 ^{o} Krebs für das Apogäum und 5 1/2 ^{o} Steinbock für das Perigäum. Diese Position kann man sich durch einen Stern markiert denken. Der Winkel, den die augenblickliche Position der Sonne mit der Apsidenachse bildet, ist also eine Größe, die bekannt ist. Dieser Winkel, die ausgeglichene Anomalie ϕ , ändert sich pro Tag um etwa 1 ^{o}, in einem Jahr um 360 ^{o}. Die einzige andere Größe, die einem Planeten zur Verfügung steht, ist die Größe der Sonnenscheibe am Himmel. Wenn sich der Abstand des Planeten von der Sonne ändert, ändert sich natürlich auch ihre scheinbare Größe am Himmel. Wie, das lässt sich leicht sagen. Wenn der wirkliche Durchmesser der Sonne D ist, dann ist der Winkel γ, den die Sonnenscheibe am Himmel einnimmt, in sehr guter Näherung gegeben durch $\gamma =$ D /r. Kepler nennt diesen Winkel den scheinbaren Sonnendurchmesser. Wenn sich der Abstand r ändert, ändert sich auch der Winkel, d$\gamma = D \cdot d(\frac{1}{r})$, da D konstant bleibt. Die einzige Art, wie die Fortbewegung des Planeten durch ihm zugängliche Informationen beschrieben werden kann, ist also eine Beziehung zwischen den Änderungen dϕ der Sonnenposition und d$(\frac{1}{r})$ des scheinbaren Sonnendurchmessers, wobei es auf einen konstanten Faktor zunächst nicht ankommt. Mit der Relation (5.13.2) fängt der Planet nichts an, da ihm die Größen r, dr, E, dE nicht gegeben sind. Sie können erst nachträglich, wenn die Bahn einmal bekannt ist, angegeben werden.

Nun ist es uns aber doch möglich, mit Hilfe der Mathematik, die Differentialgleichung (5.13.2) der Ellipse in eine andere Form zu verwandeln, in der nur die Größen d$(\frac{1}{r})$, ϕ und dϕ vorkommen, die alle dem Planeten zugänglich sind. Die Umrechnung von E auf ϕ macht keine Schwierigkeiten. Aus Abb. 5.12.1 entnehmen wir

$$r \cos \phi = e + \cos E.$$

Ersetzt man darin $\cos E$ aus (5.12.1), so wird

$$\begin{aligned} r\cos\phi &= e + \frac{r-1}{e} \\ e\ r\cos\phi &= e^2 + r - 1 \\ r\ (1 - e\cos\phi) &= 1 - e^2 \\ \frac{1-e^2}{r} &= 1 - e\cos\phi, \end{aligned}$$

oder differentiell

$$(1-e^2)\ d(\frac{1}{r}) = -e\ d(\cos\phi) \tag{5.13.3}$$

$$d(\frac{1}{r}) = -\frac{e}{1-e^2}\ d(\cos\phi) \ \propto\ \sin\phi\ d\phi \tag{5.13.4}$$

(5.13.5)

Dies ist die gesuchte Beziehung. Die Änderung des scheinbaren Sonnendurchmessers ist also proportional zur Änderung von $\cos\phi$ oder zur Änderung von 1-cos ϕ , einer Größe, die Kepler bevorzugt und die er *sinus versus* ϕ oder sagitta von ϕ nennt. Kepler kann aber, in Ermangelung einer entwickelten Formelsprache, diese Beziehung nicht so hinschreiben. Wohl kann er aus der Geometrie die Größen punktweise konstruieren. Er gibt uns eine sehr originelle Konstruktion wenigstens der drei wichtigsten Punkte.

Damit ist gezeigt, dass die Bahn eines Planeten automatisch eine Ellipse ergibt, wenn der Geist oder die Intelligenz oder wer immer den Planeten führt, nur darauf achtet, dass eine Änderung der Position ϕ der Sonne im Tierkreis mit einer entsprechenden Änderung d($\frac{1}{r}$) des scheinbare Sonnendurchmessers verknüpft wird, die proportional zu $\sin\phi\ d\phi$ ist. Dass hier ein Faktor $\sin\phi$ auftritt, ist ohne weitere Annahmen über die Kräfte und ihren Zusammenhang mit der Bewegung nicht zu erklären. Kepler nimmt es als Tatsache hin; er verweist auf andere Beispiele in der Mechanik, wo der Sinus eines Winkels eine Rolle spielt, ohne aber eine wirkliche Begründung geben zu können. Das eigentliche Ziel des Unternehmens ist aber mit der Aufstellung der Differentialgleichung erfüllt. Die Bahn ist nicht als Ganzes vorgegeben, sondern sie entsteht stückweise aus den Anfangsbedingungen.

Der geschulte Leser wird auch sehen, dass die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (5.13.4) mit beliebigen Konstanten

$$\frac{1}{r} = a + b\cos\phi,$$

die Gleichung eines Kegelschnitts ist. Je nach Größe und Vorzeichen der Konstanten ist die Bahn ein Kreis, eine Ellipse, eine Parabel oder eine Hyperbel.

Für diejenigen Leser, die sich die Mühe machen wollen, Keplers Argumentation nachzuvollziehen, ist im folgenden sein Text wiedergegeben, mit denselben Figuren und Bezeichnungen wie in der *Astronomia Nova*.

Zunächst zur Integration von (5.13.2):
„Weil nun der sinus jedes Bogens die Stärke seines Winkels angibt, wird die Summe der sinus etwa gleich der Summe der Stärken oder gleich dem Einfluss aller gleichen Teile des Kreises sein, deren gemeinsamer Effekt die insgesamt erfolgte Abstandsänderung ist. Aber die Summe der sinus der einzelnen Bögen verhält sich zur Summe der sinus in einem Quadranten ungefähr wie der sinus versus des ganzen Bogens zum sinus versus des Quadranten. Ich sage ungefähr, denn am Anfang, wo auch der sinus versus klein ist, und kleine Zuwächse hat, ist er um die Hälfte kleiner als die Summe der sinus. Nämlich, der Quadrant enthält 90 ^{0}. Die Summe von 90 sinus ist 5789431 . Schon früher habe ich sie nämlich der Reihe nach addiert. Die Summe der sinus im Bogen 1 ^{0}, d.h. der erste sinus, ist 1745. Dies verhält sich zur Summe der 90 sinus wie 30 zu 100000. Der sinus versus des Quadranten ist aber 100000, der sinus versus von 1 ^{0} ist 15, die Hälfte von 30. Durch diesen unmathematischen und nicht korrekten Anfang lasse sich der Leser nicht abschrecken. Denn bevor die Abstandsänderung merklich wird, sind die Unterschiede der beiden Berechnungen unmerklich. Denn die Summe von 15 sinus, 208166, ergibt 3594. Aber der sinus versus von 15 ^{0} ist 3407/100000, ein bisschen weniger. Und die Summe von 30 sinus, 792598, entspricht 13691 von 100000. Aber der sinus versus von 30 ^{0} ist 13393. Und die Summe von 60 sinus ist 2908017; das entspricht wenig mehr als 50000, während der sinus versus von 60 ^{0} genau 50000 ist.“
Kepler hat hier als erster, vor der eigentlichen Erfindung der Differential- und Integralrechnung, die sich ergebende Integrationsaufgabe

$$\int_0^E \sin E \; dE = (1 - \cos E)$$

gelöst, ein Resultat, das er auch später noch benutzt.

Den Beweis für die Richtigkeit der Differentialgleichung (5.13.4) führt Kepler so:
„Es genügt nämlich nicht, dass der Planet weiß, wie weit er von der Sonne entfernt sein sollte, er muss auch wissen, was er tun soll, um den richtigen Abstand zu bekommen. Wen also die Annahme einer vollkommenen Kreisbahn dahin gebracht hat, dass er eine Intelligenz im Planeten annimmt, die diese Abstandsänderungen regelt, der kann nicht anders sagen, als dass diese Intelligenz auf die Zu- und Abnahme des Sonnendurchmessers achtet und daraus erkennt, welchen Abstand von der Sonne er zu einer beliebigen Zeit einnimmt. Wie die Seeleute nicht aus dem Meer selbst erfahren können, welchen Weg sie zurückgelegt haben, weil auf diesem Weg keine Markierungen sind, sondern entweder aus der Zeitdauer der Seereise, wenn Wind und Wellen beständig sind und das Schiff niemals ruht, oder aus der Windrichtung und den verschiedenen Polhöhen oder aus der Verbindung all dieser Informationen oder, wenn es den Göttern gefällt, aus der Umdrehung eines Systems von Rädchen, das, mit Flossen versehen, in die Wellen herabgelassen wird. Eine solche Empfehlung geben törichte Mechaniker, welche die Ruhe des Festlands auf die Fluten des Ozeans übertragen. Ebenso kann der Planet seinen Ort oder die Strecke , die er zur Sonne hin zurücklegt, von sich aus nicht messen, weil nur der Äther um ihn ist, ohne Markierungen. Sondern er benutzt entweder die Zeit bzw. ein ihr äquivalentes Maß, was oben schon widerlegt wurde, oder eine mechanische Vorrichtung, was zum Lachen ist (denn wir stellen uns die Gestirne rund vor, nach dem Beispiel von

Sonne und Mond, wie es denn auch wahrscheinlich ist, dass sich das ganze Ätherfeld zusammen mit dem Planeten bewegt) oder endlich geeignete Zeichen, die sich mit dem Abstand des Planeten von der Sonne verändern, von denen aber außer dem variablen scheinbaren Sonnendurchmesser keines übrigbleibt.

So wissen wir Menschen, dass die Sonne von uns 229 ihrer Durchmesser entfernt ist, wenn ihr Durchmesser 30 ' beträgt, und 222, wenn er 31 ' beträgt. So würden die Planeten zu Geometern, die ihren Abstand von der Sonne messen mit Hilfe der scheinbaren Größe des Sonnendurchmessers....

Man soll mir nicht einwenden, dieser Sonnendurchmesser und seine Änderung seien äußerst klein, so dass er nicht als Maßstab dienen kann. Es steht aber fest, dass er für keinen Planeten völlig verschwindet. Wenn er nämlich auf der Erde 30' beträgt, so sind es auf dem Mars 20', auf dem Jupiter 7', auf dem Saturn 3', auf der Venus jedoch 40', auf Merkur 80' und bis zu 120'. Aber nicht über die Kleinheit diese Körpers, sondern über die Grobheit der dazu ungeeigneten menschlichen Sinne sollte man sich beklagen, die solchen kleinen Größen nicht folgen können. Sieh doch, wie die Sonne, so klein oder groß sie auch sein mag, doch in der Lage ist, so weit entfernte Körper im Kreis herumzuführen, was ich an den oberen Planeten bewiesen habe. Von der Beleuchtung der Welt durch ein solches Körperchen wissen wir alle. Es ist daher wohl zu glauben, wenn jene Beweger der Planeten die Fähigkeit besitzen, den Sonnendurchmesser zu betrachten, dass diese ihre Fähigkeit unseren Augen umso mehr überlegen ist als ihre Aufgabe und die ewige Dauer der Bewegung beständiger sind als unsere turbulenten und konfusen Geschäfte.

Aber willst Du den Planeten jedem zwei Augen verpassen, Kepler? Keineswegs. Es ist auch gar nicht nötig. Denn sie brauchen auch keine Füße und Flügel, um sich bewegen zu können. Die festen Bahnen hat schon Brahe verworfen. Auch erschöpft unsere Phantasie nicht alle Schätze der Natur, so dass wissenschaftlich feststeht, wie viele Sinne es geben kann".

Mit Bezug auf Abb. 5.9.2 sagt Kepler [4]:

„Ich behaupte also anfangs: *vorausgesetzt, dass der Planet, was die Beobachtungen bestätigen, nach gleichen Exzenterbögen in den Punkten $\gamma, \kappa, \mu, \zeta$ und nicht in den Punkten $\gamma, \iota, \lambda, \zeta$ gefunden wird,* **dann wird für den Zuwachs des Sonnendurchmessers das richtige Maß der sinus der ausgeglichenen Anomalie sein.** *Ebenso wissen wir, dass die sinus versa der exzentrischen Anomalie ein Maß für die Abstandsänderung sind.*

Weil nun die Intelligenz des Planeten, so ihm denn eine zugeteilt ist, die Räume, die er bei der Abstandsänderung durchläuft, nicht anders wahrnimmt als mit Hilfe des vergrößerten Sonnendurchmessers, wird er tunlichst den sinus versus der ausgeglichenen Anomalie kennen müssen, damit er beim Näherkommen nach dessen Vorschrift den Sonnendurchmesser vergrößert. Dies lässt sich wie folgt zeigen. Der Planet befinde sich nach gleichen Exzenterbögen CD, DE, EF in $\gamma, \kappa, \mu, \zeta$; man verbinde die Punkte D und H; die Verbindungslinie schneidet den Durchmesser CF in I . Weil aber δ, κ, θ und ϵ, μ, η gerade Linien sind, schneiden sie laut Konstruktion den Epizykel in ähnlichen Bögen wie den Exzenter, das heißt $\gamma\zeta$ verhält sich zu $\gamma\kappa$ wie CF zu CI ; der eine Abschnitt ist das Maß

[4] Fettdruck in diesem Abschnitt vom Herausg.

für den anderen. Da dem so ist, behaupte ich, dass in gleichem Maß die von $\gamma, \kappa, \mu, \zeta$ aus betrachteten Durchmesser der Sonne in α wachsen, und dieses Maß wächst wie der sinus versus der ausgeglichenen Anomalie. Dies Punkt für Punkt zu beweisen, wäre hier fehl am Platz. Man kann aber leicht einsehen, dass es überall gilt, wenn wir nachweisen, dass es in der Mitte und in den Extremen gilt.

Nun verschwindet die ausgeglichene Anomalie in C, ebenso verschwindet der sinus versus, und die Sonne erscheint, von γ aus betrachtet , am kleinsten, so dass auch ihr Zuwachs verschwindet. In F ist die ausgeglichene Anomalie 180 ^{0}, der sinus versus gleich 200000, dem gesamten Durchmesser, und die Sonne erscheint von ζ aus am größten; ihre Vergrößerung erreicht ihr Höchstmaß.

Für die ausgeglichene Anomalie 90 ^{0} errichte man in A das Lot AM auf CF und verbinde M mit B. Auch lege man von α aus die Tangente an den Epizykel. Der Berührungspunkt ν werde mit dem Mittelpunkt β verbunden. Da nun $\alpha\nu\beta$ nach Euklid III,18 ein rechter Winkel ist, ebenso MAB nach Konstruktion, und $\beta\nu$ gleich BA sowie $\beta\alpha$ gleich BM, sind die Dreiecke gleich und kongruent; also sind auch die Winkel $\nu\beta\alpha$ und MBA gleich. Das Lot von ν auf $\gamma\zeta$ schneidet $\gamma\zeta$ in o . Da $\nu o\beta$ ein rechter Winkel ist, wie auch MAB, sind auch die Winkel $\nu\beta o$ und MBA gleich. Die letzteren Dreiecke sind daher ähnlich, so dass MB sich zu BA verhält wie $\nu\beta$ zu βo, und umgekehrt. Da $\nu\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\zeta$ und MB, BC, BF alle gleich sind, verhalten sich $\nu\beta$ und βo zusammen, das heißt γo, zu $o\zeta$ wie MB und BA zusammen, also CA, zu AF. Da nun CA der sinus versus der exzentrischen Anomalie CBM ist, und nach Voraussetzung die erfolgte Abstandsänderung misst, wird diese gleich γo sein. Also bei der exzentrischen Anomalie CBM, oder der ausgeglichenen CAM 90 ^{0}, wird der Planet in o sein.

Aber der sinus versus der ausgeglichenen Anomalie 90 ^{0} oder CAM ist die Hälfte des gesamten Durchmessers, nämlich 100000. Ich behaupte, auch die Größe des Sonnendurchmessers, von o aus gesehen, wird mitten zwischen den von γ und ζ aus gesehenen Werten liegen, so dass er die Hälfte seines Zuwachses erreicht, wenn der Planet in o unterhalb von β steht.

Sei nämlich der Durchmesser des Sonnenkörpers $\alpha\xi$, so dass sich die Sehwinkel $\xi\zeta\alpha$, $\xi o\alpha$, $\xi\gamma\alpha$ ergeben, wenn man den Punkt ξ mit den Punkten ξ, o, γ verbindet. Und weil AF und $\xi\alpha$ gleich sind, ebenso AC und $\alpha\gamma$, verhält sich CA zu AF wie γo zu $o\zeta$, also $\gamma\alpha$ zu $\alpha\zeta$ wie γo zu $o\zeta$. Aber $\gamma\xi$ und $\gamma\alpha$ unterscheiden sich nur unmerklich, ebenso $\zeta\xi$ und $\zeta\alpha$. Also ist das Verhältnis $\gamma\xi$ zu $\zeta\xi$ nur unmerklich verschieden von γo zu $o\zeta$. Im Dreieck $\gamma\xi\zeta$ wird der Winkel bei ξ von der Linie ξo geteilt, und zwar so, dass die Basis $\gamma\zeta$ im Verhältnis der Seiten $\gamma\xi$ uns $\zeta\xi$ geteilt wird. Daher wird nach der Umkehr des Satzes in Euklid III,6 [5] der Winkel $\gamma\xi\zeta$ von der Linie ξo in zwei gleiche Teile geteilt, und $\gamma\xi o$ ist die Hälfte von $\gamma\xi\zeta$, des gesamten Zuwachses des Sonnendurchmessers. Quod erat demonstrandum.

[5] Der Satz von Euklid lautet: Eine Winkelhalbierende in einem Dreieck teilt die Gegenseite im Verhältnis der anliegenden Seiten.

Es stimmt also von den Extremen und der Mitte, dass, wenn die gesamte Abstandsänderung vom Planeten im Verhältnis der sinus versa der exzentrischen Anomalie geteilt wird, dass dann der Sonnendurchmesser im Verhältnis der sinus versa der ausgeglichenen Anomalie zunimmt “.

„Aus diesen Gründen bestreite ich, dass der sinus versus der exzentrischen Anomalie dem Planeten das Maß für seine Abstandsänderung liefern kann, nicht, weil er etwa dieses Maß nicht wäre, sondern weil er, obwohl er das Maß ist, nicht vom Planeten wahrgenommen werden kann.

Aber, wenn wir dem Planeten den zu vergrößernden oder zu verkleinernden Sonnendurchmesser als Mittel oder Stütze setzen, durch die er selbst zu seinen richtigen und an sich nicht wahrnehmbaren Abständen gelangt, und der Änderung dieses Sonnendurchmessers nach dem eben geführten Beweis als Maß die vom Planeten wahrnehmbare ausgeglichene Anomalie setzen, dann liegen wir schon richtiger. Denn beide sind wahrnehmbar, was die Abstandsänderung betrifft, die wachsende oder abnehmende Größe des Sonnendurchmessers, was das Maß angeht oder den Winkel, drei Punkte, die mit Körpern ausgestattet sind. Denn einer ist die Sonne, der andere der Planet selbst, und der dritte ein Fixstern am Ort des Aphels“.

5.14. Keplers Überlegungen zur Schwerkraft

In der Einleitung zur *Astronomia Nova* setzt sich Kepler auseinander mit den Einwänden gegen das heliozentrische System des Kopernikus. Insbesondere weist er darauf hin, dass Kräfte nötig sind, um die Planeten zu bewegen, wenn es denn keine festen Bahnen gibt, wie Tycho Brahe an den Kometen bewiesen hat. Es ist aber natürlicher, die Quelle der Kraft in der Sonne zu vermuten, um die sich alle Planeten in mehr oder weniger kreisförmigen Bahnen bewegen, als in der Erde, die dann ihrerseits die Sonne um sich dreht und alle Planeten so dirigiert, dass sie um die Sonne kreisen. Danach sagt Kepler, indem er auf die gängige Aristotelische Vorstellung eingeht, dass allen Körpern, je nach ihrer Zusammensetzung, ein Streben in Richtung auf das Zentrum der Welt zukommt; das Zentrum der Welt liegt nach dieser Vorstellung im Zentrum der Erde, und alle Körper fallen mehr oder weniger schnell darauf zu. Kepler sagt dazu:

Viele hindert die Bewegung der schweren Körper, daran zu glauben, dass die Erde sich, vermöge einer Art Willenskraft oder vielmehr magnetischer Kraft, bewegt. Sie mögen folgende Argumente erwägen:

- *Ein mathematischer Punkt, sei er das Zentrum der Welt oder nicht, kann keine schweren Körper bewegen, weder effektiv noch objektiv, so, dass sie auf ihn zu fallen. Sollen die Physiker beweisen, dass einem Punkt, der weder ein Körper ist noch in andrer Weise als durch reine Überlegung existiert, eine solche Kraft zukomme.*

- *Es ist nicht möglich, dass die Gestalt eines Steins, wenn sie seinen Körper bewegt, einen mathematischen Punkt oder das Zentrum der Welt anstrebt, ohne Rücksicht auf den Körper, in dem dieser Punkt liegt. Sollen die Physiker beweisen, die natürlichen Dinge haben eine Affinität zu etwas, was nichts ist.*

- *Auch streben die schweren Körper zum Zentrum der Welt nicht aus dem Grund, dass sie von den Grenzen der runden Welt abgestoßen werden. Denn das Stück, das sie vom Zentrum der Welt entfernt sind, ist unmerklich und macht nichts aus im Vergleich zur Entfernung von den Grenzen der Welt. Und welchen Grund hätte diese Abstoßung? Mit welcher Kraft, mit welcher Weisheit müssten die schweren Körper ausgestattet sein, um so präzise vor einem allseits umgebenden Feind fliehen zu können ? Und welche Geschicklichkeit müssten die Grenzen der Welt besitzen, um einen Feind so peinlich genau verfolgen zu können?*
- *Auch erfasst die schweren Körper nicht der Schwindel des Ersten Beweglichen zur Mitte hin, wie in einem Strudel. Denn diese Bewegung, wenn wir sie einmal unterstellen, setzt sich nicht in die Tiefe fort. Wir würden sie spüren und würden alle zusammen mit ihr fortgerissen werden und mit uns die ganze Erde, ja wir zuerst, und die Erde würde folgen.*

All diese Gegenargumente sind absurd. Die gewöhnliche Lehre von der Schwerkraft erweist sich also als falsch. Die wahre Lehre von der Schwerkraft stützt sich auf folgende Axiome:

Jede körperliche Substanz ist, insofern sie körperlich ist, so beschaffen, dass sie an jedem Ort, an den sie gestellt wird, außerhalb der Reichweite der Kraft eines verwandten Körpers, in Ruhe verharrt.

Die Schwere ist ein wechselseitiges Bestreben verwandter Körper zur Vereinigung oder zum Zusammenschluss (zu diesen Dingen gehört auch die Magnetkraft); um vieles mehr zieht die Erde einen Stein an als der Stein die Erde .

Die schweren Körper (insbesondere, wenn wir die Erde im Zentrum der Welt ansiedeln) werden nicht zum Zentrum der Welt gezogen, als Zentrum der Welt, sondern als Mittelpunkt eines verwandten Körpers, nämlich der Erde. Deshalb, wohin wir auch die Erde stellen, bzw. wohin sie durch ihre Willenskraft transportiert wird, werden die schweren Körper immer zu ihr hingezogen. Wäre die Erde nicht rund, so würden die schweren Körper nicht überall gerade auf ihren Mittelpunkt hin gezogen, sondern auf verschiedene Punkte an verschiedenen Stellen.

Wenn zwei Steine an irgendeinem Ort der Welt nahe beieinander aufgestellt würden, außerhalb der Reichweite der Kraft eines dritten verwandten Körpers, so würden diese Steine, ähnlich wie zwei Magnete, an einem zwischen ihnen gelegenen Ort zusammenkommen, und zwar jeder in einem Abstand zum andern, der der Masse des andern im Verhältnis entspricht. Wenn der Mond und die Erde nicht durch eine Willenskraft oder eine andere ihr gleichwertige Kraft, jeder in seiner Bahn, gehalten würden, so würde die Erde zum Mond den 54. Teil ihres Abstand emporsteigen, und der Mond etwa 53 Teile des Abstands zur Erde herabsteigen; dort würden sie sich treffen, vorausgesetzt beider Substanz hat dieselbe Dichte.

Wenn die Erde aufhören würde, ihre Gewässer anzuziehen, so würden die Meere alle emporgehoben und auf den Mond fließen. Der Bereich der Anziehungskraft des Mondes erstreckt sich bis zur Erde und zieht die Wasser in der heißen Zone an, wo immer er bei seinem Lauf im höchsten Punkt steht, unmerklich in geschlossenen Gewässern, aber merklich dort, wo die Buchten des Ozeans sehr weit sind und entsprechend frei die Gewässer. Dadurch werden die Küsten der angrenzenden Zonen und Klimagebiete entleert, und auch in der heißen Zone bewirkt das Zurückweichen des benachbarten Ozeans eine lokale Erhebung des Wassers. So kann es geschehen, wenn das Wasser in die weiten Räume des Ozeans hineinfließt, dass in seinen engeren Buchten, sofern sie nicht zu sehr abgeschlossen sind, die Wasser auch vor dem Mond zurückzuweichen scheinen; sie senken sich, weil draußen die Wassermenge zurückgeht.

Da die Wasser nicht so schnell folgen können, wenn der Mond schnell durch den höchsten Punkt seiner Bahn geht, entsteht in den heißen Zonen eine Strömung nach Westen, bis sie an die gegenüber liegenden Küsten stößt und von ihnen abgebogen wird. Beim Weggang des Mondes löst sich die Vereinigung der Gewässer auf oder auch das Heer, das auf dem Marsch in die heiße Zone ist, weil der ursprüngliche Antrieb wegfällt. Mit dem erhaltenen Schwung fließt es, wie in Wassergefäßen, zurück und bespült die eigenen Küsten und bedeckt sie. Dieser Schwung erfährt durch die Abwesenheit des Mondes eine andere Richtung. Sobald der Mond zurückkommt, wird der Schwung abgebremst und gemäßigt und schließt sich dem Umlauf des Mondes an. So werden gleichermaßen offene Küsten alle zu gleichen Zeiten bespült, zurückliegende aber später, und manche zu anderen Zeiten wegen der Verschiedenheit der Zugänge zum Meer.

So weit Kepler, mehr schlecht als recht übersetzt. Insbesondere sein Begriff *vis animalis*, der hier mit „Willenskraft“ übersetzt wird (*anima* = Seele), ist nicht so leicht verständlich. Es ist eine Kraft, die Kepler lebendigen Organismen zuschreibt, wobei er offen lässt, ob Mond, Erde und Planeten zu diesen gehören. Der Leser wird sich durch die mühselige, aber möglichst wortgetreue Übersetzung nicht davon abhalten lassen, auf Keplers Gedankengang zu achten.

Interessant sind die Reaktionen andrer Wissenschaftler. Von den meisten wissen wir nichts. Immerhin äußert sich Galilei in seinem 23 Jahre nach Erscheinen der *Astronomia Nova* und zwei Jahre nach Keplers Tod erschienenen *Dialog* zu dem Thema. „Wie kann ein so scharfsinniger Mann wie Kepler sich eine so kindische Auffassung zu eigen machen, dass der Mond die Vorgänge auf der Erde beeinflusst“? Also hat Galilei zumindest das Vorwort der *Astronomia Nova* gelesen, in dem auch von der Ellipsenbahn der Planeten die Rede ist. Gut möglich, dass er sich geärgert hat, denn sein eigenes Anliegen war ja, einen Beweis für die Drehung der Erde um die Sonne zu erbringen. Das klingt schon in seinem Brief an Kepler von 1597 an. Es wurde ihm von der katholischen Kirche verboten, die kopernikanische Lehre anders als eine hypothetische Konstruktion zu behandeln. Er hat sich nur zum Schein an dieses Verbot gehalten. In seinem *Dialog über die beiden hauptsächlichen Weltsysteme* [17] ist vom ptolemäischen System kaum die Rede, und jeder kann leicht sehen, welche der Auffassungen, die dort von drei Gesprächspartnern vertreten werden, diejenige von Galilei ist. Die Inquisition ließ sich bekanntlich nicht an der Nase herumführen und verurteilte Galilei zu Hausarrest und Widerruf.

Galilei behauptete, das Auftreten der Gezeiten beweise die Drehung der Erde um die Sonne. Er dachte nämlich, durch die Fortbewegung der Erde bei gleichzeitiger Drehung um ihre Achse entstehe eine Art Schüttelbewegung: die Geschwindigkeiten im Raum sind auf der sonnenfernen und der sonnenzugewandten Seite verschieden. Das Wasser wird daher verschieden schnell, und staut sich im Rythmus der Erdumdrehung, nach Meinung Galilei's. Das kann aber nicht stimmen. Einstein schreibt in seinem 1952 verfassten Vorwort zu einer Neuausgabe des *Dialogs*: „Da ist sein Temperament mit ihm durchgegangen. Bei ruhiger Überlegung hätte er das Argument als nicht beweiskräftig erkannt“.

In der Tat, eine kuriose Geschichte. Galilei kennt Keplers Ansicht; er verwirft sie zugunsten seiner eigenen Erklärung, die aber bei genauem Hinsehen nicht stimmen kann. Das Kuriose dabei ist, dass jeder in gewisser Beziehung recht hat. Vor allem Kepler. Er ist nicht der Erste, der die Gezeitenwirkung dem Mond zuschreibt. Der Babylonier Seleukos war schon im dritten Jahrhundert v. Chr. dieser Ansicht, was Kepler aber vermutlich nicht wusste. Jedoch ist Kepler der Erste, der die Folgerung zieht, dass alle Körper sich gegenseitig anziehen. Noch in seinem posthumen Werk „Der Traum vom Mond“ beschreibt er in science fiction Manier eine Reise zum Mond, bei welcher der Reisende das Schwerefeld der Erde verlässt und in den Anziehungsbereich des Mondes kommt. Die Geschichte vom Apfel, der Newton auf den Kopf fiel, um in ihm den Gedanken zu wecken, dass es dieselbe Kraft ist, die auch den Mond anzieht, diese Geschichte trifft eigentlich schon auf Kepler zu. Was hatte Newton zu Keplers Idee einer allgemeinen Schwerkraft zu sagen? Gar nichts. Er bezieht sich nirgends auf die *Astronomia Nova* , ganz, als ob er nie etwas von dem Buch gehört hätte.

Doch zurück zu Galilei. Was Einstein wohl gemeint hat mit „bei ruhiger Überlegung“ ist die später nach Galilei genannte Invarianz der Kräfte gegenüber einer gleichmäßigen Bewegung. Galileis Bild dafür ist die Kajüte eines Kapitäns in einem Schiff, das sich mit gleichmäßiger Geschwindigkeit bewegt. Nichts in der Kajüte deutet daraufhin, dass sich das Schiff gleichmäßig fortbewegt (natürlich ideal gleichmäßig!). Eine Kugel, die der Kapitän über die Tischplatte rollen lässt, läuft so geradlinig, als ob das Schiff in Ruhe wäre. Ebenso muss die Erde sich unverändert drehen, wenn man sich in ein System setzt, das sich gleichmäßig mit ihr durch den Raum bewegt, so dass weder auf der Sonnenseite noch auf der sonnenabgewandten Seite eine zusätzliche Geschwindigkeit auftritt. Die Kugel des Kapitäns rollt nur aus seiner Sicht; von einem ortsfesten Punkt gesehen, kommt sie nicht von der Stelle, wenn das Schiff sich ebenso schnell, wie sie rollt, entgegengesetzt bewegt. Galilei hätte sich mit seinen eigenen Argumenten leicht überzeugen können, dass er nicht recht hat. Nun kommt aber der Punkt, der ihm womöglich Unbehagen verursacht hat, und der zeigt, dass er doch recht hat, wenigstens teilweise. Die Drehung um die Sonne ist nämlich keine gleichförmige im Sinne der Galilei- Transformation, sondern es ist eine Kreisbewegung. Der Kapitän in seiner Kajüte würde sie im Prinzip daran merken, dass die Kugel auf seinem Tisch nicht in einer geraden Linie läuft.(6) Es tritt also bei dieser Bewegung durchaus eine Kraft auf. Man hätte das auch ohne komplizierte Argumente direkt sehen können, wenn man an die Schwerkraft glaubt. Wie der Mond, so übt die Sonne eine Schwerkraft auf die irdischen Körper aus. Sie ist geringer, aber durchaus messbar. An der Waterkant unterscheidet man zwischen Springflut und Nippflut, je nachdem, ob Sonne und Mond in gleicher Linie oder im rechten Winkel zueinander stehen. Galilei hatte also im Prinzip recht, wenn er es auch nicht erklären konnte. Ohne den Begriff der Fliehkraft ist die Sache nicht zu verstehen. Eine sehr raffinierte Überlegung von Galilei zur Fliehkraft werden wir gleich kennenlernen.

Auch Kepler hatte natürlich Probleme mit der von ihm erfundenen Schwerkraft. Sie tauchen in seinem Briefwechsel mit Fabricius auf. Wieso fällt der Mond nicht auf die Erde? Er stemmt sich mit eigener Kraft gegen die Erdanziehung, so wie ein Fähnrich seine Fahne entgegen der Schwerkraft hochhält. In der *Astronomia Nova* wird das Problem nicht diskutiert. Man hätte ja einwenden können, „der Mond hat aber keine Füße oder Flossen, mit denen er sich im Äther abstützen kann“. Kepler war sich durchaus im Klaren, dass er nicht alle Fragen beantworten kann, wie jeder, der in unbekanntes Territorium vorstößt.

5.15. Galilei’s Ideen zur Fliehkraft

In seinem 1632 erschienenen und kurz darauf mit Druckverbot belegten Buch *Dialog über die beiden hauptsächlichen Weltsysteme, das kopernikanische und das ptolemäische*, kommt Galilei nach der Erwähnung seiner Fallversuche auch auf die Kraft zu sprechen, die bei Kreisbewegungen auftritt. An einem mit Wasser gefüllten Eimer, der um das Schultergelenk in einem vertikalen Kreis gedreht wird, stellt er fest, dass eine nach außen

(6) Allerdings läuft die Kugel schon deshalb nicht geradlinig, weil sich die Erde um ihre eigene Achse dreht. Ebenso wenig behält das Foucault’sche Pendel seine Richtung bei.

gerichtete Kraft auftritt, die verhindert, dass das Wasser herausfließt, auch wenn der Eimer momentan kopfüber steht. Die Kraft ist im Arm deutlich zu spüren. Wenn der Eimer ein Loch hat, fließt das Wasser bei dieser Bewegung nach allen Seiten heraus, auch nach oben. Wenn sich bei der Drehung eines nassen Rades Wassertropfen von dem Rad lösen, so fliegen sie tangential weg.

Hier fällt Galilei die Diskussion über die Drehung der Erde bei Kopernikus ein. Kopernikus wendet sich gegen das Argument von Ptolemäus, dass alle Gegenstände, die nicht niet- und nagelfest mit der Erde verbunden sind, bei dieser Drehbewegung weg fliegen müssten, weil sie ungeheuer schnell ist. Es tut jetzt nichts zur Sache, dass Kopernikus hier den Ptolemäus nicht richtig interpretiert hat, denn für Ptolemäus war dies ein Argument gegen jede Bewegung der Erde; da sie ungeheuer schwer ist, müsste sie mit einer riesigen Geschwindigkeit auf das Zentrum der Welt hin rasen, es sei denn, sie steht selbst im Zentrum der Welt. Galilei fragt sich nun, wie schnell müsste die Erde rotieren, damit lose Gegenstände wie die Wassertropfen auf einem sich drehenden Rad abspringen. Dazu überlegt er sich, dass nur die Schwerkraft diese Gegenstände auf der Erde hält. Er vergleicht dann zwei Räder mit verschiedenem Durchmesser, die sich um die gleiche Achse drehen, und überlegt, von welchem die Tropfen zuerst abspringen, wenn man die Geschwindigkeit erhöht. Bei den Rädern ist es die Adhäsionskraft, die die Wassertropfen festhält, bei der Erde die Schwerkraft. Nun kommt sein Argument: die Steine werden dann von der Erde fortgeschleudert, wenn die Entfernung vom Rad, die sie auf der Tangente erreichen würden, größer ist als die Fallstrecke, die sie in der gleichen Zeit auf der Erde zurücklegen .

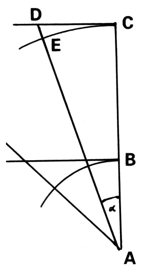


Abbildung 5.15.1.: Zwei Räder, mit deren Hilfe sich Galilei die relative Größe von Fliehkraft und Schwerkraft überlegt.

Eine Zeichnung (von Galilei, Abb. 5.15.1) macht dies deutlicher. Wir betrachten nur das Rad mit dem größeren Durchmesser. Aus der Geometrie folgt, mit CA=R

$$DE \quad = \quad DA - R = \frac{R}{\cos\alpha} - R = R\,(\frac{1}{\cos\alpha} - 1).$$

Für kleine Winkel α ist

$$\cos\alpha \approx 1 - \alpha^2/2, \qquad also$$

$$DE = R\,\alpha^2/2.$$

Bei der Drehzahl $\omega = 2\pi/T$ ist $\alpha = \omega t$, also

$$DE = \frac{R}{2}\,\omega^2 t^2.$$

Die Fallhöhe h in der Zeit t ist

$$h = \frac{g}{2}\,t^2,$$

wenn g die Erdbeschleunigung ist. Diese quadratische Abhängigkeit von der Zeit kannte Galilei; er erwähnt sie im *Dialog* ausdrücklich, verweist aber für eine detaillierte Diskussion auf eine spätere Abhandlung — dies sind die *discorsi* , erschienen 1634. Die Bedingung h=DE besagt also

$$R\,\omega^2 = g.$$

Die Beschleunigung durch die Fliehkraft ist also $R\,\omega^2$.

Aus welchen Gründen auch immer kam Galilei nicht so weit. Auf die Vermutung des Gesprächspartners Sagredo : „Damit das große Rad ebenso viele Schleuderkraft entfaltet wie das kleine, muss es so sehr an Geschwindigkeit zunehmen, wie es an Durchmesser wächst. Dies würde eintreten, wenn in beiden Fällen die ganzen Umdrehungen die gleiche Zeit beanspruchen“, sagt Salviati : „Ich möchte das vorläufig nicht näher untersuchen. Es genügt, dass wir, wenn ich mich nicht täusche, die Belanglosigkeit des Arguments nachgewiesen haben“.

Auch dies ist eine kuriose Geschichte. Einer der bedeutendsten Gedanken Galilei's, von ihm selbst nie ganz zu Ende gedacht, und bis heute so gut wie unbekannt geblieben. Es war erst Huyghens, der die Fliehkraft berechnete; auf seine Abhandlung über die Pendelbewegung (1673) bezieht sich Newton. Mit Hilfe der Fliehkraft ist es nun leicht, aus der Umlaufzeit des Mondes und seiner Entfernung von der Erde (60 Erdradien) im Vergleich mit der Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche die Abstandsabhängigkeit der Gravitationskraft zu erhalten. Die Beschleunigung durch die Fliehkraft auf der Mondbahn ist

$$\omega^2 R = (\frac{2\pi}{T})^2\ R = (\frac{6.28}{2.36 \cdot 10^6})^2 \cdot 0.384 \cdot 10^9 \frac{m}{sec^2} = 2.7 \cdot 10^{-3} \frac{m}{sec^2}.$$

Auf der Erdoberfläche ist die Beschleunigung durch die Schwerkraft 9.8 m$/sec^2$, 3600 mal größer, das ist 60 x 60. Also wird sich die Schwerkraft wie $1/R^2$ ändern. Dasselbe Ergebnis folgt aus dem dritten Keplerschen Gesetz. Wenn die Anziehungskraft von der Sonne mit $1/R^2$ abnimmt, und gleich der Fliehkraft auf einer Kreisbahn, $\omega^2 R$, gesetzt wird, ist

$$\begin{aligned} \omega^2 R &= \frac{const}{R^2} \qquad oder \\ \omega^2 R^3 &= const. \end{aligned}$$

Die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich wie die dritten Potenzen der mittleren Entfernungen.

Berechnet man die Beschleunigung auf einer Keplerellipse, aus dem Flächensatz, so findet man, dass sie auf die Sonne hin gerichtet und proportional zu $1/R^2$ ist. Dies ist die einfachste Herleitung des Gravitationsgesetzes; sie stammt von Newton. Umgekehrt lässt sich leicht zeigen, dass die Bahn eines Planeten bei Gültigkeit des Gravitationsgesetzes eine Ellipse ist (siehe Anhang B). Überdies hat Newton sofort darauf hingewiesen, dass der Exponent von R sehr genau -2 sein muss, da sonst die Apsidenrichtung nicht konstant bleibt. Es ist in der Tat verblüffend, wie sich durch die einfache Beziehung „Kraft ist Masse mal Beschleunigung" alle bisherigen Schwierigkeiten der Bewegungsvorgänge auflösen. Ohne die genialen Experimente von Galilei wäre der Lauf der Geschichte ein andrer geworden.

Man kann sich leicht eine andere Geschichte ausdenken; der Phantasie sind da keine Grenzen gesetzt. Stellen wir uns, wie auf dem Titelbild der Rudolfinischen Tafeln, eine Unterhaltung von Kopernikus mit Galilei, Kepler und Newton vor. Galilei bringt seine Argumente gegen die Lehre des Aristoteles vor, dass die Geschwindigkeit proportional zur Kraft ist. „Ein Bleiklotz von 10 Pfund fällt aus einer Höhe von 100 Ellen nicht 10 mal so schnell wie ein Klotz von 1 Pfund. Das stimmt einfach nicht." Kopernikus schlägt vor : „Man müsste mal nachsehen, ob es nicht andere Ideen dazu im Altertum gab. Die Griechen haben ja so viel überlegt". Und er findet tatsächlich etwas. Beim Studium der *Mechanik* des Heron von Alexandria (1. Jh. n. Chr.) kommt ihm der Gedanke, dass die Kraft proportional zur Änderung der Geschwindigkeit, also zur Beschleunigung sei. Nun sagt Newton: „Die Beschleunigung ist nicht immer ganz leicht zu erfassen, aber ich habe mir da ein mathematisches Verfahren überlegt, wie man sie bei jeder Bewegung exakt bestimmen kann. Insbesondere bei einer Kreisbewegung, wie ihr sie den Planeten zuschreibt, tritt eine Beschleunigung auf, die durch eine Kraft vom Zentrum des Kreises her aufgebracht werden muss". „Ganz richtig" stimmt Galilei zu, „das spürt jeder Diskuswerfer". „Ich weiß, was diese Kraft ist", sagt da Kepler. „Das ist die Schwerkraft. Sie geht von jedem Körper aus und zieht jeden anderen Körper an. Sie ist proportional zu seiner Masse und wird mit dem Abstand kleiner, wie die Beleuchtung von einer konstanten Lichtquelle, mit $1/\ R^2$". „Das können wir leicht nachprüfen", erwidert Newton. „Setzen wir die Länge eines Sekundenpendels an der Erdoberfläche mit der Umlaufzeit des Mondes in Beziehung". In der Tat, die Idee von Kepler stimmt. „Also" , sagt Newton, „ich sage voraus, dass die Bahnen der Planeten Ellipsen sind und keine Kreise". Da kommt Tycho hinzu. „Das kann ich herausfinden. Es wird mich 20 Jahre meines Lebens kosten, weil es so lange dauert, bis der Mars über den ganzen Tierkreis genügend genau beobachtet ist, und nur die Marsbahn hat eine so große Exzentrizität, dass sich der Unterschied zu einem Kreis messen lässt". Gesagt, getan. Der König von Dänemark findet die Idee gut und bewilligt Tycho ein Observatorium. Als es halb fertig gebaut ist, erhebt sich aber ein Aufruhr im dänischen Parlament. ‚We should stop spending money which we don't have for things which we don't need', erklärt ein Senator, in der Tat ein unschlagbares Argument. So bleibt das Observatorium eine Ruine, und wenn sie nicht verfallen ist, steht sie heute noch. Deshalb wissen wir bis heute nicht, wie sich die Planeten wirklich bewegen.

Tab.7 Umlaufzeiten und Bahnradien der Planeten

Planet	T Tage	log T	Radius R AE	log R
Merkur	87.95	1.944	0.388	-0.411
Venus	224.70	2.352	0.724	-0.140
Erde	365.25	2.563	1.0	0.0
Mars	687.0	2.837	1.524	0.183
Jupiter	4332.60	3.637	5.200	0.716
Saturn	10759.20	4.032	9.510	0.978

5.16. Das dritte Keplersche Gesetz und die Sphärenmusik

Mehr als dreizehn Jahre nach der Entdeckung der Ellipsenbahn, bei der Suche nach harmonischen Beziehungen zwischen den Umlaufzeiten oder zwischen den Bahnradien der Planeten, fand Kepler die Beziehung: „die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich wie die dritten Potenzen der mittleren Entfernungen“. Er notierte sich sogar das genaue Datum: zum ersten Mal am 18. März 1618, und zum zweiten Mal, als er einen Rechenfehler bemerkt hatte, am 15. Mai 1618. Er war selbst überrascht: „Ich glaubte zuerst, ich hätte geträumt und schon vorausgesetzt, was ich erst beweisen wollte“. Nun verfolgte er erst recht die Idee, dass in den Planetenbahnen die Harmonie der Töne in Dur und Moll ausgedrückt ist, und dass die Planeten mit ihren Bewegungen gleichsam eine Symphonie aufführen, die nicht mit dem Ohr, aber mit dem geistigen Auge wahrgenommen werden kann. Die Grundidee dieser Sphärenmusik stammt von den Pythagoräern; Kepler lernte sie durch eine Abhandlung des Ptolemäus kennen, und freute sich, dass hier seine eigene, schon früh gefasste Vorstellung einer Weltharmonie bereits zwei Jahrtausende vorher formuliert worden war. Da in den Umlaufzeiten (Tab.7) keine harmonischen Verhältnisse auftreten, selbst, wenn man sie durch Division oder Multiplikation mit einer Potenz von 2 auf dieselbe Oktave bringt, versucht es Kepler mit den von der Sonne aus gesehenen täglichen Bewegungen im Aphel und Perihel jedes Planeten, die man leicht aus den Exzentrizitäten und den mittleren Bahnradien berechnen kann.

Nach der Reduktion auf eine Oktave verbleiben die in Tab.8 aufgeführten täglichen Bewegungen (in Bogensekunden). Sie werden von Kepler verglichen mit den Tönen der Tonleiter, die durch die Länge einer gespannten Saite angegeben werden (Tab. 8). Die längste Saite und die kleinste Eigenbewegung ergeben denselben Ton. Kepler kommt zu dem Ergebnis, dass alle Töne einer G-Dur Tonleiter (ausgenommen A) in den extremen Planetenbewegungen (d.h. denjenigen im Aphel und im Perihel) realisiert sind, wenn man von der Saturnbewegung im Aphel als tiefstem Ton ausgeht, der unserem G entspricht; wählt man die Perihelbewegung des Saturn als tiefsten Ton, so erhält man die Töne der G-Moll Tonleiter.

Sieht man sich die Sache aber unvoreingenommen an, so wird man Kepler hier nicht unbedingt folgen wollen. Um Zahlenverhältnisse beurteilen zu können, trägt man am einfachsten ihre Logarithmen auf. Vergleicht man die Planetenbewegungen und die Töne der Tonleiter (in der von Kepler benutzten sog. mitteltönigen Stimmung) auf einer solchen

Tab.8 Harmonische Proportionen und Eigenbewegungen

Ton	Saiten-länge
g	1080
fis	1152
f	1215
e	1246
es	1350
d	1440
cis	1536
c	1620
h	1728
b	1800
A	1920
Gis	2048
G	2160

Planet		"
Merkur	Perihel	180
"	Aphel	154
Venus	Perihel	183
"	Aphel	178
Erde	Perihel	115
"	Aphel	107
Mars	Perihel	143
"	Aphel	197
Jupiter	Perihel	165
"	Aphel	135
Saturn	Perihel	135
"	Aphel	106

logarithmischen Skala (Abb. 5.16.1), so müssen entsprechende Werte zusammenfallen, wenn man die Skalen um einen festen Wert gegeneinander verschiebt.

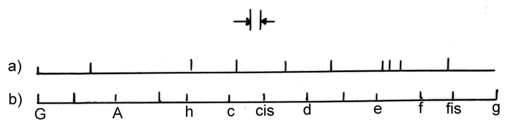


Abbildung 5.16.1.: Vergleich von „Planetentönen“ (a) mit den Tönen der Tonleiter (b) auf einer logarithmischen Skala. Die Tonleiter ist in der von Kepler benutzten sog. mitteltönigen Stimmung gegeben. In der späteren „wohltemperierten“ Stimmung haben Halbtöne theoretisch auf dieser Skala alle den gleichen Abstand, 1/12 einer Oktave. Für den Vergleich mit „Planetentönen“ ist dieser Unterschied aber belanglos. Das angezeigte Intervall entspricht 1/4 Halbton.

Von 11 „Planetentönen“ fallen aber maximal 6 innerhalb eines Spielraums von $\pm 1.5\%$ (ungefähr 1/4 Halbton) auf Töne der Tonleiter, die andern liegen daneben. Außer G erhält man im Fall der Aphelbewegung des Saturn als G so nur die Töne h, c, e und fis. Die Wahrscheinlichkeit für 6 „Treffer“ aus 11 Versuchen in einem Intervall von $\pm$ 1/4 Halbton um jeden Ton ist 23 %, wenn die von Kepler benutzten Planetenbewegungen überhaupt keine Korrelation mit Tönen haben; das ist Zuviel, um diese nahe liegendere Hypothese verwerfen zu können. Mit der Moll- Tonleiter ist es ähnlich. Hier war also der Wunsch der Vater des Gedankens.

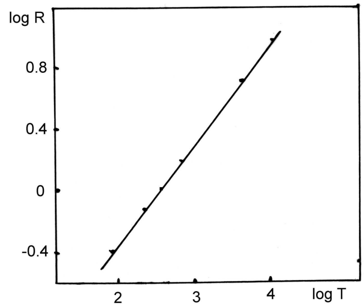


Abbildung 5.16.2.: Die Beziehung zwischen Umlaufzeit und mittlerer Entfernung für die sechs Planeten (das dritte Keplersche Gesetz) in logarithmischem Maßstab. Die eingezeichnete Gerade entspricht dem Gesetz T $\propto R^{\frac{3}{2}}$.

Ganz anders liegt der Fall des dritten Kepler'schen Gesetzes selbst. Trägt man auch hier Umlaufzeiten und mittlere Bahnradien, wie sie von Kepler angegeben werden, logarithmisch gegeneinander auf (Abb. 5.16.2) , so sieht man mit bestechender Genauigkeit einen Exponent von 3/2. Möglicherweise hat Kepler diesen Zusammenhang durch Verwendung von Logarithmen gefunden. Neper publizierte seine Erfindung 1614, aber Kepler wusste schon früher von Jost Bürgi, dass man sich eine solche Funktion ausdenken kann; er war wohl sogar etwas verärgert, dass dieser erst 1620 damit an die Öffentlichkeit trat, denn Kepler hätte sich dadurch manche Rechenarbeit ersparen können.

Der Versuch, eine Gesetzmäßigkeit in der Abfolge der Planetenbahnen zu finden, hat ein merkwürdiges Pendant in dem mehr als 200 Jahre später auftretenden Problem der Spektrallinien des Wasserstoffatoms. Das um den Atomkern, ein Proton, kreisende Elektron wird durch eine Zentralkraft auf seiner Bahn gehalten, welche die gleiche Form hat wie die Schwerkraft. Die vom Wasserstoffatom ausgesandte Strahlung erfolgt nur bei ganz bestimmten diskreten Frequenzen. Helmholtz z. B. verglich diese Frequenzen mit den Tönen der Tonleiter, ohne jedoch einen ersichtlichen Zusammenhang zu finden. Erfolg hatte bekanntlich der Baseler Gymnasiallehrer Balmer. Seine Formel, deren Bedeutung zunächst nicht klar war, stellt einen der Bausteine für das spätere Bohr' sche Atommodell dar.

Auch die Bedeutung des dritten Kepler'schen Gesetzes ergab sich erst nach dem Verständnis der Fliehkraft. Das Gesetz ist ja nichts anderes als die mathematische Formulierung der Aussage „Fliehkraft ist gleich Anziehungskraft“. Hätte aber Kepler dieses Gesetz gefunden ohne die intensive Bemühung, eine Harmonie in den Bahnen der Planeten aufzufinden?

Dieser Bericht könnte keinen würdigeren Abschluss finden als Keplers eigene Worte (aus dem Anfang des fünften Buches von *harmonice mundi*), deren tiefere Wahrheit die Zeiten überdauert hat:
„Endlich habe ich ans Licht gebracht und über all mein Hoffen und Erwarten als wahr befunden, dass sich die ganze Welt der Harmonie in all ihren Einzelheiten in den himmlischen Bewegungen wiederfindet, zwar nicht auf die Weise, wie ich es mir vorgestellt hatte, sondern — und das ist nicht der kleinste Teil meiner Freude — auf eine ganz andere, durchaus vollkommenene Weise“.

5.17. Keplers Bericht über die Supernova

Gründtlicher Bericht

Von einem vngewohnlichen

Newen Stern/ welcher im October diß

1604. Jahrs erstmahlen erschienen

Gestelt

Durch Johan Kheppleren / Röm: Kay: May: Mathematicum.

Gedruckt in der alten Stat Prag/

in Schumans Druckerey.

Demnach nunmehr zwey vnd dreyſſig Jahr / das die Astronomi etwas newes / [2] zuvor in allen Büchern / ſo viel deren auff vns gelanget / vnvermeldetes wunderwerckh am Himmel befunden / das nemlich ein newer ſehr groſſer heller glänzender Sterne vnder die höchſte Sphaeram vnd vnbewegliche ſterne in sydere Cassiopeae vnd der Jacobsſtraſſen oder via lactea einkhommen / alda in die 16. Monat lang an einem ort ſtill geſtanden / vnd entlich widerumb verſchwunden iſt: Deſſen eigentliche würckung noch von niemanden in ſo vielen Büchern erörtert / von etlichen aber nach ſo langer zeit erſt erwartet / oder zwar gegenwertig / aber noch der zeit für vnſichtbar vnd klein / oder als in der ſaat gehalten würt: Demnach auch vor vier Jahrn ein mittelmäſſiger ſterne tertiae magnitudinis in pectore cygni vnd auch in via lactea auffgegangen / vnd noch der zeit in einerley größ vnd ſtell zuſehen iſt / der zuvor nie an ermeltem ort / wie mit ſtarckhen argumenten vnd gnugſamen kundſchafften zuerweiſen / weder von Hipparcho vor 1800 / noch Ptolemaeo vor 1400 Jahren / noch jemanden auß nachfolgenden Mathematicis geſehen worden: Alſo hat ſich auch in jetz ablauffendem 1604. Jahr / den 9 oder 10 Octobris abermahl ein ſehr groſſer heller zwintzerender ſtern in der constellatione Serpentarij vnd 17. grad / 43 minuto des Schützens cum declinatione Meridiana, latitudine verò Septentrionali gr. 1. 55 m. zwar nit eben in via lactea, aber doch in dem Platz des Himmels / der zwiſchen den zweyen pfäden deren alda geſpaltenen ſtraſſen eingeſchloſſen iſt / vnd zwar dem vordern Pfad gar nahend / erſtmahlen entzündet / vnd iſt den 17. 18. 21. 28. Octobris observando ſo viel befunden worden / das er kheinen lauff nit habe / auſſerhalb des täglichen Auff vnd Nidergangs. Derohalben vnd zu vermeidung vieler groſſer Absurditeten wir bekhennen müſſen / das er auch gleich den zweyen jetz vermeldeten / am euſſerſten Himmel vnd firmament vnder andere fix ſterne angehefftet / vnd kheins wegs wie andere Cometen / zwiſchen den Planeten nidriger / viel weniger vnder dem Mond / oder in dem Element des Luffts zuſuchen ſeye: Wie dann ſein klarheit vnd hellſchimmerendes Himmeliſches liecht dieſem beyfall thuet. An wüchtigkheit iſt ditz wunderwerck Gottes jenem anno 1572. weit vorzuziehen. Dan das ich geſchweige / das etliche fürnehme Perſonen / wölliche jenen anno 1572 geſehen / ſtarck fürgeben / dieſer ſey viel gröſſer vnd heller dan jener / (wie er dan faſt | zweymahl ſo groß geſchienen / als ſein nechſter nachpaur Jupiter) [3] ſo gibt ditz nit weniges nachdenckhen / das jener auſſerhalb des Zodiaci in einem abgelegnen geſtirn Cassiopeae geſtanden / dahin khein Planet niemahlen khommet: Dieſer aber ſich zu nechſt an der allgemeinen Landſtraſſen der Sonnen / des Mondes vnd aller Planeten geſtelt / der geſtalt / das faſt alle Planeten / bey jme fürüber / auch Saturnus beinahe in puncto mit jme vereinigt werden muß. Jener hat ſich zwiſchen etlichen hellen vnd groſſen / aber gemeinen ſternen befunden / die kheine beſondere art oder bewegnus haben / dieſer hat ſich mitten zwiſchen die drey höchſte Planeten eingedrungen / vnd hat Martem vnd Jovem zu ſeinen vorlauffern / Sa-

turnum aber zu einem nachtretter erwehlet. Jener iſt im jrdiſchen Zeichen des Stiers erſchienen / in wöllichem dieſer zeit kheine groſſe conjunctiones Planetarum geſchehen. Dieſer aber befindet ſich im feurigen zeichen des Schützens / in wöllichem der vielbeſchreiete fewrige triangel im verſchienen Decembri ſeinen anfang genommen / wölliches alle 800 Jahr einmahl beſchicht. Jener hat eine gemeine zeit ohn ein ſonderliches merckzeichen angetroffen / vnd iſt vngewarneter ſachen in die Welt einkhommen / gleichſam als wan ein Feind bey der nacht ein Statt vberfüele / vnd ſich ehe auff dem marckh ſehen lieſſe / dan die Bürger wuſten das er kommen würde: dieſer gereth gerad in das Jahr / darvon die Astrologi ſo viel geſchrieben / das der fewrige Triangul drinnen angehe / gerad in den Monat / drinnen auch Mars zu baiden höchſten Planeten khommen / vnd die groſſe conjunction nach Cypriani lehr volkhommen gemacht / gerad in den tag / an wellichem Mars zu dem letzten nemlich zu dem Jupiter geſtoſſen / gerad an das ort / da Jupiter vnd Mars zuſammen khommen. Dan zuwiſſen / das Jupiter den 9 Octobris ex analogia observationum im 19. 13. ♐ geweſt / vnd etlich wenig scrupula Septentrionalis, Mars aber / auß verbeſſerter rechnung im 19. gr. 14 m. ♐ / cum lat. 1. 36. Merid. das alſo die ☌ ♃ ♂ geweſt den 9 Octobris vngefährlich vmb mittag. Nu iſt dieſer newe ſterne den 8 Octob. noch nit / den 10 aber hernach erſtmahlen nach vndergang der Sonnen gar hell vnd klar geſehen worden / nechſt bey Jove vnd Marte, alſo das er vngefährlich 2 gr. 26 min. in circulo magno von Jove abgewichen / vnd der gütige Jupiter beynahe mitten zwiſchen dieſem ſterne ober jme vnd Marte vnder jme geſtanden. Derowegen dan alle Mathematici jr fleiſſiges auffſehen auff zeit vnd ort dieſer conjunction ge-
[4] habt haben werden / vnd alſo dieſes ſterns erſcheinung ſich nit einem verſtol'nen feindlichen einfall / wie jener anno 1572 / ſondern einem offentlichen ſpectakel / Triumph oder einritt eines mächtigen Potentaten vergleichte / da die Furier ein zeit zuvor die quartier auff jne zuberaiten vnd dem Jungen geſindl beginnet die weil lang zu werden / biß er komme: darauff die rüſt: küchel: vnd ſilberwägen hernach khommen / bald das geſtrappel der roſſe vnd des vortrabs meniglichen auff die gaſſen herfür zulauffen / vnd an die fenſter zu fallen verurſacht / vnd entlich / wan der pöffel mit auffgeſperten meulern die gantze Ritterſchafft durchſuchen / als dan der Trometern / Hartſchiren vnd Laggeyen compania des hereinkhommenden Monarchen Perſon alſo bezeichnen / das es kheines deüttens bedarff / ſondern meniglichen bey ſich ſelber ſpricht / da haben wir jn. Wie nun jener anno 1572 hoch in Septentrione geſtanden / vnd nit vndergangen / ſondern auch wol bey tage / wann die Sonne ſich geneiget herfür geſtochen / vnd alſo wegen ſeiner klarheit vnd höch den gmeinen pöfel gleich als bey den ohren gezogen die augen auff jne zuwenden: derowegen er auch von gmeinen vnachtbarn Leuten am erſten iſt vermerckt worden: alſo wil es ſich anſehen laſſen / als ob dieſer jetzige ſterne (weil er an jetzo näher bey der Sonnen / mitten in der klaren abendröte leuchtet / vnd bald auff die Sonne vndergehet / auch mit andern klaren ſternen vmbgeben iſt) etwas nähere verwantnus mit dem Gelehrten hauffen habe / weil er von denen / (ſonderlich / wölliche auff die

50*

Astronomiam geſtudirt) beſſer vnd geſchwinder zuvermercken geweſt / als vom gmeinen pöfel.

Was nun ſein bedeuttung ſein werd / iſt ſchwärlich zu ergründen / vnd diß allein gewiß / das er eintweder vns Menſchen gar nichts / oder aber ſolliche hohe wüchtige ding zubedeuten habe / die aller Menſchen Sinn vnd vernunfft vbertreffen. Dan weil er ſo hoch vber alle Planeten geſtanden / das an demſelben ort / nach Copernici lehr / nit allein der Planeten Cörper verſchwinden / ſondern auch jre gantze Himmele ſelber wie kleine ſternlin anzuſehen: ſo vermag man demnach aus der Astrologorum gmeinen lehr vnd dieſer groſſen conjunctione Saturni, Jovis et Martis nichts auff die entzündung dieſes ſterns / oder ſeine substantz erzwingen. Vnd wolte Gott / das doch die jenige / wölliche vnzweiffel in groſſer anzahl viel langer gewäſche von vrſprung dieſes ſternen machen / vnd in truckh geben werden / jnen dieweil nämen / Hern Tychonis Brahe Progymnasmata von dem ſterne des 1572 Jahrs zuvor abzuleſen / damit ſie mit ſo vngeſchickten kindiſchen gedancken / als ſolte dieſer ſterne natürlicher gewohnlicher weiſe von Jove vnd Marte [1] (ſonderlich weil er rötlich vnd *[1]* von fernem / wie ein auffgehende brunſt oder feur ſcheinet) entzündet worden ſein / daheimen blieben. Sonſten vnd ſo fern diß axioma ſo gewiß vnd war were / ſo gewiß ich es für eine Fabel halte / das die vereinigung Jovis et Martis dieſen ſternen angezündet haben ſolle: wuſte ich mit dieſer allegoria wol ſo lieblich vnd meiſterlich zuſpilen / als andere thun werden: Wie nemlich die Mathematici nach dreyen groſſen Sternen geſchawet / aber vnverſehens deren vier gefunden / vnd ſich an dem newen vbernächtigen mehr vergafft / als an den bleiblichen wahrhafftigen Planeten. Vnd das der alte hartneckhige Saturnus der prächtige Jupiter / vnd der ſtreitbare Mars auff einem Reichstage in domo et templo Jovis zuſamen khommen / alda Jupiter vnd Mars auff eine ſeiten getretten / einen newen Sternen erwehlet / vnd ſo hoch vber ſich geſetzet vnd erhöhet / ſo tieff ſie beide ſich zuvor vndern Saturnum buckhen müſſen / ſeyen alſo nach verrichter ſachen ein jeder widerumb darvon ſeinen Pfad gezogen. Saturnus aber rüſte ſich fuß für fuß / auff dieſen newen zu zuziehen: doch / ſo fern nur der newe ſo lang zu dauren habe werde Saturnus ſich gleich ſo wol für jme buckhen / vnd vnder jme / wie wol nehrlich durchziehen müſſen. Doch ſey diß nur ein zeitliches / vnd ziehen die Planeten wol davon / da der newe hingegen ſtehen bleibe / ſie khommen aber auch wieder / vnd werden jne als dan vnzweiffel alda nit mehr ſtehend finden: vnd was des dings mehr. Wol wolte ich nit laugnen / das dieſer ſterne mit conjunctione Jovis vnd Martis ſo fern gemeinſchafft habe / ſo fern man zugeben wolte / das Gott ſelber / (der nichts in der Welt weder für klein noch für groß ſchätzet / vnd das Menſchliche geſchlecht in dieſem ſo kleinen vnd vnſichtbarn erdenpunctlein wonhafft / als ſein Ebenbild / eben ſo lieb vnd lieber hat / als einen ſternen wan er auch gleich hundert tauſentmahl gröſſer were / als die gantze Erden-kugel) dieſem Menſchlichen geſchlechte etwas namhafftes anzuzeigen / den ort vnd zeit dieſer conjunction Jovis et Martis zu ewiger gedechtnus habe hiemit zeichnen / vnd die ſachen / wiewol in vnausſprechlich höhern orten / alſo disponirn wöllen / damit wir Menſchen von vnſerer Erden hinauff ſchawend / an dieſer ſtelle einen ſo groſſen ſterne zuſehen hetten.

Wer iſt aber / der nicht ſehe / das diß mir vnd meniglichen viel zu hohe Assumpta ſeyen: vnd ſich nit wölle a posse ad esse argumentiren laſſen?

Hingegen aber / will ich auch mit den jenigen nicht gmeinſchafft haben / wölliche dieſe zuſammenſtimmung aller dings in Wind ſchlagen / vnd darfür halten / das [6] es des blinden glücks ſchuld / das dieſer newe ſterne eben gerad diß|Jahr Monat tag vnd ort der groſſen conjunction getroffen habe. Dan ob wol war / das (zum exempel) ein jeder gerader wolgemachter würffel ſechs felder hat / vnd eins ſo wol fallen khan / als das andere / jedoch wan ein anzahl ſpieler jeder mit vier oder fünff Würffeln nur einen einigen Wurff thuen ſolten / vnd einem vnder jnen füele das Sechſen auff allen würffeln / ſo würde man ein ſollichen nit vnbillich wegen einer verborgenen kunſt verdacht haben / vnd es ſchwärlich dem glück zuſchreiben: angeſehen / das wol hundert tauſendt würffe geſchehen möchten / ehe wieder einer auff dieſe weiſe geriethe. Derowegen wie geſagt / ich dieſe wunderbarliche eintreffung der zeit vnd ort / nit gern dem blinden glück zuſchreiben wolte: zumahl weil die erſcheinung ſelbſten eines newen Sternens für ſich allein (auch ohne betrachtung der zeit vnd ort) nit ein gemein ding iſt / wie ein ſpielwurff / ſondern ein groſſes wunder / desgleichen vor vnſern zeiten nie erhört oder geleſen worden. Aber ich wil dieſe zweiffelhaffte frag andern auffzuleſen fürgeben haben / vnd für jetzo fahren laſſen. Damit ich aber doch auch ein kleine vorbereittung mache / die bedeutung mit der zeit zuerkundigen / ſo nim ich diſen ſterne an / wie einen andern / ſonderlich einen Planeten / vnd achte es der Natur gemäß / das er / ſo lang er ſtehet / an der witterung vnd nativiteten der Menſchen / ſo wol gmeinſchafft haben werde / als er am liecht gemeinſchaft hat: Nemlich weil die gantze Natur / vnd alle deren crefften (animales facultates) eine verborgene art haben / die aspectus der himliſchen liechtſtralen zumerckhen vnd ſich nach denſelben zureguliren / werden ſie ohne zweiffel auch dieſes ſternens empfinden. Derohalben auff die jenige tage achtung zugeben / in wellichen er mit den Planeten configurirt würt. Nemlich iſt er den 10. Octobris (alda er zum erſtenmahl geſehen worden) gerad in sextili Solis geſtanden. Vnd weil es dieſer tage viel geregnet ohne ſonderliche aspecte iſt zu bedenckhen / ob nit die natur ſich durch ankunfft dieſes ſternes zu ſollichem ſtarckhen ſchwitzen vnd netzen hab verurſachen laſſen. Vnd würt vns hierdurch ſonderlich gezeichnet der jetz künfftige 9 Decembris / an wellichem Son vnd Saturnus zugleich zu dieſem newen ſterne ſtoſſen / doch baide vnder jme dahin gehen / vnd zwar Sarturnus den 13. 14. am näheſten zu jme ruckhet / damahlen die Sonne ſchon ein weglein fürüber. Vnd würt er wegen dieſes lauffs der Sonnen von 1 Decembris abends nit mehr mögen geſehen werden.

In gleichem würt Mercurius den 23 und 24 Decembris / da anderſt der ſterne ſo lang bleibt / ſehr nahe bey jme vnd Saturno ſtehen / vnd iſt zu ver|muethen / es werde von da an der newe ſterne / frü vor der Sonnen auffgang wieder je mehr vnd mehr zusehen sein. So nun er in natürlichen dingen seine würckung haben würt / möcht solliche maisten theils auff die bezeichnete täge fallen: vnd ein jeder / so den 9. 10 Decembris newen / oder 29. 30 Novembris alten Calenders geboren / ditz Jahr auff seine Revolution vnd zustände achtung geben. Es ist sonst ein alte vermuthung / deren fürneme authores beyfallen / das vnder werenden Cometen / vnd also auch newen sternen fürtreffliche Leute geboren werden. So seind sie auch noch nit alle Todt, die anno 1572. 1573. 1574. geboren worden.

Betreffend die qualiteten / so dieser sternen vermuthlich in seiner würckhung erzeigen möchte / werden dieselbige aus seinem liecht vnd farb müssen erlehrnet werden: Vnd vergleicht er sich etlicher massen in denselben dem grossen Hundsterne / doch rötlichter vnd grösser: sonsten sie beide nit anderst als wie ein köstlicher Diamant von vielen eckhen jre farben daher werffen. Vnd weil der Hundsstern nach der Astrologorum fürgeben Jovialischer vnd Martialischer natur / würt auch dieser sterne solliche doch mehr die Martialische Natur an jme haben / wie er dan auch in loco et die conjunctionis Jovis et Martis erschienen.

In Politischen sachen vnd menschlichen Hendeln acht ich / dieser stern hab trefflich viel zubedeuten / zwar nit seiner Natur nach / sondern per accidens / wegen der Menschen gemüther. Dan anfänglichen bedeutet er den Buchdruckhern grosse vnrhu vnd zimlichen gewin darbey: dan fast ein jeder Theologus, Philosophus, Medicus vnd Mathematicus, oder wer sonsten ohne eine arbeitsame jme anbefohlene verrichtung seine ergetzlichkeit bey den studijs sucht / würt jme besonderliche gedanckhen machen / vnd mit denselben ans liecht khommen wöllen. So werden andere gelehrte vnd vngelehrte ein jeder gern wissen wöllen / was er bedeute / vnd die Authores / so davon geschrieben / zusamen khauffen. Diß meld ich gleichnus weise / dan wie ditz ohne grosse kunst leichtlich ist zuerrathen / also khan es eben so leicht vnd auff gleiche weise beschehen: das der gmeine pöffel / oder wer sonsten etwa baldglaubig / es sey nun jetzo gleich ein sinverruckter Mensch / der sich selber zu einem grossen Propheten mache / oder auch ein mächtiger Herr / der zu grössern digniteten ein gut fundament vnd anfang habe / durch erscheinung ditz sternens entweder auffgemuntert werden / etwas newes anzufahen / gleich als het jnen Gott der Herr diesen stern als ein Liecht im fünstern angezün|det / jnen darzu zu leichten: oder [8] aber auch da sie zuvor etwas wagliches bey sich heimlich beschlossen gehabt / jetzo davon abgeschreckhet werden / vermeinende / dieser sterne bedeute ein besonder vnglückh / darein auch sie durch solliches jr verwegen fürhaben gerathen möchten.

Anno 1284 die nacht nach S. Ambrosij / hat sich / wie die Böhemische Histori meldet / ein sehr heller stern an dem obern spitzen des Mondes allhie in Böheim sehen lassen / damahlen das Königreich Böheim vnd dessen junger Erbherr / namens Wenceslaus / vnder einer strengen pflegschafft des Marggraven von Brandenburg / als Keiser Rudolffs statthalters gleichsam gefangen gehalten worden: da haben die Böheim jnen eingebildet / besagtem jrem Erbherren werde ein schieriste erwünschete erlösung angedeutet / vnd haben sich desto mehr bemühet / jne auff freyen fuß zubringen / auch dasſelbige entlich erhalten. Diß hat aber jnen der erſchienene ſterne ſeiner Natur halben nit zubedeuten gehabt. Dan wie es die Aſtronomiſche rechnung bezeugt / ſo iſt in der nacht nach dem ſechſten Aprilis ein conjunctio Jovis Septentrionalis et Lunae dividuae australis geweſt in Sagittario, das alſo diß khein newer ſtern / ſondern der alte Jupiter geweſt ſein würt: vnd iſt jnen gleichwol jr ſelbſt erdachte außlegung wegen ſolliches angewendeten fleiſſes / den der ſtern in jnen erweckt gehabt / war worden. Vnd ſo viel ſey als zu einer vorbereittung geſagt. Die rechte eigentliche bedeutung aber würt vns die zeit lehren / deren wir / ſo lang es dem Allmechtigen gefelt / im rechtem reinen vertrawen auff Gott / vnd hindanſezung aller forcht / ſo vns einige creatur fürmahlet / erwarten ſollen.

Cum facultate Superiorum.

Nit nach zudrucken.

Literaturverzeichnis

[1] C. Ptolemäus, *Almagest*, Deutsche Übersetzung in 2 Bänden von K. Mauritius, Teubner, Leipzig, 1913.

[2] B.L. van der Waerden, *Die Astronomie der Griechen*, Akad.Verlagsgesellschaft, Darmstadt 1988.

[3] Robert R.Newton, *The crime of Claudius Ptolemy*, Baltimore 1977.

[4] N. Kopernikus, *De revolutionibus orbium celestium*, Nürnberg 1543,
Gesamtausgabe Band 1 (Faksimile des Manuscripts), Verlag Gerstenberg, Hildesheim 1974
Deutsche Übersetzung von Carl Ludolf Menzzner in *Die Klassiker der Physik, ausgewählt und eingeleitet von Stephen Hawking*, Hoffmann und Campe, Hamburg, 2004.

Das Neue Weltbild, drei Texte, übersetzt,herausgegeben und mit einer Einleitung versehen von Hans Günter Zekl, Felix Meiner Verlag, Hamburg 1990.

[5] L. Prowe, *Nicolaus Coppernicus*, 2 Bände, Berlin 1883/84.

[6] J.L.E. Dreyer, *Tycho Brahe*, Edinburgh 1890.

[7] Tycho de Brahe, *opera omnia*, 15 Bände, herausgegeben von J.L.E. Dreyer, Hven (Hauniae) 1913.

[8] J. Sacrobosco, *De sphaera mundi*, 1233, Paris 1543 mit einem Vorwort von Philipp Melanchthon.

[9] A.von Humboldt, *Kosmos*, Eichborn Verlag, Frankfurt 2004.

[10] Joh. Kepler, *Astronomia Nova*, Heidelberg 1609,
Gesammelte Werke, 21 Bände, C.H.Beck, München, seit 1937,
Neue Astronomie, übersetzt und eingeleitet von Max Caspar, R. Oldenbourg Verlag, München 1990.

[11] *Joh. Kepler*, dargestellt von Mechthild Lemcke, Rowohlt Taschenbuch Verlag, Reinbek 1995.

[12] W. Gerlach, M.List, *Joh. Kepler, Dokumente zu Lebenszeit und Lebenswerk* , Ehrenwirth Verlag München 1971.

[13] Max Caspar, *Johannes Kepler*, Kohlhammer, Stuttgart 1948.

[14] Justus Schmidt, *Johann Kepler, Sein Leben in Bildern und eigenen Berichten*, Rudolf Trauner Verlag, Linz 1980.

[15] M. Holder, *Das Kepler'sche Oval*, Astronomie und Raumfahrt 48(2011)5,35, Friedrich Verlag.

[16] A. Einstein, *Mein Weltbild*, ed. Carl Seelig, Ullstein Bd. 35024

[17] Galileo Galilei, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mundo*, Florenz 1632
Deutsche Übersetzung von Emil Strauß,
mit einem Beitrag von Albert Einstein sowie einem Vorwort zur Neuausgabe und weiteren Erläuterungen von Stillman Drake, Teubner Verlag, Stuttgart 1982.

[18] A. Sommerfeld, *Vorlesungen über Theoretische Physik, Bd.1, Mechanik*, Akad. Verlagsgesellschaft Geest u. Portig, Leipzig 1964.

Abbildungsnachweis

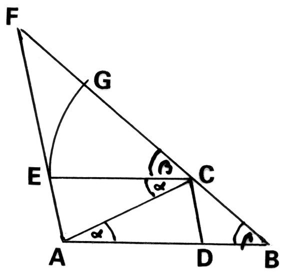
S.60, Abb.5.0.1, Fondation St. Thomas, Strasbourg

S.49, Abb. 3.0.6 sowie Ausschnittsvergrößerungen von Abb. 5.0.2, S.62f, Abb. 5.0.3 und Abb. 5.0.4 aus Justus Schmidt: Johann Kepler, Rudolf Trauner Verlag, Linz 1970

S.121ff, Keplers Bericht über die Supernova, aus Keplers Gesammelte Werke, Bd.1, Abdruck mit freundlicher Genehmigung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.

Die übrigen Abbildungen sind den Gesammelten Werken von Tycho und von Kepler entnommen (s. Literaturverzeichnis)

A. Beweis eines Hilfssatzes von Apollonius



Sei im Dreieck A B C die Strecke AD größer oder gleich AC.
Behauptung : Dann gilt AD $\cdot\alpha > $ BD $\cdot\beta$.
Beweis: Die Punkte E, F und G werden wie folgt konstruiert:
Die Parallele AEF zu DC schneide die Verlängerung von BC in F. E sei der Schnittpunkt der Parallele zu AD durch C mit AF. EACD ist also ein Parallelogramm. Der Kreis um C mit Radius EC schneide die Gerade BF in G. Wenn AD größer ist als AC, schneidet er die Gerade AC in einem Punkt, der weiter von C entfernt ist als A, sonst in A. In der Zeichnung ist AC=AD.

Die Fläche des Dreiecks FEC ist nun größer als der Kreissektor ECG= EC $\cdot\beta$,
die Fläche des Dreiecks ECA ist aber kleiner als der Kreissektor ECA= EC $\cdot\alpha$.
Die Flächen dieser Dreiecke verhalten sich wie FE zu EA, diese wiederum wie AD zu BD. Also ist AD : BD $> \beta : \alpha$, q.e.d.

B. Die Ellipse als Lösung der Newtonschen Bewegungsgleichung.

Wir folgen hier der Darstellung von A. Sommerfeld [18].
Die Bewegungsgleichung ist

$$\text{Masse x Beschleunigung} = \text{Kraft.}$$

Die Kraft ist gleich der Gravitationskraft, die proportional zur Masse des Planeten und umgekehrt proportional zum Quadrat seines Abstands von der Sonne ist. Die Masse des Planeten fällt also aus der Gleichung heraus und es gilt, in einem Koordinatensystem mit der Sonne bei x=y=0 :

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = -\frac{GM}{r^2}\cos\phi$$
$$\ddot{y} = \frac{d\dot{y}}{dt} = -\frac{GM}{r^2}\sin\phi,$$

wobei x= $r\cos\phi$, y= $r\sin\phi$ die Koordinaten des Planeten und GM das Produkt aus Gravitationskonstante und Sonnenmasse darstellen. Wie üblich, wird die Ableitung nach der Zeit durch einen Punkt gekennzeichnet, $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$ etc. Der Flächensatz (die Drehimpulserhaltung) besagt

$$Cdt = r^2 d\phi \tag{B.0.1}$$

mit einer Konstanten C.
Ersetzt man also dt in den obigen Gleichungen , so gilt

$$\frac{d\dot{x}}{d\phi} = -\frac{GM}{C}\cos\phi$$
$$\frac{d\dot{y}}{d\phi} = -\frac{GM}{C}\sin\phi,$$

integriert:

$$\dot{x} = -\frac{GM}{C}\sin\phi + A = \dot{r}\cos\phi - r\sin\phi\ \dot{\phi}$$
$$\dot{y} = \frac{GM}{C}\cos\phi + B = \dot{r}\sin\phi + r\cos\phi\ \dot{\phi}$$

Multipliziert man die erste Gleichung mit $\sin\phi$, die zweite mit $-\cos\phi$ und addiert, so wird

$$-\frac{GM}{C} = A\sin\phi - B\cos\phi = -r\dot{\phi} = -\frac{C}{r} \tag{B.0.2}$$

oder

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{C^2} + D\cos(\phi - \phi_0). \tag{B.0.3}$$