Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik

Erster Teil, bis zum Abschluß der Untersekunda reichend und im Anschluß an die preußischen Lehrpläne von 1901 für die Oberreal- un Realschulen neu bearbeitet

Holzmüller, Gustav

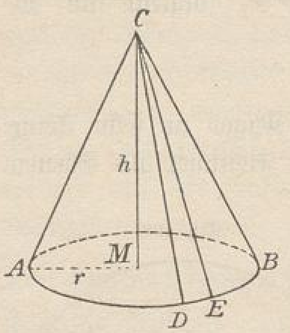
Leipzig und Berlin, 1904

IV. Vermischte Übungsaufgaben

urn:nbn:de:hbz:466:1-94706

darf. Sind $g_1, g_2, g_3, \ldots$ die aufeinanderfolgenden Grundlinien der Dreiecke, so ist die Summe ihrer Flächen

Fig. 191.



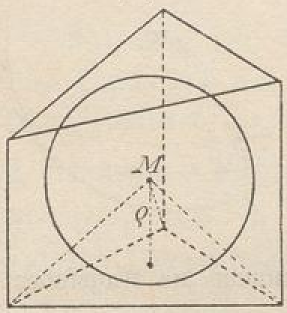
$$\frac{g_1 s}{2} + \frac{g_2 s}{2} + \frac{g_3 s}{2} + \cdots$$

$$= \frac{s}{2}(g_1 + g_2 + g_3 + \cdots).$$

Die Summe der g ist aber der Kreisumfang $2r\pi$, also hat der **Kegelmantel** die Fläche $\frac{s}{2} 2r\pi = \boldsymbol{r\pi s}$.

Jeder **Kegelstumpf** oder **Pyramidenstumpf** ist die Differenz zweier Kegel bezw. Pyramiden. Später werden besondere Berechnungsmethoden gelehrt.

Fig. 192.



34) Ist ein ebenflächiger Körper einer Kugel mit Radius ϱ umbeschrieben, und ist seine Oberfläche O, so ist sein Inhalt $I = O \cdot \frac{\varrho}{3}$.

Beweis. Verbindet man das Kugelzentrum mit den Ecken jeder Fläche, so erhält man Pyramiden von der Höhe ϱ, deren Grundflächen $G_1, G_2, G_3, \ldots$ sein mögen. Die Summe der Inhalte ist

$$G_1 \frac{\varrho}{3} + G_2 \frac{\varrho}{3} + G_3 \frac{\varrho}{3} + \cdots = \frac{\varrho}{3}(G_1 + G_2 + G_3 + \cdots) = \frac{\varrho}{3} \cdot O.$$

Diese Formel findet z. B. Anwendung bei der Berechnung des Inhalts regelmäßiger Polyeder.

IV. Vermischte Übungsaufgaben.

35) a) Die Erdkugel habe einen Radius 860 Meilen (860×7420 m) Länge. Wie viele Quadratmeilen hat ihre Oberfläche? Wie viele Kubikmeilen beträgt der Inhalt? Gieb das Resultat auch in Quadrat- bezw. Kubikkilometern an.

b) Angenommen der Erdradius habe 860 Meilen, der Sonnenradius 100 000 Meilen Länge. Wieviel mal so groß ist der Sonneninhalt im Verhältnis zum Erdinhalt?

Auflösung. $\frac{4}{3} r^3 \pi : \frac{4}{3} r_1^3 \pi = r^3 : r_1^3$ u. s. w.

[c) Die Astronomen geben aber die Sonnenmasse als das 355 000=fache der Erdmasse an, das mittlere spezifische Gewicht der Erde als 5,6. Wie groß ist danach das mittlere spezifische Gewicht der Sonne?]

d) Eine Eisenkugel soll 1000 kg wiegen. Wie groß ist der Radius zu wählen, wenn das spezifische Gewicht $p' = 7,5$ ist?

e) Die einem Würfel einbeschriebene Kugel habe den Inhalt I. Wie groß ist die Kante des Würfels?

f) Die einem Würfel umbeschriebene Kugel habe den Inhalt I. Wie groß ist die Kante des Würfels?

g) Dieselben Aufgaben für die Oberfläche O dieser Kugeln.

h) Entsprechende Aufgaben für das regelmäßige Tetraeder und Oktaeder.

36) a) Wie groß ist der Inhalt eines dreiseitigen Prismas von regelmäßiger Grundfläche und der Grundkante k, wenn sich ihm eine Kugel einbeschreiben läßt? Wie groß ist dabei der Radius der umbeschriebenen Kugel?

b) Entsprechende Aufgaben für Prismen, deren Grundflächen regelmäßige Sechsecke, Achtecke 2c. sind.

c) Einer Kugel soll ein regelmäßiges Prisma von quadratischen Seitenflächen einbeschrieben werden. Wie groß sind die Kanten, wenn die Grundfläche 3=, 4=, 5=, 6=seitig gewählt wird?

d) Einer Kugel soll ein regelmäßiges Prisma umbeschrieben werden. Wie groß werden die Kanten, je nachdem die Grundfläche 3=, 4=, 5=, 6=seitig gewählt wird?

e) Einem Kegel vom Grundradius r und der Höhe h soll eine Kugel ein=, bezw. umbeschrieben werden. Wie groß werden die Radien?

f) Einem Kegel von denselben Dimensionen soll ein regelmäßiges Prisma mit quadratischen Seitenflächen eingezeichnet werden. Wie groß sind die Kanten, je nachdem das Prisma 3=, 4=, 5=, 6=seitig ist?

Zahlreiche Übungsaufgaben zum Konstruieren und Berechnen findet man in des Verfassers „Einführung in das stereometrische Zeichnen", besonders auch solche kristallographischer Art. [Man vergleiche auch die beiden ersten Teile seiner vierbändigen Stereometeie (Leipzig bei J. J. Göschen).]