



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik

Erster Teil, bis zum Abschluß der Untersekunda reichend und im Anschluß an die preußischen Lehrpläne von 1901 für die Oberreal- und Realschulen neu bearbeitet

Holzmüller, Gustav

Leipzig und Berlin, 1904

III. Dezimalbrüche

[urn:nbn:de:hbz:466:1-94706](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-94706)

Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse.

Die Reihenfolge der Glieder ist bei der Addition gleichgültig.

$$a + b = b + a; \quad a - b = -b + a.$$

Dasselbe gilt von der Multiplikation; $ab = ba$.

Aus $a + b = c$ folgt $b = c - a$ und $a = c - b$.

Aus $a - b = c$ folgt $-b = c - a$ und $a = b + c$.

$$a + (b - c) = a + b - c; \quad a - (b - c) = a - b + c.$$

$$(a + b)c = ac + bc; \quad (a - b)c = ac - bc.$$

$$(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd.$$

$$(a + b)(c - d) = ac + bc - ad - bd.$$

$$(a - b)(c - d) = ac - bc - ad + bd.$$

$$+ \cdot + = + \quad + : + = +$$

$$- \cdot + = - \quad - : + = -$$

$$+ \cdot - = - \quad + : - = -$$

$$- \cdot - = + \quad - : - = +$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

Aus $\frac{a}{b} = c$ folgt $a = bc$ und $b = \frac{a}{c}$.

$$\frac{ac}{b} = \frac{a}{b}c = \frac{c}{b}a; \quad \left(\frac{a}{b}\right) \frac{c}{c} = \frac{a}{bc} = \left(\frac{a}{c}\right) \frac{c}{b}.$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \quad \left(\frac{a}{b}\right) \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}, \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}.$$

III. Dezimalbrüche.*)

49) Es ist $\frac{271}{100} = 2 + \frac{7}{10} + \frac{1}{100}$, oder in bekannter Schreibweise = 2,71.

*) Dieses Kapitel, dessen schon in der Geometrie gedacht wurde, ist mög-

Ein Bruch, dessen Nenner 10 oder 100 oder 1000 oder eine andere daraus durch Multiplikation mit 10 entstehende Zahl ist, läßt sich so ordnen, daß erst die Ganzen, dann die Zehntel, Hundertstel u. s. w. geschrieben werden. Man nennt ihn Dezimalbruch. Durch Ansetzen von Nullen hinter dem Komma wird er nicht geändert. (Die ganze Zahl, bei der man hinter das Komma eine Reihe von Nullen setzt, kann auch als Dezimalbruch aufgefaßt werden.)

50) Eine Summe solcher Brüche giebt stets wieder einen Dezimalbruch.

$$\text{Beispiel. } 3 + \frac{4}{1000} + \frac{6}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{2}{10} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{100} \\ = 3 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000} = 3,278.$$

$$\text{Additionsschema: } \begin{array}{r} 5,98300 \\ 2,72861 \\ \hline 8,71161 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 5,983 \\ 2,72861 \\ \hline 8,71161 \end{array}$$

Man setze Komma unter Komma.

51) Eine Differenz von Dezimalbrüchen ist stets wieder ein Dezimalbruch.

$$\text{Beispiel. } 5,4631 - 2,132 = 5 \frac{4631}{10000} - 2 \frac{1320}{10000} = 3 \frac{3311}{10000} = 3,3311.$$

$$\text{Subtraktionsschema: } \begin{array}{r} 5,4631 \\ 2,1320 \\ \hline 3,3311 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 5,4631 \\ 2,132 \\ \hline 3,3311 \end{array}$$

52) Rückt man das Komma eines Dezimalbruchs um eine, zwei, drei Stellen u. s. w. nach rechts, so ist er mit 10, 100, 1000 u. s. w. multipliziert worden; z. B.

$$5296,21 = 5,29621 \cdot 1000.$$

Rückt man das Komma um 1, 2, 3 u. s. w. Stellen nach links, so ist der Bruch durch 10, 100, 1000 u. s. w. dividiert worden, z. B.

$$31,9826 = 31982,6 : 1000$$

53) Die Multiplikation der Dezimalbrüche geschieht wie die der ganzen Zahlen, nur werden zum Schluß von rechts her so viele Stellen durch das Komma abgeschnitten, als beide Brüche zusammen Dezimalstellen hatten. (Denn es ist z. B. $\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{1}{100000}$, die

nächst dem Rechenunterrichte zuzuweisen; das über die Irrationalzahl Gesagte muß aber in der Arithmetik zur Sprache kommen.

Anzahl der Nullen im Nenner des Produktes ist gleich der Anzahl der Nullen in beiden Faktoren zusammengenommen.)

$$\begin{array}{r} \text{Multiplikationsschema:} \quad 0,5388 \qquad 0,231 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 22,3 \qquad \qquad 0,012 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{16164} \qquad \qquad \underline{462} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 10776 \qquad \qquad \qquad 231 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{10776} \qquad \qquad \underline{0,002772} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad 12,01524 \end{array}$$

Reicht die Anzahl der Stellen zum Abschneiden nicht aus, so sind Nullen in hinreichender Zahl vorzusetzen.

54) Nicht aufgehende Division ganzer Zahlen durcheinander kann dezimal fortgesetzt werden. Dasselbe gilt von der Division eines Dezimalbruchs durch eine ganze Zahl.

$$\begin{array}{r} \text{z. B. } 107 : 4 = 26,75 \qquad 10,7 : 4 = 2,675 \qquad 1,07 : 4 = 0,2675. \\ \begin{array}{r} 8 \overline{) 107} \\ \underline{27} \\ 24 \\ \underline{30} \\ 28 \\ \underline{20} \\ 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \overline{) 10,7} \\ \underline{27} \\ 24 \\ \underline{30} \\ 28 \\ \underline{20} \\ 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0, \overline{) 1,07} \\ \underline{10} \\ 8 \\ \underline{27} \\ 24 \\ \underline{30} \\ 28 \\ \underline{20} \\ 20 \end{array} \end{array}$$

55) In derselben Weise wird jeder gewöhnliche Bruch in einen Dezimalbruch verwandelt.

$$\frac{3}{8} \text{ z. B. giebt } 3 : 8 = 0,375.$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \underline{30} \\ 24 \\ \underline{60} \\ 56 \\ \underline{40} \\ 40 \end{array}$$

56) Geht die Division jenseits des Kommas nach so häufiger Wiederholung, als verschiedene Reste möglich sind, nicht auf, so wiederholen sich die Reste periodisch. Der Dezimalbruch wird dann endlos und periodisch. (Die Periode kann aber schon früher beginnen.)

Beispiele. $\frac{5}{6}$ giebt $5 : 6 = 0,8333 \dots$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline 50 \\ 48 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 20 \end{array}$$

$\frac{5}{7}$ giebt $5 : 7 = 0,714285 714285 \dots$

Ebenso ist:

$$\frac{28733}{99900} = 0,28 761 761 \dots$$

Der Dezimalbruch heißt rein periodisch, wenn unmittelbar hinter dem Komma die Periode beginnt. Beginnt sie später, so heißt er unrein periodisch. Die Stellen zwischen dem Komma und der Periode bilden die sogenannte Vorperiode.

57) Einen rein periodischen Dezimalbruch verwandelt man in einen gewöhnlichen Bruch, indem man die Periode als Zähler schreibt und als Nenner so oft die Ziffer 9 setzt, als die Periode Stellen hat.*)

Beispiel. $0,843 843 843 \dots = \frac{843}{999} = \frac{281}{333}$

Beweis. Den Wert des Bruches setze man gleich x , dann ist im Beispiele

$$\begin{array}{r} 1000x = 843,843 843 \dots \\ x = 0,843 843 \dots \\ \hline \end{array}$$

durch Subtraktion $999x = 843,000 000 \dots$

$$\text{d. h. } x = \frac{843}{999} = \frac{281}{333}$$

58) Einen unrein periodischen Dezimalbruch verwandelt man in einen gewöhnlichen, indem man Vorperiode und Periode als eine Zahl hintereinander schreibt und die Vorperiode abzieht. Dies gibt den Zähler. Als Nenner schreibt man so oft 9, als die Periode Ziffern zählt und schließt so oft Null an, als die Vorperiode Ziffern hat.)*

Beispiel. $0,28 463 463 463 \dots$

$$\begin{array}{r} 28 463 \\ 28 \\ \hline x = \frac{28 435}{99 900} = \frac{5687}{19 980} \end{array}$$

*) Vgl. Seite 118.

Beweis. Setzt man den Wert des Bruches $= x$, so ist im Beispiele

$$100\,000\,x = 28\,463,463\,463 \dots$$

$$100\,x = 28,463\,463 \dots$$

durch Subtraktion $99\,900\,x = 28\,435,000\,000 \dots$

$$\text{also } x = \frac{28\,435}{99\,900} = \frac{5687}{19\,980}$$

[59) Hat der Dezimalbruch keine Periode, und ist er trotzdem unendlich lang, so läßt er sich nicht in einen gewöhnlichen Bruch verwandeln. Denn wäre er aus einem gewöhnlichen Bruche entstanden, so müßte er periodisch sein, da die Reste sich schließlich doch wiederholen würden. Betrachtet man ihn als rein periodisch, jedoch mit unendlich langer Periode, so erhält der Zähler unendlich viele Stellen und der Nenner ebenso oft die Zahl 9. Statt dessen kann man ihn, wie es gewöhnlich geschieht, auch als gewöhnlichen Bruch schreiben, dessen Nenner 1 mit unendlich vielen Nullen ist. Einen solchen Bruch nennt man eine Irrationalzahl. Als eine solche ist z. B. $\pi = 3,14159265 \dots$ von Lambert nachgewiesen worden (vergl. Geometrie), was nun als $\frac{314159265 \dots}{99999999 \dots}$ oder als $\frac{314159265 \dots}{100000000 \dots}$ aufzufassen ist*), jedoch mit endlosem Zähler und Nenner. Die ganzen Zahlen, die gewöhnlichen Brüche, die endlichen und die endlosen periodischen Dezimalbrüche nennt man Rationalzahlen. Mit ihnen kann man absolut genau rechnen. Beim Rechnen mit Irrationalzahlen dagegen berücksichtigt man nur eine beliebige Anzahl von Stellen. Durch Einführung der Irrationalzahlen wird es erreicht, daß jedem Punkte der geraden Linie eine bestimmte Zahl entspricht und umgekehrt jeder Zahl ein Punkt der Geraden.]

60) Die Division eines Dezimalbruchs durch einen Dezimalbruch kann geschehen, indem man in beiden Zahlen das Komma so lange nach rechts schiebt, bis der Divisor eine ganze Zahl wird.

Beispiel. $\frac{13,75}{0,125} = \frac{13\,750}{125} = 110.$

$\frac{1,51}{0,7} = \frac{15,1}{7}$, worauf die Division wie gewöhnlich erfolgt.

61) Schema der abgekürzten Multiplikation für 5-stelliges Rechnen, erläutert durch Vergleich mit der gewöhnlichen Ausführung:

*) Vgl. Seite 119. Streichen der letzten 9.

125,21	125,21
28,345	28,345
25042	25042
10017	100168
376	37563
50	50084
6	62605
3549,1	3549,07745

Alles rechts vom Strich Stehende ist dabei überflüssige Rechnung.

62) Schema der abgekürzten Division für 5-stelliges Rechnen, erläutert durch Vergleich mit der gewöhnlichen Ausführung:

3549,1 : 125,21 = 28,345.	3549,1 : 125,21 = 28,345 . . .
25042	25042
10449	104490
10017	100168
432	43220
376	37563
56	56570
50	50084
6	64860
	62605

IV. Proportionen.*)

63) Der Quotient $\frac{a}{b}$ wird auch als das Verhältnis der Größe a zur Größe b bezeichnet. Sind zwei Verhältnisse einander gleich, so nennt man die entsprechende Gleichung eine Proportion. So sind z. B. die Quotienten $\frac{6}{3}$ und $\frac{8}{4}$ gleich, also ist $\frac{6}{3} = \frac{8}{4}$ eine Proportion. Man schreibt dieselbe auch folgendermaßen:

$$6 : 3 = 8 : 4$$

(lies: es verhält sich 6 zu 3 wie 8 zu 4). Hier heißen 6 und 4 die äußeren Glieder, 3 und 8 die inneren. Im Beispiele ist das Produkt der äußeren Glieder gleich dem der inneren.

*) Auf Schulen, die auf Tertia Rechenunterricht haben, kann auch dieses Kapitel dem Rechnen überwiesen werden. Einiges ist bereits in der Geometrie behandelt worden. Vgl. Seite 138.

Allgemein sei

$$a : b = c : d \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

eine richtige Proportion; dann folgt aus der letzten Gleichung durch beiderseitige Multiplikation mit bd

$$\frac{a}{b}bd = \frac{c}{d}bd \quad \text{oder} \quad ad = bc.$$

Folglich: Ist eine Proportion richtig, so ist das Produkt der äußeren Glieder gleich dem der inneren. (Umkehrung?)

64) **Aufgabe.** Die drei ersten Glieder einer Proportion seien gegeben; das vierte soll berechnet werden.

Auflösung. Aus $a : b = c : x$ folgt $ax = bc$, also, wenn beiderseits durch a dividiert wird,

$$x = \frac{bc}{a}.$$

Beispiel. $5 : 9 = 4 : x$.

Auflösung. $x = \frac{4 \cdot 9}{5} = \frac{36}{5} = \frac{72}{10} = 7,2$.

65) **Aufgabe.** Stelle die Proportion $6 : 3 = 8 : 4$ auf alle möglichen Arten so um, daß sie richtig bleibt, d. h. so, daß das Produkt der inneren Glieder gleich dem der äußeren bleibt; z. B. $6 : 8 = 3 : 4$, wobei die genannte Bedingung erfüllt ist. Im ganzen sind acht verschiedene Schreibweisen möglich, aus denen sich ergibt, welche Umstellungen gestattet sind.

66) Aus jeder Proportion lassen sich andere Proportionen ableiten. Aus $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ folgt nämlich $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$ oder $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$, oder durch Umstellung der Proportion:

$$a) \quad \frac{a+b}{c+d} = \frac{b}{d}, \quad \text{oder} \quad (a+b) : (c+d) = b : d.$$

Ebenso ist $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$ oder $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$, oder durch Umstellung der Proportion

$$b) \quad \frac{a-b}{c-d} = \frac{b}{d}, \quad \text{oder} \quad (a-b) : (c-d) = b : d.$$

Aus a) und b) folgt, da die rechten Seiten übereinstimmen:

$$(a+b) : (c+d) = (a-b) : (c-d),$$

oder auch

$$c) \quad (a+b) : (a-b) = (c+d) : (c-d).$$

So folgt z. B. aus $9 : 7 = 18 : 14$

$$(9 + 7) : (18 + 14) = 9 : 18, \text{ oder } 16 : 32 = 9 : 18 = 7 : 14,$$

$$(9 - 7) : (18 - 14) = 9 : 18, \text{ oder } 2 : 4 = 9 : 18 = 7 : 14,$$

$$(9 + 7) : (9 - 7) = (18 + 14) : (18 - 14), \text{ oder } 16 : 2 = 32 : 4.$$

Also: In jeder Proportion verhält sich die Summe des ersten und zweiten Gliedes zur Summe des dritten und vierten Gliedes wie das zweite zum vierten (oder das erste zum dritten). Dasselbe gilt von den entsprechenden Differenzen. Außerdem verhält sich die Summe der beiden ersten Glieder zu ihrer Differenz, wie die Summe der beiden letzten zu ihrer Differenz.

Aus $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ und $\frac{a_1}{b_1} = \frac{c_1}{d_1}$ folgt durch Multiplikation der rechten und linken Seiten:

$$\frac{aa_1}{bb_1} = \frac{cc_1}{dd_1}.$$

Also: Multipliziert man die gleichstelligen Glieder zweier Proportionen miteinander, so entsteht eine neue Proportion.

Sprich das Entsprechende für die Division solcher Glieder aus.

Statt $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$ kann man schreiben $a : b : c = a_1 : b_1 : c_1$, denn in letzterem sind folgende Proportionen enthalten:

$$a : b = a_1 : b_1, \quad a : c = a_1 : c_1, \quad b : c = b_1 : c_1,$$

von denen die letzte eine Folge der beiden ersten ist. (Zuwiefem?)

[67] Sind drei Verhältnisse einander gleich, z. B. $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$, und ist jeder Quotient $= n$, so ist $a = na_1$, $b = nb_1$, $c = nc_1$, folglich $a + b + c = na_1 + nb_1 + nc_1 = n(a_1 + b_1 + c_1)$, und $\frac{a + b + c}{a_1 + b_1 + c_1} = n = \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$. Folglich: Aus $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$ folgt $\frac{a + b + c}{a_1 + b_1 + c_1} = \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$. In Worten: Sind mehrere Brüche (Verhältnisse) einander gleich, so ist das Verhältnis der Summe der Zähler zur Summe der Nenner gleich jedem der gegebenen Brüche (Verhältnisse).

So folgt z. B. aus $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15}$, daß $\frac{2+4+10}{3+6+15} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15}$ ist.]

Anwendungen der Proportionen bietet die Ähnlichkeitslehre der Geometrie. Dort spielt eine besondere Rolle die stetige Proportion $a : b = b : c$, aus welcher folgt $b^2 = ac$. Hier heißt b die mittlere Proportionale zwischen a und c . (Pythagor. Lehrsatz; goldner Schnitt.)

V. Gleichungen vom ersten Grade.

68) In jeder Gleichung kann man gewisse Umstellungen machen, die ihre Richtigkeit fortbestehen lassen. Ist z. B. $a + b = c$, so folgt daraus, wie schon früher gezeigt wurde, durch Subtraktion von b auf beiden Seiten $a = c - b$. Folglich:

Schafft man in einer Gleichung einen Summanden auf die andere Seite, und gibt man ihm das entgegengesetzte Vorzeichen, so bleibt die Gleichung richtig. (Dabei kann es vorkommen, daß sich Glieder wegheben.)

69) Ist ferner $a(b + c) = d$, so folgt daraus durch Division beider Seiten durch a

$$b + c = \frac{d}{a}.$$

Ebenso folgt aus $a(b + c) = d + e$ $b + c = \frac{d + e}{a}$.

Folglich: Macht man in einer Gleichung einen Faktor der ganzen einen Seite zum Divisor der ganzen anderen Seite, so bleibt die Gleichung richtig.

Ebenso läßt sich jeder Divisor als Multiplikator auf die andere Seite schaffen (Dabei kann es vorkommen, daß Faktoren sich aufheben.)

70) Es gibt Gleichungen, die für jeden Zahlenwert richtig sind. So ist z. B. für jeden beliebigen Wert von x und b

$$(x + b)^2 = x^2 + 2bx + b^2.$$

Eine solche Gleichung heißt eine identische Gleichung.

71) Andere Gleichungen gibt es, die nur für bestimmte Werte gelten. So ist z. B. die Gleichung $x + 5 = 10$ nur dann möglich, wenn $x = 5$ ist. Die Kunst, die Werte einer Größe x aufzufinden, für welche eine mit x behaftete und nicht identische Gleichung richtig ist, heißt das Auflösen der Gleichung. Gleichungen solcher Art heißen Bestimmungsgleichungen. Die zu bestimmende Größe nennt man die unbekannte Größe. Es wird sich zeigen, daß auch mehrere Unbekannte vorhanden sein dürfen, wobei jedoch zur Bestimmung der Unbekannten ebenso viele Gleichungen erforderlich sind.

72) Kommt die Unbekannte nur in der Form x in der Gleichung vor, so heißt die letztere eine Gleichung vom ersten Grade. Kommt

x auch in der Form x^2 vor, so ist die Gleichung vom zweiten Grade, kommt x auch in der Form x^3 vor, so ist die Gleichung vom dritten Grade.

73) Die Normalform der Bestimmungsgleichung ersten Grades ist $ax = b$, ihre Lösung ist $x = \frac{b}{a}$. Jede Gleichung ersten Grades läßt sich auf diese Form zurückführen. Man hat nur nötig, die Glieder mit x auf die linke Seite, die Glieder ohne x auf die rechte zu bringen.

Ist z. B.

$$2x - 3 = 5(2 - x) + 3(x - 4),$$

so löse man zunächst die Klammern, in denen x steht, auf und führe dann das oben Verlangte durch. Also:

$$2x - 3 = 10 - 5x + 3x - 12,$$

$$2x + 5x - 3x = 10 - 12 + 3,$$

oder

$$4x = 1, \text{ d. h. } x = \frac{1}{4}.$$

Ob abgesehen von x wirkliche Zahlen, oder allgemeine durch Buchstaben dargestellte, oder ob beide Arten von Zahlen in der Gleichung stehen, ist gleichgültig. Die Buchstaben werden dabei dem Anfang des Alphabets entnommen; z. B.

$$2ax + 3x(a + b) + 5(ax - b) = 2c + dx,$$

oder $2ax + 3x(a + b) + 5ax - 5b = 2c + dx,$

„ $2ax + 3x(a + b) + 5ax - dx = 5b + 2c,$

„ $x(2a + 3a + 3b + 5a - d) = 5b + 2c,$

„ $x(10a + 3b - d) = 5b + 2c,$

folglich $x = \frac{5b + 2c}{10a + 3b - d}.$

Geht sich die Unbekannte weg, so ist die Gleichung nur scheinbar eine Bestimmungsgleichung, sie ist also entweder eine identische oder eine falsche, mit einem Widerspruch behaftete Gleichung, z. B.

$$2(x + 3) = \frac{12 + 4x}{2} \text{ gibt } 4x + 12 = 12 + 4x \text{ oder } 12 = 12,$$

was selbstverständlich ist. [Dagegen würde

$$2(x + 3) = 7 + 2x \text{ oder } 2x + 6 = 7 + 2x \text{ in } 6 = 7$$

übergehen, was falsch ist. Die Gleichung war also eine unmögliche.]

Bezüglich der Übungsbeispiele wird auf die gebräuchlichen Aufgabensammlungen verwiesen.

B. Lehraufgabe der Obertertia.

I. Gleichungen ersten Grades mit zwei Unbekannten.*)

74) Es seien zwei Gleichungen ersten Grades mit zwei Unbekannten x und y gegeben, die sich auf folgende Normalform bringen lassen:

$$1) \quad ax + by = c,$$

$$2) \quad a_1x + b_1y = c_1,$$

dann sind verschiedene Fälle möglich. Erstens kann die zweite Gleichung die umgeformte erste sein (z. B. bei $a_1 = 2a$, $b_1 = 2b$, $c_1 = 2c$), so daß sie gar nichts neues gibt. Dann hat man zwei Unbekannte, aber nur eine Gleichung. Es gibt demnach unendlich viele Lösungen, denn jedem willkürlichen Werte von x entspricht ein bestimmter Wert von y .

Ein anderer Fall ist der, daß beide Unbekannte sich entfernen lassen und nur richtiges oder falsches übrig bleibt. Ist z. B. gegeben

$$4x + 6y = 12,$$

$$2x + 3y = 7,$$

so ergibt Multiplikation beider Seiten der zweiten Gleichung mit 2 die Gleichung $4x + 6y = 14$. Diese Gleichung kann man durch Subtraktion mit der ersten vereinigen, was $12 = 14$ geben würde. Weil dies falsch ist, widersprechen einander beide Gleichungen.

Der dritte Fall ist der, in dem die Lösung durchführbar ist. Die Lösung kann dann auf verschiedene Arten geschehen.

75) a) Substitutionsmethode (Einsetzungsmethode).

Aus Gleichung 1) folgt $x = \frac{c - by}{a}$. Einsetzung dieses Wertes in die zweite Gleichung, giebt $a_1 \frac{c - by}{a} + b_1y = c_1$. Daraus folgt

*) Dieses Kapitel kann im Anschluß an die Lehrpläne auch etwas später behandelt werden.