# Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik

Erster Teil, bis zum Abschluß der Untersekunda reichend und im Anschluß an die preußischen Lehrpläne von 1901 für die Oberreal- un Realschulen neu bearbeitet

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig und Berlin, 1904**

β) Quadratkonstruktionen

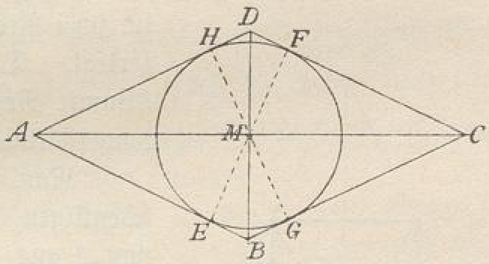
urn:nbn:de:hbz:466:1-94706

hat zwei Symmetrieachsen, die Mittellinien des Rechtecks. (Vgl. Fig. 55.) Der dem Rechteck umbeschriebene Kreis ist gleichzeitig der den rechtwinkligen Dreiecken $ABC$, $ABD$ usw. umbeschriebene. (Vgl. Winkel im Halbkreis.)

216) Sind in einem Parallelogramm zwei zusammenstoßende Seiten gleich, so sind alle Seiten gleich (warum?), das Parallelogramm ist also ein Rhombus.

Der Rhombus wird durch die beiden Diagonalen in vier kongruente Dreiecke zerlegt. (Warum?) Folglich: Im Rhombus stehen die Diagonalen aufeinander senkrecht. Beide sind Symmetrieachsen des Rhombus. Die Winkel des Rhombus werden durch die Diagonalen halbiert. Die vom Schnittpunkte der Diagonalen auf die Seiten des Rhombus gefällten Lote sind gleich lang, in den Rhombus läßt sich also ein Kreis beschreiben (Beweise dies an Fig. 56.)

Fig. 56.




Stehen in einem Viereck die Diagonalen aufeinander senkrecht und halbieren sie sich gegenseitig, so ist das Viereck ein Rhombus. (Warum?) Werden in einem Parallelogramm die Winkel durch die Diagonalen halbiert, so ist es ein Rhombus. (Warum?)

217) Das Quadrat ist Rhombus und Rechteck zugleich, seine Diagonalen sind also gleich, halbieren sich gegenseitig und stehen aufeinander senkrecht. Die Winkel des Quadrates werden durch die Diagonalen halbiert. In das Quadrat und um dasselbe läßt sich ein Kreis beschreiben.

### β) Quadratkonstruktionen.

218) Folgende Konstruktionen sind schon durchgeführt worden: Über einer gegebenen Geraden ein Quadrat zu errichten. Ein Quadrat von gegebener Diagonale zu zeichnen; oder, was dasselbe ist, einem gegebenen Kreise ein Quadrat einzuzeichnen. Um einen gegebenen Kreis ein Quadrat zu zeichnen. Einem gegebenen Quadrate ein gegebenes kleineres einzuzeichnen (sodaß dessen Ecken auf seinen Seiten liegen). Um ein gegebenes Quadrat ein gegebenes größeres zu legen (sodaß dessen Seiten durch seine Ecken gehen).

219) **Folgende Konstruktionen sollen durchgeführt werden:**

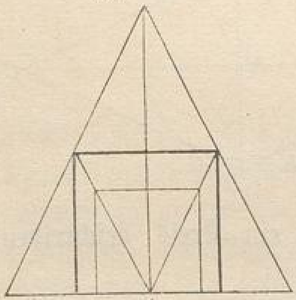
1) Ein Quadrat zu zeichnen, dessen Umfang gleich einer gegebenen Geraden ist.

2) In ein gegebenes gleichschenkliges Dreieck ein auf der Grundlinie stehendes Quadrat so einzuzeichnen, daß dessen obere Ecken in die Schenkel fallen.

[Denkt man sich die Figur gezeichnet, so erkennt man, daß sie einfach symmetrisch ist.

Ist $BC$ die Grundlinie des Dreiecks, $AD$ die Höhe, $EFGH$ das Quadrat mit der Grundlinie $EF$, die auf $BC$ liegt, so ist dieses in zwei Rechtecke vom Seitenverhältnis 1 : 2 zerlegt. Die Diagonale $AG$ hat eine bestimmte Neigung gegen $AC$, die dem Kathetenverhältnis 1 : 2 entspricht.

Fig. 56 b.




Man hat also in dem gegebenen gleichschenkligen Dreieck das Lot $DA$ zu fällen, von $A$ aus von der Grundlinie ein beliebiges Stück $AF_1$ abzuschneiden und im Endpunkte ein Lot $F_1G_1$ von doppelter Länge zu errichten, $AG_1$ zu ziehen und so weit zu verlängern, bis es den Schenkel in $G$ trifft, durch $G$ die Parallele $GH$ zur Grundlinie zu legen und das Quadrat zu vollenden.]

3) In einen gegebenen Halbkreis ein auf dem Durchmesser stehendes Quadrat einzuzeichnen, von dem zwei Ecken in die Kreislinie fallen.

4) In ein gegebenes Kreissegment ein Quadrat in entsprechender Weise einzuzeichnen.

5) In einen gegebenen Sektor ein Quadrat so einzuzeichnen, daß zwei Ecken auf den Kreisbogen, zwei in die Grenzradien fallen.

(Man zeichne in den Winkel des Sektors zunächst ein kleineres Quadrat symmetrisch ein und lege durch dessen Grundecken den zugehörigen konzentrischen Kreisbogen. Dann verbinde man die Spitze mit den Grundecken des Hilfsquadrates und verlängere die Geraden bis zum gegebenen Kreisbogen. Dies gibt die Grundecken des gesuchten Quadrates.)

6) In einen gegebenen Rhombus ein Quadrat einzuzeichnen.

7) Einem gegebenen Doppelsegmente*) ein Quadrat einzubeschreiben.

---

*) Es ist die Figur gemeint, die durch Aneinanderlegen zweier kongruenter Kreissegmente längs der Sehnen entsteht.

8) Durch den Mittelpunkt eines gegebenen Quadrates sei eine beliebige Gerade gelegt. Um das Quadrat soll ein anderes beschrieben werden, von dem zwei Gegenecken auf der Geraden liegen. (Man bilde von einer der gegebenen Quadratecken das Spiegelbild.)

$\gamma$) Rechteckskonstruktionen.

220) **Aufgaben ohne Kreise.**

1) Ein Rechteck von gegebenem Umfange zu konstruieren, bei dem das eine Seitenpaar doppelt so lang ist als das andere.

2) Dieselbe Aufgabe für das Seitenverhältnis 3 : 1 oder 4 : 1, oder 3 : 2, oder 4 : 3 usw. zu lösen.

3) Ein Rechteck von gegebenem Umfange $u$ und gegebener Diagonale $d$ zu zeichnen. (Man konstruiere zunächst ein Dreieck aus $\frac{u}{2}$, dem anliegenden Winkel $45^0$ und der diesem gegenüber liegenden Seite $d$. — Unten wird sich noch ein anderer Weg ergeben.)

4) Ein Rechteck von gegebener Höhe in ein gegebenes gleichschenkliges Dreieck so einzuzeichnen, daß es auf dessen Grundlinie steht und zwei seiner Ecken auf den Schenkeln hat.

5) Dieselbe Aufgabe für ein Rechteck mit gegebener Grundlinie zu lösen.

6) Dieselbe Aufgabe für ein Rechteck mit gegebenem Seitenverhältnis 2 : 1 oder 1 : 2 zu lösen. (Die Hälfte des Rechtecks, die durch die Dreieckshöhe begrenzt wird, hat eine Diagonale von bestimmter Neigung. Vgl. 151a.)

7) Dieselbe Aufgabe mit Rechtecken von beliebigen Seitenverhältnissen, z. B. 3 : 1 oder 1 : 3; 3 : 2 oder 2 : 3; 4 : 1 oder 1 : 4; 4 : 3 oder 3 : 4 usw. zu lösen.

8) Folgenden Hilfssatz zu beweisen: Sämtliche Rechtecke, die einem Quadrate einbeschrieben sind (wobei ihre Seiten paarweise parallel zu dessen Diagonalen sein müssen), haben denselben Umfang, nämlich die doppelte Diagonale. $\left(d = \frac{u}{2} \cdot\right)$

9) **Folgerung:** Denkt man sich diese Rechtecke so auf die eine Diagonale des Quadrates gestellt, daß die andere Diagonale gemeinschaftliche Symmetrieachse bleibt, so liegen die freien Ecken auf den Schenkeln eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Grundlinie ebenso wie die Höhe gleich der Quadratdiagonale ist. Daraus folgt: Hat ein gleichschenkliges Dreieck eine Höhe, die gleich der Grundlinie ist, so haben alle auf dem letzteren stehenden einbeschriebenen Rechtecke denselben Umfang, nämlich die