Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik

Erster Teil, bis zum Abschluß der Untersekunda reichend und im Anschluß an die preußischen Lehrpläne von 1901 für die Oberreal- un Realschulen neu bearbeitet

Holzmüller, Gustav

Leipzig und Berlin, 1904

η) Begriff des Kreises, des regelmäßigen Vielecks und ihrer Teile

urn:nbn:de:hbz:466:1-94706

37) Geometrische Gebilde, die ganz in derselben Ebene liegen, bezeichnet man als ebene Gebilde.

Geometrische Gebilde, die nicht ganz in derselben Ebene liegen, bezeichnet man als nicht ebene, oder als unebene oder als räumliche Gebilde (im engeren Sinne).

So gibt es ebene Punktgruppen und räumliche Punktgruppen; ebene Liniengruppen und räumliche Liniengruppen; ebene und räumliche Gruppen von Punkten und Linien und ebene und räumliche Gruppen von Flächenstücken; es gibt ebene Kurven und räumliche Kurven.

38) Demnach zerfällt die Geometrie in zwei Teile, in die Geometrie der ebenen Gebilde oder die Planimetrie und in die Geometrie der räumlichen Gebilde (im engeren Sinne) oder die Stereometrie.

Vorläufig soll nur noch von der Planimetrie die Rede sein. In ihr kann man hinsichtlich der Größenmessung von Längenmessung (Longimetrie) und Flächenmessung (Planimetrie im engeren Sinne) sprechen. (Vgl. zu diesem Abschnitte Vorkursus § 20—29.)

η) Begriff des Kreises*), des regelmäßigen Vielecks und ihrer Teile.

39) Bewegt sich ein Punkt, ohne umzukehren, in einer Ebene so, daß er von einem gegebenen festen Punkte der letzteren stets denselben Abstand behält, so kehrt er schließlich in die ursprüngliche Lage zurück. Der nach einem solchen Umlaufe zurückgelegte Weg wird als eine Kreislinie bezeichnet. Der feste Punkt heißt ihr Mittelpunkt, oder ihre Mitte, oder ihr Zentrum.

Die Kreislinie ist diejenige ebene, in sich zurücklaufende Kurve, deren Punkte von einem bestimmten festen Punkte der Ebene denselben Abstand haben. (Man vgl. zu diesem Abschnitte Vorkursus VI.)

40) Jede Verbindungslinie des Kreiszentrums mit einem Punkte der Kreislinie bezeichnet man als einen Halbmesser oder Radius des Kreises. Die Länge aller Radien eines Kreises ist dieselbe, denn sie ist gleich jenem unveränderlichen Abstande vom Mittelpunkte.

---

*) Unter Kreis wird bald die Kreislinie, bald die Kreisfläche verstanden. Der Sprachgebrauch schwankt. Nach Bedürfnis sollen die letzteren Worte gebraucht werden, sonst der Kürze halber das Wort Kreis.

41) Zu jedem Kreisradius gibt es einen anderen von entgegengesetzter Richtung. Jede durch den Mittelpunkt gehende Gerade schneidet also den Kreis in zwei Punkten. Das zwischen den letzteren liegende Stück einer solchen Geraden heißt der *Durchmesser* des Kreises. Jeder Kreisdurchmesser ist doppelt so lang als der zugehörige Kreisradius. Alle Durchmesser eines Kreises sind also gleich lang. Die Endpunkte jedes Durchmessers heißen *Gegenpunkte* des Kreises.

42) *Je zwei Kreislinien von demselben Radius decken einander* (oder sind *kongruent*). Legt man nämlich die eine so auf die andere, daß ihr Mittelpunkt auf den der anderen fällt, so müssen auch die beiden Kreislinien sich decken. (Wäre dies nämlich nicht der Fall, so müßten ungleiche Radien vorhanden sein.)

Sie decken einander auf unendlich viele Arten, dreht man nämlich die auf die andere gelegte in der Ebene um ihren Mittelpunkt, so wird die Kongruenz nicht gestört. Jeder Radius des einen Kreises kann mit einem beliebigen des anderen zur Deckung gebracht werden.

Daraus folgt, *daß der Kreis ein vollkommen regelmäßiges ebenes Gebilde ist.*

43) *Jeder Durchmesser teilt die Kreislinie in zwei kongruente Teile*, die man als *Halbkreise* bezeichnet. Kongruent sind sie, weil sich der eine so um das Kreiszentrum drehen läßt, daß beide einander decken. Die Deckung kann auch durch Umklappen der einen Hälfte um den sie begrenzenden Durchmesser erfolgen.

44) Jeder Teil einer Kreislinie heißt ein *Kreisbogen*. Die gerade Verbindungslinie seiner Endpunkte heißt *Sehne*. Die ver-

Fig. 1.

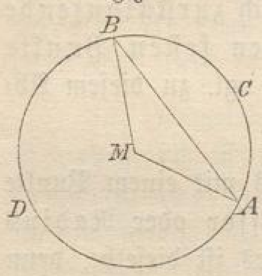


Fig. 2.

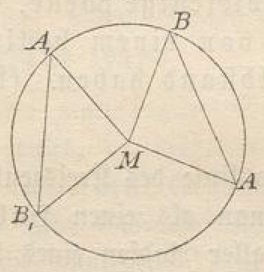
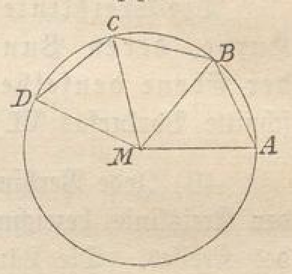


Fig. 3.



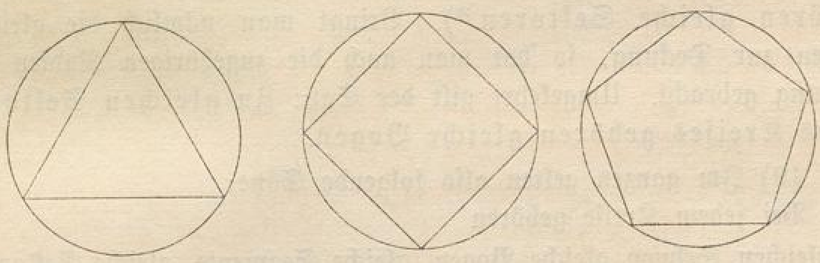
längerte Sehne heißt *Sekante*. Jede Sehne teilt den Kreis in zwei verschiedene Kreisbogen, in einen kleineren und einen größeren Kreisbogen. Jeder kann als der zum anderen gehörige *Restbogen* bezeichnet werden. (Fig. 1.)

45) Zu gleichen Sehnen eines Kreises gehören gleiche Bogen.*) Sind nämlich zwei Sehnen eines Kreises gleich, so lassen sie sich durch Drehung der einen um das Kreiszentrum zur Deckung bringen. Dabei decken einander sowohl die beiden kleinen Bogen, als auch die zugehörigen Restbogen. Gewöhnlich spricht man nur von dem kleineren Bogen.

Dann gilt die Erklärung: Gleiche Bogen eines Kreises sind also solche, zu denen gleiche Sehnen gehören. (Fig. 2.)

46) Schließt eine Reihe gleicher Sehnen, deren Anzahl größer als zwei ist, nach einem Umgange, so ist die Kreislinie in eine entsprechende Anzahl gleicher Teile eingeteilt. Von den Sehnen sagt man dann: Sie bilden ein regelmäßiges Vieleck. Verbindet man näm-

Fig. 4.



lich die Ecken eines solchen Gebildes durch Radien mit dem Mittelpunkte, so hat man lauter gleichschenklige Dreiecke, von denen jedes mit jedem anderen zur Deckung gebracht werden kann, indem man es um den Mittelpunkt dreht. (Man kann die Sehnen zur Deckung bringen, also auch die zu ihnen gehörigen Radienpaare, denn zwischen einem Endpunkte und dem Mittelpunkte ist nur eine einzige Gerade möglich.)

47) Die von der Kreislinie umschlossene Fläche heißt die Kreisfläche. Sie entsteht z. B. durch Drehung eines Radius um einen seiner Endpunkte. Die Kreisfläche wird durch jede Sehne in zwei Flächen zerlegt, die man Kreisabschnitte oder Segmente nennt. Nur bei dem Durchmesser sind die beiden Segmente kongruent (Halbkreisflächen). Bei anderen Sehnen ist das Segment, in dem das Kreiszentrum liegt, das größere, das andere ist das kleinere. Gewöhnlich versteht man unter dem zu einer Sehne gehörigen Segment das kleinere, während man das größere als das zugehörige Restsegment bezeichnet. (Man kann das kleinere Segment soweit um den Mittelpunkt drehen, daß es ganz innerhalb des größeren liegt.) Dann

*) Will man den Unterschied festhalten, so sage man: „Zu gleichen Sehnen gehören gleiche Bogenpaare“.

gilt der Satz: *Zu gleichen Sehnen eines Kreises gehören gleiche Segmente.**) Man kann nämlich die Sehnen zur Deckung bringen, mit ihnen auch die Kreisbogen und ihre Mittelpunkte, folglich auch die von Sehne und Bogen umschlossenen Flächen. Umgekehrt gehören zu gleichen Segmenten eines Kreises gleiche Sehnen.

48) Den von zwei Radien begrenzten Teil einer Kreisfläche bezeichnet man als *Kreisausschnitt* oder *Kreissektor*. Durch zwei Radien wird die Kreisfläche in zwei Sektoren zerlegt. Nur wenn die beiden Radien einen Durchmesser bilden, sind die beiden Sektoren einander gleich (Halbkreisflächen). Sonst sind sie ungleich. Der kleinere Sektor kann soweit um den Mittelpunkt gedreht werden, daß er ganz innerhalb des größeren liegt. Gewöhnlich meint man bei Angabe eines Sektors den kleineren. *Zu gleichen Bogen eines Kreises gehören gleiche Sektoren.**) Bringt man nämlich die gleichen Bogen zur Deckung, so hat man auch die zugehörigen Radien zur Deckung gebracht. Umgekehrt gilt der Satz: *Zu gleichen Sektoren eines Kreises gehören gleiche Bogen.*

49) Im ganzen gelten also folgende Sätze:

Bei jedem Kreise gehören

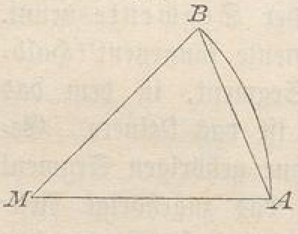
zu gleichen	Sehnen	gleiche	Bogen,	gleiche	Segmente,	gleiche	Sektoren;
"	"	Bogen	"	Sehnen,	"	Segmente,	" Sektoren;
"	"	Segmenten	"	Sehnen,	"	Bogen,	" Sektoren;
"	"	Sektoren	"	Sehnen,	"	Bogen,	" Segmente.

Statt gleich kann man hier überall kongruent sagen.

ϑ) Begriff des Winkels in der Ebene.

50) Gehen von einem festen Punkte der Ebene zwei Strahlen aus, ein in ihr festliegender und ein in ihr um den Punkt drehbarer, so kann man den letzteren zunächst mit dem ersteren zur Deckung bringen und dann in zweierlei Sinne von ihm wegdrehen. Die Drehung kann nämlich im Sinne der Uhrzeigerbewegung und auch im entgegengesetzten Sinne erfolgen.**) Bei dieser Drehung beschreibt jeder Punkt des bewegten Strahles einen Kreis, der sich schließt, sobald der Strahl eine *volle Umdrehung* gemacht hat. Dieses Schließen

Fig. 5.



*) Will man den Unterschied festhalten, so sage man: „Zu gleichen Sehnen gehören gleiche Segmentpaare" oder: „gleiche Sektorenpaare" usw.

**) Vielfach bezeichnet man die der Uhrzeigerbewegung entsprechende