



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik**

Erster Teil, bis zum Abschluß der Untersekunda reichend und im Anschluß an die preußischen Lehrpläne von 1901 für die Oberreal- und Realschulen neu bearbeitet

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig und Berlin, 1904**

γ) Bewegungsbeziehungen und Dimensionen

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-94706](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-94706)

Als zusammengesetzte geometrische Gebilde kann man sich Gruppen von Körpern, Gruppen von Flächen, Gruppen von Linien, Gruppen von Punkten und auch Gruppen verschiedenartiger dieser Gebilde denken.

Jetzt wird folgende Erklärung verständlich sein:

Die Raumlehre oder Geometrie beschäftigt sich mit den gesetzmäßig gestalteten mathematischen Körpern und den an ihnen auftretenden oder auch als selbständig zu denkenden Flächen, Linien und Punkten, mit den Eigenschaften und gegenseitigen Beziehungen dieser Gebilde, mit ihrer Berechnung und Konstruktion. (Vgl. Vorkursus § 9.)

7) Bewegungsbeziehungen und Ausdehnungen oder Dimensionen.

9) Durch Bewegung eines Punktes im Raume entsteht als Weg eine Linie. Dieser Weg hat eine (endliche oder eine unendliche) Länge, aber keine Breite und keine Dicke. Man sagt daher: Eine Linie hat nur eine einzige Dimension, die Länge. (Vorkursus § 44 und 45.)

10) Durch Bewegung einer Linie entsteht als Weg im allgemeinen eine Fläche. Zur Längenausdehnung der Linie tritt dabei eine neue Ausdehnung, die als Breite bezeichnet werden soll. Man sagt daher: Eine Fläche hat zwei Dimensionen, Länge und Breite.

Für die Bewegung wird dabei vorausgesetzt, daß die Linie sich nicht in sich selbst bewege, sondern seitlich aus ihrer Lage heraustrete. (Vorkursus § 46.)\*

11) Durch Bewegung einer Fläche entsteht als Weg im allgemeinen ein Körper. Zu den Dimensionen Länge und Breite tritt dabei eine neue, die man als Dicke oder auch als Höhe bezeichnet. Man sagt daher: Ein Körper hat drei Dimensionen, Länge, Breite und Dicke (oder Höhe).

Für die Bewegung wird dabei vorausgesetzt, daß die Fläche sich nicht in sich selbst bewege, sondern seitlich aus ihrer Lage heraustrete.\*

\*) Daß sich Linien ohne jede Gestaltveränderung in sich selbst bewegen können, sodaß keine Fläche entsteht, erkennt man z. B. an der Geraden, am Kreise, an der Schraubenlinie. Daß sich Flächen ohne Gestaltveränderung in sich selbst bewegen können, sodaß kein Körper entsteht, erkennt man z. B. an der Ebene, am Kreiszylinder, am senkrechten Kreisegel, an der Kugel, an jeder Drehungsfläche und an jeder Schraubenfläche. Auch gewisse entsprechende Körper können sich so in sich selbst bewegen, daß sie nicht aus sich selbst

[**Bemerkungen.** Durch Bewegung eines Körpers entsteht im allgemeinen wieder ein körperlicher Weg. Eine vierte Dimension nämlich, in die ein Körper z. B. mit allen Punkten zugleich hinausstreten könnte, ist uns im Weltraum nicht sinnlich wahrnehmbar. Daher nehmen wir auch für unseren mathematischen Raum an, er besitze nur die genannten drei Dimensionen.\*)

In jedem endlichen Körperteile kann man sich einen kleinen Würfel denken, an dessen Kanten man Länge, Breite und Höhe erkennt. Demnach muß der Körper selbst alle drei Dimensionen haben. Auf jeden endlichen Teil einer (z. B. krummen) Fläche kann man im allgemeinen ein sehr kleines Quadrat zeichnen (z. B. auf die Kugelfläche.) An den Seiten des Quadrates erkennt man die Länge und Breite. Die beiden ersten Dimensionen besitzt also auch die Fläche, aber sie hat keine Dicke. Von jeder z. B. krummen Linie läßt sich im allgemeinen ein so kleines Stück ausschneiden, daß man es als geradlinig betrachten kann. An ihm beobachtet man nur die Länge, aber keine Breite und Dicke. So hat auch die ganze Linie nur die Dimension Länge, nicht aber die Dimensionen Breite und Dicke.]

12) Umgekehrt kann man sich folgendes vorstellen: Läßt man bei einem Körper die Dicke so zusammenschrumpfen, daß sie schließlich überall verschwindet (gleich Null wird), so bleibt nur noch eine Fläche übrig. Läßt man bei dieser die Breite so zusammenschrumpfen, daß diese schließlich überall verschwindet, so bleibt nur eine Linie übrig. Läßt man bei dieser die Länge so zusammenschrumpfen, daß letztere schließlich gleich Null ist, so bleibt nur noch ein Punkt übrig. (Vgl. Vorkursus § 44.)

d) Das gegenseitige Schneiden und Durchdringen geometrischer Gebilde.

13) Schneiden einander zwei Linien einmal oder öfter, so geschieht es jedesmal in einem Punkte. Also: Jeder Schnitt zweier Linien ist ein Punkt. Der Schnittpunkt ist beiden Linien gemeinsam.\*\*\*) Eine krumme Linie kann auch sich selbst schneiden. (Vorkursus § 6.)

heraustreten und ihre Bewegung nicht wahrnehmbar ist, z. B. jeder Drehungskörper, der sich um seine Achse dreht, jeder beiderseits ins Unendliche reichende Zylinder, jeder ebenso ins Unendliche reichende Schraubenkörper, der sich in entsprechender „Schraubung“ bewegt.

\*) Wer sich einen Raum mit mehr als vier Dimensionen denken will, der möge sich mit dessen Geometrie beschäftigen. Mit unserem Euklidischen Raume haben solche Untersuchungen nichts zu schaffen.

\*\*) **Beispiele:** Zwei gerade Linien haben höchstens einen Schnittpunkt,