Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik

Erster Teil, bis zum Abschluß der Untersekunda reichend und im Anschluß an die preußischen Lehrpläne von 1901 für die Oberreal- un Realschulen neu bearbeitet

Holzmüller, Gustav

Leipzig und Berlin, 1904

Vorwort.

Vorwort.

Zum vierten Male tritt das methodische Lehrbuch in Erscheinung und zwar im Hinblick auf die preußischen Lehrpläne von 1901 nach teilweiser Umarbeitung. Ohne die neuen Verfügungen würde die alte Gestalt geblieben sein, in der es auch im Auslande Anerkennung gefunden hat. Vom Universitätsprofessor E. Latzina in Buenos Aires wurde es in die spanische Sprache übersetzt und als „Tratado metódico de matemáticas elementales" in verschiedenen Schulen Südamerikas dem Unterrichte zugrunde gelegt. Auch für eine geplante Übersetzung ins Ungarische wurde die Erlaubnis vom Verlage und vom Verfasser gern erteilt.

Die Einführung des propädeutischen Vorkursus für die Quinta der lateinlosen und die Quarta der lateintreibenden Schulen veranlaßte mich, die bisherigen Vorbemerkungen aus dem Lehrbuche auszuscheiden und sie eingehender bearbeitet als eine „Vorbereitende Einführung in die Raumlehre" erscheinen lassen. Diese stellt den Unterrichtsstoff zur freien Auswahl und ist mit Anleitungen zur Herstellung von Unterrichtsmodellen versehen. Am selbstangefertigten Modelle soll der Schüler in die wichtigsten Begriffe der Raumlehre eingeführt werden.

Das eigentliche Lehrbuch beginnt mit einer übersichtlichen Zusammenstellung der planimetrischen Ergebnisse des Vorkursus unter gleichzeitiger Ergänzung. Es wird also angenommen, daß der Vorkursus sich wenigstens in der Hand des Lehrers befinde.

Ein Punkt wurde besonderer Erwägung unterzogen: Die Ansichten von Gauß, Lobatschewskij, Bolyai und Riemann über die Grundlagen der Raumlehre haben seit längerer Zeit die mathematische Welt in eine tiefgehende Bewegung versetzt, in der Lie, F. Klein, Clifford, Helmholtz, Killing, G. Veronese, Hilbert, in neuester Zeit auch Poincaré als Wortführer auftraten. Letzterer hat soeben in einem von Prof. F. Lindemann ins Deutsche übertragenen Buche „Wissenschaft und Hypothese" das Gesamtergebnis dieser Kämpfe in geistvoller Weise zusammengefaßt. Die verschiedenen Formen nichteuklidischer Raumauffassung werden von der Wissenschaft in ihrer logischen Berechtigung vollkommen anerkannt. Die Auffassung des Euklid ist nur eine besondere unter den verschiedenen Möglichkeiten, aber, wie betont werden soll, diejenige, die der Sinnesorganisation des Menschen am besten entspricht, während die übrigen Formen anders organisierten Geschöpfen bequemer liegen mögen. Bei der kritischen Untersuchung der Axiome zeigte sich nun, daß die wenigen von Euklid ausgesprochenen Axiome für dessen Geometrie nicht ausreichen, daß er selbst eine ganze Reihe von anderen stillschweigend angenommen hat. Diese Grundlagen sind jetzt vervollständigt worden. Neuere italienische Elementarbücher — ich nenne nur die Namen Veronese, Gazzaniga, Faifofer — haben dies berücksichtigt und Prof. F. Klein hat auf der Düsseldorfer Mathematiker-Versammlung (1902) auf diesen rühmlichen Vorgang besonders aufmerksam gemacht. Sollen nun die höheren Schulen Deutschlands auf diesem Wege folgen? Diese schwerwiegende Frage ist zu einer brennenden geworden.

Leicht sind die Fragen über die Axiome nicht zu beantworten. An der Frage, ob das Parallelenaxiom des Euklid wirklich ein Axiom oder ein aus den übrigen Axiomen ableitbarer, d. h. beweisbarer Satz sei, haben sich zwei Jahrtausende lang selbst hervorragende Mathematiker, wie z. B. Legendre, vergeblich abgemüht. Erst von den zuerst genannten vier Mathematikern ist die Frage dahin entschieden worden, daß es sich wirklich um ein Axiom handelt. Bei solchen Schwierigkeiten dürfte anzuraten sein, in den Unterklassen von eingehenden Erörterungen über die Angelegenheit der Axiome ganz abzusehen und höchstens in den obersten Klassen aus Gründen streng logischer Durchbildung beiläufig darauf einzugehen.

Bei einem Lehrbuche kommt es darauf an, ob es ein systematisches und streng wissenschaftliches sein soll, oder ob es „nur" ein methodisches, propädeutisch einführendes sein will.

Im ersteren Falle sind die Axiome an die Spitze zu stellen. Dabei ist zu zeigen, daß jedes von den übrigen unabhängig ist, daß sie einander nicht widersprechen, und daß sie ausreichend sind, die beabsichtigte Geometrie, z. B. die des Euklid, vollständig zu begründen. Auf dem System der Axiome ist dann das wissenschaftliche Lehrgebäude durch streng logische Schlußfolgerungen aufzubauen, und es muß zu erkennen sein, von welchen Axiomen die einzelnen Sätze abhängig, von welchen Axiomen sie unabhängig sind. Ein allseitig als klassisch anerkanntes Lehrbuch dieser Art liegt bis jetzt noch nicht vor, auch nicht für die Geometrie des Euklid. Als Schulbuch würde es schwerlich zu gebrauchen sein, dagegen würde es dem denkenden Lehrer bald unentbehrlich werden. —

Im letzteren Falle aber darf und muß von so strengen Forderungen abgesehen werden, denn das methodische Lehrbuch hat vor allem die Pflicht, sich der Fassungskraft des Schülers anzupassen und erst mit zunehmender Ausbildung seiner Vorstellungsfähigkeit und seiner logischen Kraft und Abstraktionsfähigkeit höhere Anforderungen an ihn zu stellen. Gerade darin hat sich die Kunst des Unterrichtens zu bewähren, gerade darin zeigt sich der pädagogische Takt. Hinsichtlich der Axiome ist also Vorsicht am Platze. Verhältnismäßig früh ist aber darauf aufmerksam zu machen, inwiefern sich der mathematische Körper vom physischen Körper unterscheidet. Da ferner die mathematischen Körper lediglich Teile des Raumes sind, muß notwendig auch dieser Raum als ein mathematischer, vom realen oder physischen Raum scharf zu unterscheidender aufgefaßt werden. Allmählich wird es dem Schüler zum Bewußtsein kommen, daß der außerhalb der sichtbaren Fixsternwelt liegende Teil des realen Weltraumes uns nicht sinnlich wahrnehmbar ist, daß wir über dessen dortiges Verhalten also gar nichts wissen, folglich zu Urteilen darüber gar nicht befugt sind. Dem mathematischen Raume aber kann man Vorschriften machen, wie er sich z. B. im Unendlichen verhalten soll, und diese Vorschriften sind eben Axiome, wie z. B. die des Euklid. Jahre aber werden bei jedem Schüler vergehen, ehe der letzte Satz sich ihm als richtig aufdrängen wird. Bei der hier nur angedeuteten Auffassung sind übrigens gewisse Streitfragen ganz von selbst erledigt.

Wenn Poincaré sagt, die Frage, ob die Raumauffassung des Euklid richtig oder falsch sei, wäre ebenso müßig, wie die Frage, ob das metrische System richtig oder falsch sei, so wird dies viel Widerspruch finden. Jedenfalls aber will der führende Mathematiker Frankreichs nur darauf hindeuten, es handle sich darum, ob die Raumauffassung des Euklid sich gerade mit der menschlichen Sinnesorganisation gut vertragen könne. Daß sie dies für den endlichen Bereich tut, ist allgemein anerkannt und liegt auf der Hand. Anders organisierte Wesen könnten allerdings eine andere Geometrie als die ihnen bequemere vorziehen, da sie gewissermaßen gewohnt wären, „mit anderem Maße zu messen" als wir.

Ist es nun auch von Interesse, andere Geometrien auf irgend einem willkürlich gewählten Systeme von Axiomen streng logisch und widerspruchslos in sich aufzubauen, so hat doch ein methodisches Lehrbuch für höhere Schulen auf jede Behandlung solcher Lehrgebäude zu verzichten und sich auf die Raumauffassung des Euklid zu beschränken, die eben für uns Menschen die bequemste ist und sich für das endliche Gebiet mit den am Weltraum vorgenommenen Beobachtungen in durchaus befriedigender Weise deckt. Würde auf einer Oberprima philosophische Propädeutik betrieben, so wäre es eine vorzügliche Aufgabe, die Grundlagen der Euklidischen Raumauffassung im Sinne der neueren Forschungen dort kritisch zu untersuchen. Aber für die unteren Klassen ist der Gegenstand viel zu schwierig. Ein methodisches Lehrbuch kann also nur da, wo sich gerade das Bedürfnis geltend macht, auf diese oder jene die Axiome betreffende Frage in propädeutischer Weise eingehen und auf die betreffenden Schwierigkeiten aufmerksam machen. Daß es gut ist, sich auf den Unterklassen mit einer vorläufigen Behandlung zu begnügen, damit werden sich auch die Schüler recht gern zufrieden geben, denn das Verlangen nach solcher Kost ist kein allzugroßes.

Ob nun mein Lehrbuch in dieser Beziehung den richtigen pädagogischen Takt zeigt, darüber mögen andere urteilen. Der Kenner wird, wie ich hoffe, hier und da zwischen den Zeilen lesen und erkennen, inwiefern die Ausdrucksweise mit Rücksicht auf die neueren Forschungen gewählt ist. —

Die Anzahl der planimetrischen Übungsaufgaben ist auf den Wunsch einiger Fachlehrer, die das Buch benutzen, erheblich vergrößert worden. Dabei wurden Aufgaben aus solchen Gebieten gewählt, die in den üblichen Aufgabensammlungen etwas stiefmütterlich behandelt sind. Hinsichtlich der Anordnung kam es mir darauf an, die Übungen, namentlich die Konstruktionsübungen, von vornherein so mannigfaltig und damit so anregend wie nur möglich zu machen. Dazu war es stellenweise nötig, von der systematischen Anordnung abzusehen und aus methodischen Gründen manches früher zu bringen. Dies ist z. B. hinsichtlich der gesetzmäßigen Vergrößerung nach einfachem Maßstabsverhältnis geschehen, die dem Schüler schon aus dem Zeichenunterricht geläufig ist, wenn dieser den neuesten Vorschriften folgt. Wer dergleichen erst später behandeln will, möge es tun. Der gegebene Übungsstoff ist so reichhaltig, daß dem Lehrer zur freien Auswahl ein großer Spielraum gelassen ist.

Soviel über den planimetrischen Teil. — In arithmetischer und trigonometrischer Hinsicht lag zu Änderungen kein Anlaß vor. Methodik und Systematik passen sich hier so aneinander an, daß jede der vortrefflichen Aufgabensammlungen, die wir besitzen, im Anschluß an das Lehrbuch benutzt werden kann. Eine Zusammenstellung solcher aufzunehmen, erschien also wiederum als überflüssig. Hinsichtlich der Stereometrie durfte den Vorschriften über das genaue stereometrische Zeichnen, welches unvermerkt in die darstellende Geometrie einführen soll, etwas stärker gefolgt werden. Zu diesem Zwecke wurde die

Anzahl der Figuren vergrößert, was übrigens auch in der Planimetrie geschehen ist. Wer noch mehr wünscht, kann die betreffenden Übungen aus meiner „Einführung in das stereometrische Zeichnen" entnehmen, einiges auch aus dem „Vorkursus". Auch meine vierbändigen „Elemente der Stereometrie" stellen dem Fachlehrer viel Übungsmaterial zur Verfügung.

Da der zweite Teil des Lehrbuchs, der für die Oberrealschulklassen bestimmt ist, bei deren verhältnismäßig noch geringer Anzahl erst später auf eine dritte Auflage zu rechnen hat, sei bemerkt, daß ich die neu eingeführten Gebiete Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung und numerische Gleichungen höheren Grades vorläufig in besonderen Heften bearbeitet habe, die vom Verlage dem zweiten Teile unentgeltlich beigelegt werden. Einiges Wenige aus dem zweiten Teile mußte im Hinblick auf die Lehrpläne in den ersten Teil herübergezogen werden, erscheint also bis zur Neubearbeitung doppelt. Diese kleine Unebenheit wird aber bald verschwinden. — Der weitergehende dritte Teil des Lehrbuches hat seine Neuauflage erst kürzlich erhalten.

Für die ersten Auflagen hatte ich ein besonderes Begleitwort zur Rechtfertigung meiner methodischen Ansichten geschrieben. Die Lehrpläne von 1901 zeigen, daß die preußische Unterrichtsverwaltung im wesentlichen den Standpunkt teilt, den ich als den meinigen betont habe. Ein neues Begleitwort erscheint daher nicht nötig.

Die vorliegende Ausgabe ist, wie gesagt, besonders für Oberreal- und Realschulen bestimmt. Der fast vergriffene erste Teil der Gymnasialausgabe wird seine neue Bearbeitung in kürzester Frist erhalten. Auch für das Gymnasium sind vorläufig Ergänzungshefte wie die oben genannten erschienen. —

Möge die vorliegende Neubearbeitung das ihrige dazu beitragen, den mathematischen Unterricht im Sinne der neuen Lehrpläne methodisch auszugestalten und dieses besondere Lehrgebiet zu einem solchen zu machen, auf dem jeder Schüler, nicht bloß der besonders für Mathematik begabte, mit Interesse und daher mit Lust und Liebe lernt und arbeitet.

Hagen, i. W., im Juli 1904.

G. Holzmüller.