



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik

Zweiter Teil, für die 3 Oberklassen der höheren Lehranstaltungen
bestimmt

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

a) Die schräge Parallelprojektion.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-93613](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-93613)

V. Anleitung zum korrekten stereometrischen Zeichnen.

a) Die schräge Parallelprojektion.

23) In Teil I, Stereometrie 2) ist der Begriff der schrägen Parallelprojektion am Beispiele des Würfels bereits erörtert worden. Bei den dortigen Zeichnungen war die Richtung der Projektionsstrahlen (z. B. Sonnenstrahlen) willkürlich so gewählt worden, daß der Würfel in Frontstellung nach Art der Fig. 130 erschien, wobei die nach hinten gehenden Kanten unter 30° Neigung und $\frac{1}{3}$ Verkürzung gezeichnet waren.

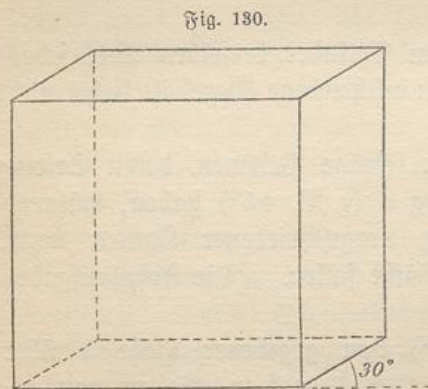
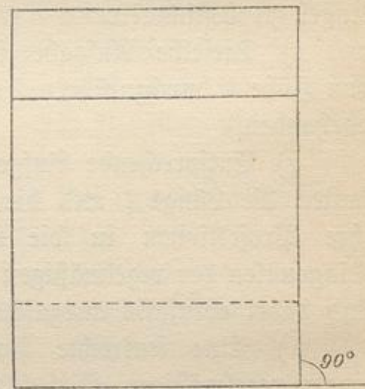


Fig. 131.



24) Für gewisse Zeichnungen, z. B. die des Cylinders, eignet sich mehr eine andere Schrägprojektion, bei der die nach hinten gehenden Geraden unter 90° Neigung und beliebig zu wählender Verkürzung erscheinen. In dieser Projektion würde die Würfelzeichnung nach Art der Fig. 131 erscheinen.

In diesem Sinne wird man es verstehen, wenn von der Parallelperspektive mit Neigungswinkel α° und der Verkürzung $\frac{1}{n}$ gesprochen wird.

Eine ganze Reihe von Konstruktionen ist schon im ersten Teile mit Hilfe dieser geringen Vorkenntnisse streng durchgeführt worden. Dabei erschienen Parallelogramme auch in der Projektion stets als Parallelogramme. Es soll untersucht werden, ob dies allgemeine Geltung hat.

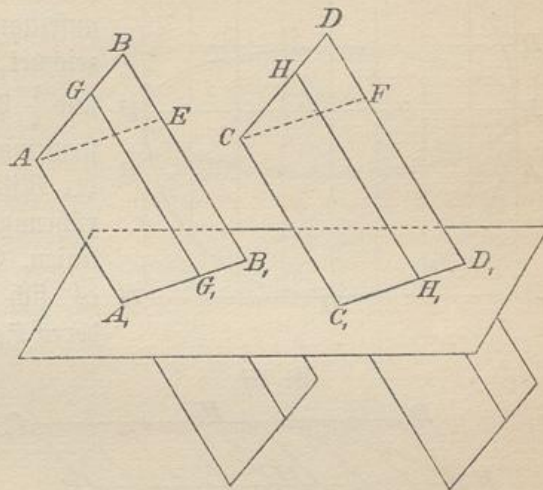
25) In Fig. 132 sind zwei gleiche und parallele Gerade AB und CD schräg auf eine Ebene projiziert worden. Die Projektionen

A_1B_1 und C_1D_1 sind nach dem Satze über parallele Ebenen, die von einer dritten geschnitten werden, parallel, und aus der Kongruenz der Dreiecke AEB und CFD , für die $AE \parallel A_1B_1$ und $CF \parallel C_1D_1$ gezeichnet ist, folgt, daß $A_1B_1 = C_1D_1$ ist. Folglich gilt der Satz:

Schräge Parallelprojektionsgleicher und paralleler Geraden giebt gleiche und parallele Gerade.

Folglich werden auch Parallelogramme stets in Parallelogramme verwandelt.

Fig. 132.



26) Ferner: Sind auf einer Geraden gleiche Stücke abgetragen, so sind auch in der Projektion die entsprechenden Stücke gleich. Dasselbe ist der Fall, wenn die gleichen Stücke auf parallelen Geraden abgetragen sind. Folglich: Ist eine Gerade im Verhältnis $m:n$ geteilt, so ist auch ihre Projektion in diesem Verhältnis geteilt. So ist in Fig. 132 $AG:GB = A_1G_1:G_1B_1 = CH:HD = C_1H_1:H_1D_1$.

Bei der schrägen Parallelprojektion bleiben die Teilungsverhältnisse auf derselben Geraden, oder auf parallelen Geraden erhalten. So bleibt z. B. Halbierung in der Projektion Halbierung, stetige Teilung bleibt stetige Teilung, harmonische Punkte bleiben harmonische Punkte.

Mit Hilfe dieser Bemerkung kann man zahlreiche Konstruktionsaufgaben lösen, z. B.:

27) **Aufgabe.** Ein Quadrat mit dem einbeschriebenen Kreise, in horizontaler Frontlage befindlich, soll erstens in der Parallelperspektive mit 90° und $\frac{1}{3}$ Verkürzung, zweitens in der Parallelperspektive mit 45° und $\frac{1}{2}$ Verkürzung gezeichnet werden.

Auflösung. In Fig. 133 ist in den Kreis ein System paralleler Sehnen eingezeichnet, die in gleichen Abständen aufeinander folgen. Sämtliche sind auf $\frac{1}{3}$ verkürzt worden. $A_1B_1C_1D_1$ mit der einbeschriebenen Ellipse ist die eine der verlangten Zeichnungen.

Fig. 133.

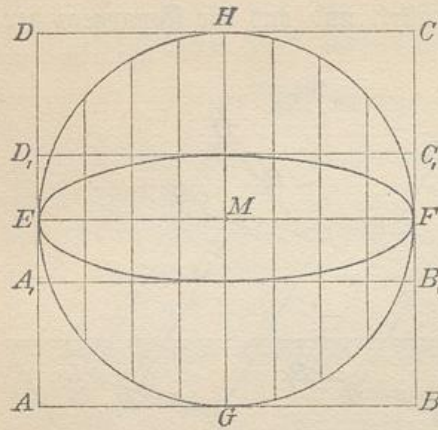


Fig. 134.

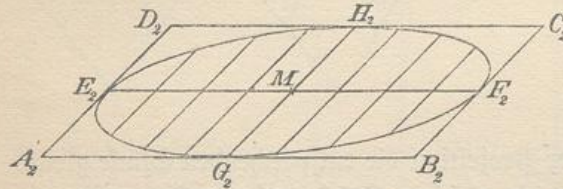
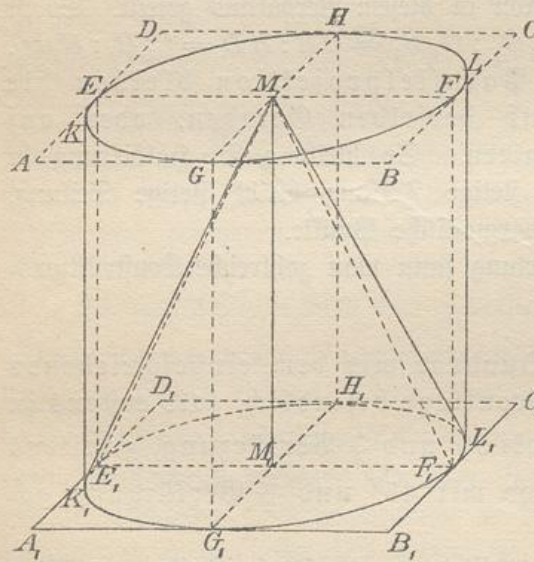


Fig. 135.



tive 30° mit $\frac{1}{3}$ Verkürzung zu zeichnen und in den sichtbaren Flächen die Ellipsen zu zeichnen, durch welche die einbeschriebenen Kreise dargestellt werden.

In Fig. 134 ist $A_2B_2C_2D_2$ das Quadrat in der anderen Parallelperspektive. Wiederum ist das System parallel, in gleichen Abständen aufeinander folgender Sehnen gezeichnet, jedoch mit Neigung 45° und $\frac{1}{2}$ Verkürzung. Bei der Konstruktion geht man am besten von der Mittellinie E_2F_2 aus. Die Berührungspunkte fallen in die Mittellinien. Später wird bewiesen, daß es sich um eine Ellipse handelt, deren Hauptachsen ein wenig schräg liegen.

28) Daraus würde z. B. die nebenstehende Zeichnung des senkrechten Kreiszylinders in schräger Parallelperspektive von 45° und $\frac{1}{2}$ Verkürzung folgen. Man beachte, daß dabei der senkrechte Frontschnitt EFF_1E_1 sich durchaus nicht mit den Sichtbarkeitsgrenzen des Mantels deckt, die durch die gemeinschaftlichen Tangenten KK_1 und LL_1 dargestellt sind. Zieht man von M aus Tangenten an die untere Ellipse, so erhält man zugleich die Darstellung des Kegels mit dem Hauptschnitte E_1F_1M .

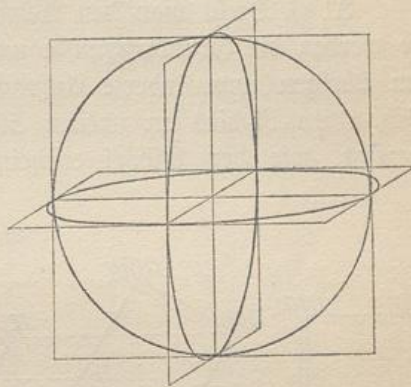
Aufgabe. Den Würfel in der Parallelperspek-

Aufgabe. Den liegenden Cylinder in derselben Perspektive mit der Achse in Frontlage zu zeichnen.

29) **Aufgabe.** Drei Kreise gleichen Durchmessers zu zeichnen, die aufeinander senkrecht stehen und mit den Mittelpunkten zusammenfallen, wobei der eine sich in Frontstellung befindet (also als Kreis erscheint). Die Auflösung ist in Fig. 136 durchgeführt. Dabei handelt es sich um die Darstellung der Hauptschnitte einer Kugel, die demnach nicht als Kreis erscheinen kann. [Auch sie erscheint als leicht zu konstruierende Ellipse, obwohl sie in den Lehrbüchern conventionell als Kreis dargestellt zu werden pflegt.]

Diese Andeutungen mögen genügen. In des Verfassers „Einführung in das stereometrische Zeichnen“*) sind Übungsaufgaben konstruktiver Art in großer Zahl durchgeführt.

Fig. 136.

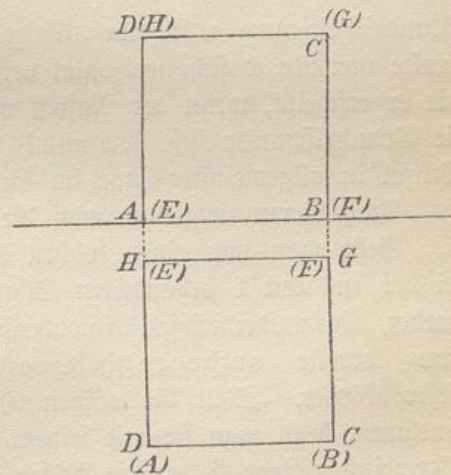


b) Die senkrechte Projektion

(orthographische oder orthogonale Projektion, die Lehre vom Grundriß und Aufriß, orthographische Axonometrie).

30) In der Bau- und Maschinentechnik u. s. w. werden die darzustellenden Körper senkrecht auf eine Horizontalebene (Grundriß) und zugleich auf eine Vertikalebene (Aufriß) projiziert, bisweilen auch noch auf eine dritte, zu beiden senkrechte Ebene (Seitenansicht). Die beiden erstgenannten Zeichnungen werden dabei so auf einem Blatte vereinigt, daß der Aufriß oben, der Grundriß unten gezeichnet ist, und daß die sich gegenseitig entsprechenden Punkte beider Zeichnungen jedesmal in derselben Senkrechten liegen. So stellt z. B. Fig. 137 die Zeichnung

Fig. 137.



*) Leipzig, bei B. G. Teubner 1886.