Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik

Zweiter Teil, für die 3 Oberklassen der höheren Lehranstaltungen bestimmt

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

I. Eine Hauptaufgabe der mathematischen Geographie.

urn:nbn:de:hbz:466:1-93613

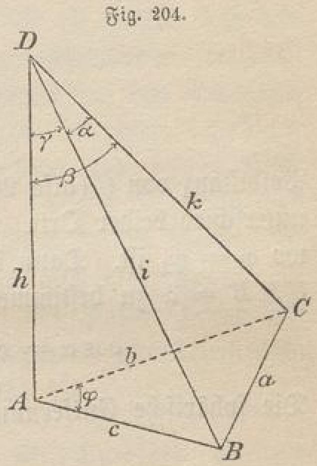
Anhang.

I. Eine Hauptaufgabe der mathematischen Geographie.

Zunächst werde folgende Hülfsaufgabe gelöst: Aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel einer dreiseitigen Ecke die dritte Seite zu berechnen.

Auflösung. $D(ABC)$ in Fig. 204 sei die Ecke, von der die Seiten β und γ und der in der Normalebene von h gemessene Winkel φ gegeben sein mag. Aus den Gleichungen

Fig. 204.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\varphi$$

$$a^2 = i^2 + k^2 - 2ik \cos\alpha$$

folgt

$$i^2 + k^2 - 2ik\cos\alpha = b^2 + c^2 - 2bc\cos\varphi$$

oder

$$(i^2 - c^2) + (k^2 - b^2) - 2ik\cos\alpha = -2bc\cos\varphi$$

oder, da $i^2 - c^2 = h^2$ und $k^2 - b^2 = h^2$ ist,

$$h^2 - ik\cos\alpha = -bc\cos\varphi,$$

oder

$$\frac{h}{k}\cdot\frac{h}{i} - \cos\alpha = -\frac{b}{k}\cdot\frac{c}{i}\cos\varphi,$$

das heißt

$$\cos\beta\cos\gamma - \cos\alpha = -\sin\beta\sin\gamma\cos\varphi,$$

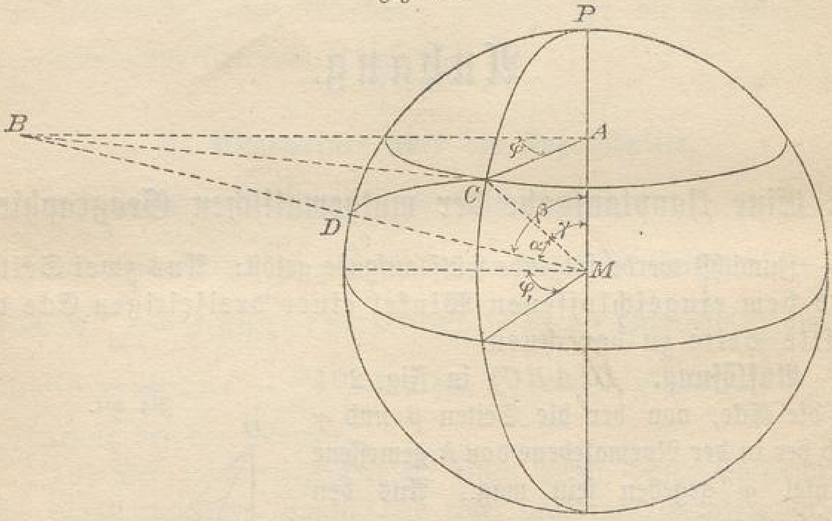
oder endlich

$$\cos\alpha = \cos\beta\cos\gamma + \sin\beta\sin\gamma\cos\varphi.$$

Mit dieser Formel läßt sich die Aufgabe lösen, die sphärische Entfernung zweier Orte der Erdkugel (gemessen längs des größten Kreises) zu finden, wenn ihre Lage nach Länge und Breite gegeben ist.

Auflösung. C und D in Fig. 205 seien die beiden Orte, β^0 die Poldistanz von D (also $90^0 - \beta^0$ die nördliche Breite), γ^0 die

Fig. 205.



Poldistanz von C (also $90^0 - \gamma^0$ die nördliche Breite), ${\varphi_1}^0$ der Längenunterschied beider Orte. Durch C lege man die Horizontalebene CAB, wo $\varphi = \varphi_1$ ist. Dann ist wie oben für die Ecke $M(ABC)$ der Winkel $CMB = \alpha$ zu bestimmen aus

$$\cos\alpha = \cos\beta\cos\gamma + \sin\beta\sin\gamma\cos\varphi.$$

Die sphärische Entfernung ist $\widehat{DC} = r \cdot \widehat{\alpha} = r\pi \frac{\alpha^0}{180^0}$.

II. Einige Bemerkungen über Maxima und Minima.

1) **Aufgabe.** In ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck mit Kathete a ein Rechteck von gegebener Fläche F einzuzeichnen, dessen Seiten parallel zu den Katheten sind.

Auflösung. Ist x die gesuchte Grundlinie, so ist $a - x$ die gesuchte Höhe. Der Inhalt soll sein

$$x(a - x) = F,$$