



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik**

Zweiter Teil, für die 3 Oberklassen der höheren Lehranstaltungen  
bestimmt

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1897**

IV. Die Fundamentalkonstruktionen und einige Anwendungen derselben.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-93613](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-93613)

$\beta, \gamma$ , denn es sind z. B. die Schenkel des gleichschenkligen Dreiecks  $BCE$  kleiner als die des über derselben Grundlinie stehenden Dreiecks  $BCD$ . Da nun  $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$  ist, so ist  $\alpha + \beta + \gamma < 360^\circ$ .

Hierauf beruht z. B. der Nachweis, daß nur fünf regelmäßige Polyeder möglich sind. (Vergl. Teil I, Stereometrie Nr. 14.)

#### IV. Die Fundamentalkonstruktionen und einige Anwendungen derselben.

21) Die in Folgendem gegebenen Konstruktionen sind zunächst nur in der Vorstellung durchzuführen.

a) Auf einer gegebenen Geraden in einem gegebenen Punkte die Normalebene zu errichten.

**Auflösung.** Man denke sich durch die Gerade zwei Ebenen gelegt und in diesen vom Schnittpunkte aus Lote auf der Geraden gezeichnet. Durch diese beiden Lote ist die Normalebene vollständig bestimmt.

b) Auf einer gegebenen Ebene und zwar über einer gegebenen Geraden derselben die senkrechte Ebene zu errichten.

**Auflösung.** Man errichte auf der gegebenen Geraden in einem beliebigen ihrer Punkte das in der gegebenen Ebene liegende Lot. Die Normalebene zu letzterem im Fußpunkte des Lotes ist die gesuchte Ebene.

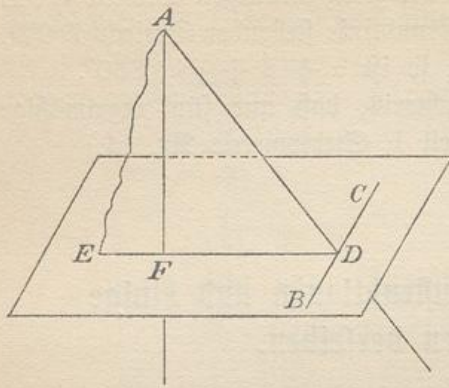
c) Auf einer gegebenen Ebene in einem gegebenen Punkte ein Lot zu errichten.

**Auflösung.** Man lege durch den Punkt in der gegebenen Ebene eine beliebige Gerade, errichte über ihr die senkrechte Ebene und in dieser auf der Geraden im gegebenen Punkte ein Lot. — Hierauf beruht die Konstruktion senkrechter Prismen über gegebenen Grundflächen.

d) Von einem gegebenen Raumpunkte aus auf eine gegebene Ebene ein Lot zu fällen.

**Auflösung.** Man ziehe in der Ebene eine beliebige Gerade  $BC$  (Fig. 129). In der durch den gegebenen Punkt  $A$  und diese Gerade bestimmten Ebene falle man ein Lot  $AD$  auf die Gerade. In  $D$  errichte man auf  $BC$  das in der gegebenen Ebene liegende Lot  $DE$ . In der durch  $AD$  und  $DE$  bestimmten Ebene falle man von  $A$  aus das Lot  $AF$  auf  $DE$ . (Eine Variante ergibt sich aus Nr. 10.) Hierauf beruht die Lehre von der senkrechten Projektion von Punkten und Geraden auf Ebenen; z. B.

Fig. 129.



e) Eine gegebene Gerade auf eine gegebene Ebene zu projizieren.

Für den Fall des Schneidens ist die Auflösung bereits durch 10) gegeben. Im Falle des Parallelismus hat man von einem der Punkte der Geraden aus ein Lot auf die Ebene zu fallen. Durch dieses und die gegebene Gerade ist übrigens für alle Fälle die projizierende Ebene bestimmt.

f) Durch die eine von zwei sich kreuzenden Geraden eine Ebene zu legen, die zur anderen parallel ist.

**Auflösung.** Man lege durch die zweite Gerade eine die erste schneidende Ebene. In dieser Ebene ziehe man durch den Schnittpunkt eine Parallele zur zweiten Geraden. Die Parallele und die erste Gerade bestimmen die gesuchte Ebene.

g) Das gemeinschaftliche Lot (und den kürzesten Abstand) zweier sich kreuzenden Geraden zu finden.

**Auflösung.** Lege durch jede der gegebenen Geraden eine zur anderen parallele Ebene und durch jede der Geraden die auf beiden Hülfebenen senkrechte Ebene. Die beiden letzteren Ebenen schneiden sich in dem gesuchten Lote.

h) Den Schnittwinkel zweier Ebenen zu halbieren.

**Auflösung.** Man konstruiere in einem beliebigen Punkte der Schnittlinie die Normalebene, so daß durch die Schnitte der letzteren mit den gegebenen Ebenen der Schnittwinkel sichtbar wird. Die Halbierungslinie dieses Winkels (in der Normalebene) und die erstgenannte Schnittlinie bestimmen die halbierende Ebene.

Auch die Konstruktion vorgeschriebener Flächenwinkel, das Antragen gegebener Flächenwinkel, das Verdoppeln gegebener Flächenwinkel geschieht mit Hülfe einer Normalebene zur gegebenen Schnittlinie. Man kann also über beliebigen Grundflächen auch schräge Prismen konstruieren, deren Seitenkanten gegebene Projektionsrichtung und gegebene Neigung haben.

22) Einige Übungsaufgaben, bei denen die Konstruktionen zunächst nur in der Vorstellung durchzuführen sind. Die Zeichnungen befinden sich teilweise in Teil I, Stereometrie.

a) Einen Würfel von gegebener Kantenlänge  $k$  zu konstruieren und an ihm die in Teil I, Stereometrie Nr. 3 angegebenen Berechnungen durchzuführen.

b) Ein senkrechtcs regelmäÙiges Prisma von 3, 5, 6 u. s. w. quadratischen Seitenfläc hen mit Kante  $k$  zu konstruieren, die Oberfläc he, den Inhalt, den Radius der umbeschriebenen Kugel zu bestimmen, den letzteren auch zu konstruieren, etwaige Diagonalen und Diagonalfläc hen nach GröÙe und Neigung zu untersuchen.

c) Dieselben Aufgaben für ein regelmäÙiges Prisma von Grundkante  $k$  und Höhe  $h$ .

d) Dieselben Aufgaben für ein regelmäÙiges Prisma mit der Grundkante  $k$ , dessen Höhe so zu bestimmen ist, daÙ sich ihm eine Kugel einbeschreiben läÙt.

e) Über einem Kreise von gegebenem Radius einen senkrechten Cylinder von quadratischem Hauptschnitt zu konstruieren, den Inhalt, den Mantel, die Oberfläc he, die Radien der um- und einbeschriebenen Kugel zu bestimmen.

f) Dieselbe Aufgabe für einen Cylinder derselben Art, jedoch von Höhe  $h$  durchzuführen. (Eine einbeschriebene Kugel ist dabei nicht vorhanden.)

g) Entsprechende Aufgaben für schräge Prismen, deren Seitenkanten die Länge  $l$  und die Neigung  $\alpha$  (z. B.  $45^\circ$ ) haben, während ihre Projektionen in die Richtung vorgeschriebener Kanten bezw. Diagonalen der regelmäÙigen Grundfläc he fallen. (Die Kugelaufgaben sind dabei ebenfalls auszuschließen.)

h) Eine senkrechte Pyramide\*) von gegebener Höhe  $h$  über einem regelmäÙigen Vieleck von 3, 4, 5, 6 u. s. w. Seiten von gegebener Kante zu konstruieren, die Seitenkanten, die Winkel der Seitenfläc hen, die Neigungswinkel der Seitenkanten und Seitenfläc hen gegen die Grundfläc he, die Schnittwinkel benachbarter Seitenfläc hen, die Radien der um- und einbeschriebenen Kugel, die Oberfläc he und den Inhalt des Körpers zu berechnen.

i) Entsprechende Aufgaben für den senkrechten Kreiskegel mit Grundradius  $r$  und Höhe  $h$ .

k) Die Konstruktion des regelmäÙigen Oktaeders und Tetraeders, des Pyramidenwürfels und des Rhombendodekaeders sind im AnschluÙ an Teil I, Stereometrie durchzuführen und geeignete Berechnungen an den Körpern vorzunehmen.

\*) Unter senkrechten Pyramiden sollen solche verstanden werden, bei denen die Spitze senkrecht über dem Schwerpunkte der Grundfläc he liegt. Ein Spezialfall sind dann die senkrechten Pyramiden mit regelmäÙiger Grundfläc he. Alle anderen Pyramiden heißen schiefe Pyramiden.