Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik

Zweiter Teil, für die 3 Oberklassen der höheren Lehranstaltungen bestimmt

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Methode der Ähnlichkeit.

urn:nbn:de:hbz:466:1-93613

Bisweilen kann man die Figur durch parallele Verschiebung einzelner Geraden in günstiger Weise umgestalten. Dies geschah z. B. bei der Konstruktion des Dreiecks aus den drei Mittellinien. (Vergl. Teil I, Nr. 123.)

Aufgabe b) Gegeben seien zwei auseinanderliegende Kreise. Von der Peripherie des einen soll zu der des anderen eine Gerade von gegebener Richtung und Länge gelegt werden.

Auflösung. Man verschiebe den einen der Kreise um die entsprechende „Strecke". Die beiden Schnittpunkte sind die Ausgangspunkte der gesuchten Geraden.

Auch Parallelverschiebung mehrerer Punkte führt bisweilen zum Ziele, z. B. bei folgender

Aufgabe c) Gegeben seien zwei Gerade und ein zwischen ihnen liegender Punkt. Durch den Punkt von der einen Geraden zur anderen eine Gerade zu legen, die durch den Punkt in gegebenem Verhältnis geteilt ist.

Auflösung. Angenommen, eine durch den Punkt von Linie zu Linie gelegte Gerade sei in dem verlangten Verhältnis geteilt. Legt man dann durch den Punkt eine Parallele zu der einen der gegebenen Geraden, so ist der Abschnitt der anderen ebenfalls im gegebenen Verhältnis geteilt. (Handelt es sich z. B. um das Verhältnis 3 : 5, so ist der Abschnitt in 8 gleiche Teile zerlegt, und die Parallele schneidet 3 von den Teilen ab.) Aus dieser Bemerkung folgt die Konstruktion.

29) Methode der konzentrischen Verschiebung. Jeder Punkt eines Kreises wird auf dem Radius nach einem konzentrischen Kreise hin verschoben. Diese Methode ist eigentlich schon bei dem Kreise der Aufgabe a) zur Anwendung gekommen. In allgemeiner Form erscheint sie bei der später zu behandelnden Aufgabe, einen Kreis zu konstruieren, der drei gegebene Kreise berührt. Man zieht den Radius r des kleinsten Kreises von denen der beiden anderen ab und erhält konzentrische Hülfskreise. Die Aufgabe wird damit auf die zurückgeführt, einen Kreis zu konstruieren, der zwei gegebene Kreise berührt und durch einen gegebenen Punkt geht. Vergrößert man die beiden Radien um r, so erhält man die innere Berührung am ersten Kreise statt der äußeren.

30) Methode der Ähnlichkeit. Man konstruiert statt des verlangten Gebildes zunächst ein ihm ähnliches. So kann z. B. die Konstruktion eines regelmäßigen Polygons über einer gegebenen Ge-

raden erfolgen, indem man ein solches zunächst in einen beliebigen Kreis einzeichnet und dann die Figur auf den richtigen Maßstab bringt.

Aufgabe a) Jn ein gleichschenkliges Dreieck ein Quadrat einzuzeichnen. Man zeichnet erst ein beliebiges Quadrat (auf der Grundlinie) mit der Höhe als Symmetrieachse und projiziert die Ecken von A aus auf die Schenkel. (Fig. 19.)

Fig. 19.

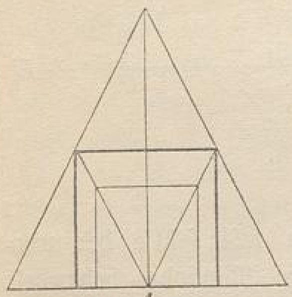
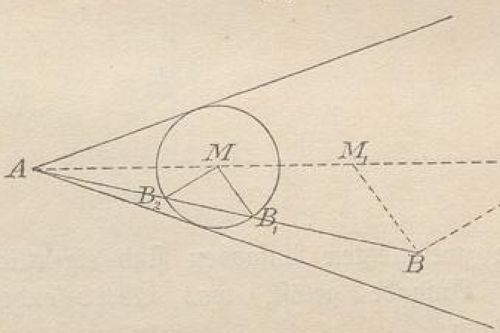


Fig. 20.



Aufgabe b) Einen Kreis zu zeichnen, der zwei gegebene Gerade berührt und durch einen gegebenen Punkt B geht.

Auflösung. Man zeichne zunächst einen beliebigen Berührungskreis. Die Gerade AB giebt Schnittpunkte B_1 und B_2 und Radien B_1M und B_2M. Jetzt hat man die der gesuchten ähnliche Zeichnung. Die Parallelen BM_1 und BM_2 zu jenen beiden Radien sind die gesuchten Radien. (An dieser Aufgabe erkennt man die Wichtigkeit der perspektivischen Lage.)

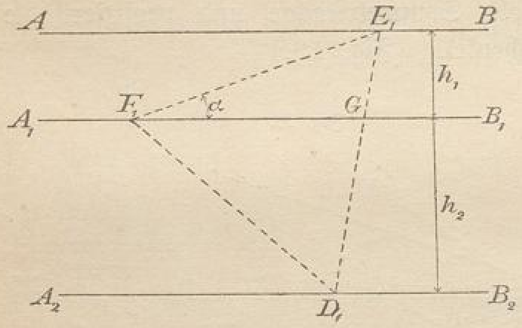
Aufgabe c) Ein gleichseitiges Dreieck zu zeichnen, dessen Ecken in drei gegebenen Parallelen AB, A_1B_1, A_2B_2 liegen.

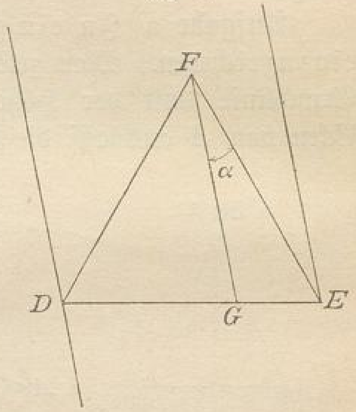
Auflösung. Man zeichne ein gleichseitiges Dreieck DEF (Fig. 22) von beliebiger Größe und teile DE im Verhältnis $h_1 : h_2$, wo h_1 und h_2 die zu den gegebenen Parallelen gehörigen Abstände sind. Zieht man durch D und E Parallele zur Teilungstransversale FG, so hat man die zur gesuchten ähnliche Zeichnung. Eintragung des Winkels α in die gegebene Figur 21 genügt zur Vollendung der Aufgabe. (Später andere Konstruktion.)

Auf entsprechende Weise gelingt die Lösung der Aufgabe, ein gegebenes gleichseitiges Dreieck mit den Ecken in drei von einem Punkte ausgehende Strahlen zu legen. Es ist nur nötig, über zwei Seiten des Dreiecks Kreisbogen zu schlagen, die den von den Strahlen gebildeten Winkeln entsprechen. Die in diesem Falle kongruente Figur ist dann in die richtige Lage zu bringen. (Auch dafür folgt später eine andere Lösung.)

Fig. 22.

Fig. 21.





Die zwei letzten Aufgaben sind eigentlich mit Hülfe der umgekehrten Aufgabe gelöst, was als besondere Methode behandelt werden kann.

Aufgabe d) Durch einen der Schnittpunkte zweier sich schneidenden Kreise eine Sekante zu legen, die in gegebenem Verhältnis geteilt ist.

Auflösung. Jede Sekante AB, die durch den Schnittpunkt P der Kreise geht, giebt mit dem anderen Kreisschnitte Q ein Dreieck. Alle diese Dreiecke sind ähnlich wegen der übereinstimmenden Peripheriewinkel α und β über PQ. Man zeichne ein beliebiges Dreieck $A_1 B_1 Q_1$ mit den Winkeln α und β, teile $A_1 B_1$ in dem gegebenen Verhältnis, was den Punkt P_1 giebt und ziehe $P_1 Q_1$. Der Winkel $P_1 Q_1 A_1$ ist an PQ anzutragen und giebt die Lösung.

31) Methode der Umkehrung der Aufgabe.

Aufgabe a) Ein Quadrat in ein gleichseitiges Dreieck von derselben Fläche zu verwandeln.

Auflösung. Man verwandelt zunächst ein gleichseitiges Dreieck von beliebiger Größe in ein Rechteck und dieses in ein Quadrat. Jetzt hat man das Verhältnis zwischen Quadrat- und Dreiecksseite für den Fall der Flächengleichheit. Die Seite des gesuchten gleichseitigen Dreiecks kann daher als vierte Proportionale konstruiert werden.

Entsprechend läßt sich jedes Quadrat in ein Vieleck verwandeln, welches einem gegebenen ähnlich ist; also jedes Vieleck in ein flächengleiches, welches einem beliebigen anderen Vieleck ähnlich ist.