Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1901

Anwendung auf die Berechnung des Flüssigkeitswiderstandes

urn:nbn:de:hbz:466:1-84695

Einheit der Länge so gewählt werden, dass die Breite der Oeffnung $\pi + 2$ Längeneinheiten enthält. Zugleich muss ferner die Einheit der Zeit so bestimmt werden, dass im Strahle nach erfolgter Contraction während dieser Zeit die Längeneinheit zurückgelegt wird. Dann sind die vorhergehenden Formeln ohne Weiteres auf jeden gegebenen Fall anwendbar; der Contractionscoefficient, auf dessen Ableitung es besonders ankam, ist übrigens von diesen besonderen Festsetzungen unabhängig.

Schliesslich sei noch einmal hervorgehoben, dass die Lehre von den Flüssigkeitsstrahlen auch solche Fälle umfasst, in denen der austretende Strahl in eine ruhende Flüssigkeit der gleichen Art eindringt, wie etwa ein Luftstrahl in den Luftraum oder wie ein unter Wasser ausmündender Wasserstrahl. Freilich liegt in diesen Fällen die Möglichkeit zur Auflösung des Strahls durch die Ausbreitung der Wirbel von der Trennungsfläche her in Folge der Reibungen viel näher und die Entwickelungen werden daher weniger zuverlässig.

Eine beachtenswerthe Anwendung hat die Lehre von den Flüssigkeitsstrahlen namentlich zur Berechnung des Widerstandes gefunden, den eine Flüssigkeit einem relativ zu ihr bewegten Körper entgegensetzt. Wir sahen früher, dass eine vollkommene Flüssigkeit bei wirbelfreier Bewegung überhaupt keinen Widerstand leistet. Dagegen kann man einen solchen Widerstand herausrechnen, wenn man die Bewegung zwar sonst immer noch als wirbel- und reibungsfrei behandelt, dagegen eine Trennungsfläche annimmt, die sich in der Strömung hinter dem Hindernisse bildet. Der Grund dafür, dass dann ein resultirender Wasserdruck herauskommen muss, ist leicht einzusehen. Wenn das Hinderniss, das sich der Strömung entgegenstellt, etwa ein ebenes Brett ist, grenzt das ruhende Wasser auf der Rückseite des Brettes in der Wirbelfläche an die schnell strömende Flüssigkeit an, die sich um das Hinderniss herumgebogen hatte. An der Grenzfläche herrscht zu beiden Seiten derselbe Flüssigkeitsdruck; das ruhende Wasser auf der Rückseite des Bretts steht daher unter demselben Drucke wie das schnell strömende im Strahle. Andererseits soll die Bewegung jenseits der Trennungsfläche im Strahle und vor dem Hindernisse überall wirbelfrei sein. Innerhalb dieses Gebiets gilt daher überall die in § 40 abgeleitete Beziehung, dass die Summe aus kinetischer Energie, potentieller Energie und Flüssigkeitsdruck constant ist. Auf der Vorderseite des Bretts, in dessen nächster Nachbarschaft, sind die Geschwindigkeiten jedenfalls gering und daher ist der Druck dort viel grösser, als in den Grenzlinien des Strahls oder also auch als auf der Rückseite des Bretts. Der Druckunterschied zwischen Vorderseite und Rückseite sucht das Brett in der Richtung der Strömung mit fortzureissen. — Man sieht hier deutlich, wie wesentlich die Trennungsfläche ist. In dieser springt die Geschwindigkeit von einem endlichen Werthe plötzlich auf Null, ohne dass damit eine Druckabnahme verbunden wäre. Nur durch die Wirbelfläche wird es möglich, dass zu beiden Seiten des Bretts zur Geschwindigkeit Null ganz verschiedene Drücke gehören.

Die Ausführung der Rechnung gleicht vollständig der vorhergehenden. Lord Rayleigh hat auf diesem Wege die schon im ersten Bande § 61 erwähnte Formel für den Winddruck beim schiefen Stosse auf eine ebene Fläche abgeleitet. Die theoretischen Erwägungen sind bei diesen Untersuchungen freilich nicht ganz einwandfrei, da sie keine Rechenschaft darüber geben, was schliesslich in grösserer Entfernung nach dem Passiren des Hindernisses geschieht, oder vielmehr, weil das, was die Formeln hierüber aussagen, im offenbaren Widerspruche mit dem wirklichen Verhalten steht. Ich gehe desshalb auch nicht weiter darauf ein. Immerhin wird aber durch die Berücksichtigung der Trennungsfläche schon der erste und wichtigste Schritt gemacht, um zu einer den Thatsachen besser gerecht werdenden Theorie zu gelangen; mit Rücksicht darauf kann es auch einstweilen zugelassen werden, dass die näheren Annahmen, die sich auf die Trennungsfläche selbst beziehen, freilich noch durchaus nicht zutreffend sind. Jedenfalls hat bereits jener erste Schritt eine Winddruckformel abzuleiten gestattet, die mit der Wirklichkeit schon recht gut übereinzustimmen scheint. — Auch der Werth für den Contractionscoefficienten, den die vorher durchgeführte Rechnung lieferte, stimmt mit den Beobachtungen nicht schlecht überein. Die Helmholtz'sche Lehre von den Flüssigkeitsstrahlen ist daher als ein beachtenswerther Fortschritt der Hydrodynamik zu betrachten, wenn sie auch selbst in Hinsicht auf die physikalische Genauigkeit noch viel zu wünschen übrig lässt.

§ 45. Die Sätze von Helmholtz über die Wirbelbewegungen.

Eine der Hauptursachen für die Abweichungen zwischen der Dynamik der reibungsfreien Flüssigkeiten und den in Wirklichkeit stattfindenden Flüssigkeitsbewegungen besteht, wie schon aus den Untersuchungen des vorausgehenden Paragraphen folgt, in dem Auftreten von Wirbeln. Den physikalischen Grund für die Bildung der Wirbel erkennen wir (abgesehen von besonderen Fällen, auf die jetzt nicht weiter hingewiesen zu werden braucht) in der Flüssigkeitsreibung. Solange wir uns nicht dazu entschliessen, das einfache Bild der reibungsfreien Flüssigkeit aufzugeben, vermögen wir daher über das Entstehen der Wirbel keine hinreichende Rechenschaft zu geben. Man kann sich dagegen die Aufgabe stellen, den weiteren Verlauf der Flüssigkeitsbewegung, nachdem einmal auf irgend eine Art Wirbel in ihr entstanden sind, unter der Voraussetzung zu untersuchen, dass die Flüssigkeit weiterhin als reibungsfrei angesehen werden könne. Jedenfalls wird damit ein wichtiger weiterer Schritt zur Erforschung des wahren Verhaltens der Flüssigkeiten gethan, ohne dass man dabei sofort genöthigt wäre, die für die theoretische Behandlung so wesentliche Vereinfachung zu opfern, die in der Vernachlässigung der Reibungen liegt.

Ich greife hier auf die Euler'schen Gl. (213) und (206) und auf die Definitionsgleichung (217) für den Wirbelvektor $\mathfrak{w}$ zurück, die ich der Uebersicht wegen hier nochmals zusammenstelle:

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z} = 0 \qquad [(206)]$$