



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Vorlesungen über technische Mechanik**

**Föppl, August**

**Leipzig, 1901**

Methode von Euler

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84695](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84695)

für alle Schnittrichtungen gleich gross. Diese Unterschiede kommen aber in der Dynamik der vollkommenen Flüssigkeit nicht in Betracht.

Für die weitere Untersuchung stehen uns nun zwei Wege offen. Wir können zunächst unser Augenmerk auf eine bestimmte Stelle des Raumes richten, in dem die Flüssigkeitsströmung erfolgt. Der augenblickliche Zustand der Strömung an dieser Stelle wird, da die Flüssigkeit unzusammendrückbar sein sollte, vollständig durch die Richtung und Grösse der Geschwindigkeit beschrieben, mit der die Bewegung hier gerade vor sich geht. Bezeichnen wir den von einem festen Anfangspunkte nach dieser Stelle gezogenen Radiusvektor mit  $\mathbf{r}$  und die Geschwindigkeit, die zur Zeit  $t$  hier auftritt, mit  $\mathbf{v}$ , so wird durch eine Function

$$\mathbf{v} = \varphi(\mathbf{r}, t) \quad (202)$$

die Geschwindigkeit für jede Stelle des von der Flüssigkeit erfüllten festen Raumes und für jeden Augenblick beschrieben werden können. Will man in Coordinaten rechnen, so kann man Gl. (202) auch in ihre Componenten

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \varphi_1(x, y, z, t) \\ v_2 &= \varphi_2(x, y, z, t) \\ v_3 &= \varphi_3(x, y, z, t) \end{aligned} \right\} \quad (203)$$

zerlegen. Das ganze Problem wird demnach darauf hinauskommen, die Function  $\varphi$  (oder ihre Componentenfunctionen  $\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3$ ) zu ermitteln, denn mit ihr wird zugleich die Bewegung in allen Einzelheiten und für den ganzen Verlauf des Vorgangs bekannt. Freilich gehört zur vollständigen Beschreibung auch die Angabe des Drucks, der zu irgend einer Zeit an irgend einer Stelle herrscht. Man erkennt aber schon aus den vorausgehenden Bemerkungen, dass der Druck nachträglich immer leicht angegeben werden kann, wenn man die Bewegung schon kennt und in der That wird sich in der Folge zeigen, dass der Druck mit der Function  $\varphi$  in so einfacher Weise zusammenhängt, dass er mit  $\varphi$  ebenfalls überall und zu jeder Zeit bekannt wird.

Der durch diese Betrachtung angewiesene Weg zur Untersuchung des ganzen Vorgangs ist zuerst von Euler beschritten worden. Die Gleichungen, zu denen man auf diesem Wege geführt wird, bezeichnet man daher als die Euler'schen hydrodynamischen Gleichungen. Gewöhnlich ist diese Untersuchungsmethode die bequemste. Zuweilen führt aber auch eine zweite, die von Lagrange weiter ausgearbeitet wurde, besser zum Ziele und die Gleichungen, die sich auf diese beziehen, bezeichnet man als die hydrodynamischen Gleichungen von Lagrange, obwohl auch Euler selbst, der um ein Menschenalter früher lebte, mit diesem zweiten Wege ebenfalls schon ganz gut bekannt war.

Das zweite Verfahren besteht nämlich darin, dass man das Augenmerk nicht auf eine bestimmte Stelle des Raumes richtet und zusieht, wie sich die Geschwindigkeit hier im Laufe der Zeit ändert, sondern indem man die Schicksale eines bestimmten Flüssigkeitstheilchens im Laufe des Bewegungsvorgangs verfolgt. Um anzugeben, was für ein Theilchen man meint, zieht man einen Radiusvektor  $\mathbf{r}_0$  von einem festen Anfangspunkte nach jener Stelle, die das Theilchen zu einer gewissen Zeit, die zum Ausgange der Untersuchung gewählt wird, inne hatte. Nach Verlauf einer Zeit  $t$  wird es sich an einer anderen Stelle befinden, deren Radiusvektor  $\mathbf{r}$  sei. Die Gleichung

$$\mathbf{r} = \psi(\mathbf{r}_0, t) \quad (204)$$

gibt dann bei constantem  $\mathbf{r}_0$  die Bahncurve des Theilchens an. Wenn die Function  $\psi$  für alle möglichen Werthe von  $\mathbf{r}_0$  bekannt ist, hat man ebenfalls eine erschöpfende Beschreibung des ganzen Bewegungsvorgangs. Auch bei der Untersuchungsmethode von Lagrange handelt es sich daher im Wesentlichen um die Bestimmung einer Function  $\psi$ . Natürlich kann auch Gl. (204) durch drei Componentengleichungen ersetzt werden.