Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1901

Genauere Näherungsformel

Integral zu erhalten, braucht man nun blos den Mittelwerth $\frac{1}{2}$ mit dem ganzen Bogen $\frac{\pi}{2}$, nach dem integrirt wird, zu multipliciren, um das Resultat $\frac{\pi}{4}$ zu finden. Mit dieser Begründung, die ohne Rechnung angestellt werden kann, merkt man sich die Formel am besten, denn wenn man auch vergessen haben sollte, wie viel das Integral ausmacht, kann man dies nach kurzem Besinnen auf Grund der vorausgehenden Ueberlegung sofort wieder angeben.

Führen wir nun die Integration aus, so erhalten wir

$$t = \sqrt{\frac{l}{g}}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right).$$

Wenn α nicht zu gross, $\frac{\alpha}{2}$ hiermit erst recht nicht gross ist, kann man an Stelle des Sinus, wenn man will, auch den Bogen setzen. Nimmt man ausserdem noch das Vierfache, so erhält man für die Dauer einer vollen Schwingung

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right). \tag{57}$$

Das letzte Glied in der Klammer bildet das Correctionsglied der mehr angenäherten Formel gegenüber der gewöhnlich gebrauchten einfachen Formel (48).

§ 10. Schwingungen auf der Cycloide.

Beim Pendel ist der bewegliche Punkt genöthigt, auf einem Kreise zu bleiben. Man gelangt zu Bewegungen, die den Pendelschwingungen ganz nahe verwandt sind, wenn man den Kreisbogen durch irgend eine andere Curve ersetzt. Von besonderem Interesse ist hier namentlich die Bewegung auf der Cycloide.

Man untersucht diese genau nach derselben Methode wie die Pendelbewegung. Zunächst sei eine Gleichung der Cycloide abgeleitet, wobei von der bekannten Erzeugungsweise der Cycloide durch Rollen eines Kreises auf einer Geraden ausgegangen werden soll. Der Winkel φ, den die Tangente mit