Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1901

Potentialgefall

urn:nbn:de:hbz:466:1-84695

Der mit dem negativen Vorzeichen versehene Differentialquotient $-\frac{\partial V}{\partial x}$ giebt an, um wie viel V in der Richtung der X-Axe auf die Längeneinheit des Weges bezogen an der betreffenden Stelle des Feldes abnimmt. Man bezeichnet diese Grösse kürzer als das Potentialgefäll und fasst dann die Gl. (11) und (12) in der Aussage zusammen:

Die Componente der Kraft in irgend einer gegebenen Richtung ist gleich dem Potentialgefälle in dieser Richtung.

Auch die Richtung der Kraft $\mathfrak{P}$ selbst lässt sich mit Hülfe dieser Bezeichnung in einfacher Weise angeben. Offenbar wird nämlich die Componente von $\mathfrak{P}$ am grössten für eine Richtung, die mit $\mathfrak{P}$ zusammenfällt. Hieraus folgt in Verbindung mit der vorigen Aussage:

Die Kraft des Feldes geht in der Richtung des grössten Potentialgefälles und ihr Absolutbetrag ist gleich diesem Gefälle.

Schliesslich erwähne ich noch, dass man Gl. (13) zweckmässig in die abgekürzte Schreibweise

$$\mathfrak{P} = -\nabla V \tag{14}$$

zusammenfassen kann, in der ∇ ein „räumlicher Differentialoperator" ist, nämlich an die Stelle von

$$\nabla = \mathfrak{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathfrak{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathfrak{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

tritt und hiermit jene Operation durch ein einziges Symbol kennzeichnet, durch die das Gefäll der Grösse V gefunden wird. Als zweckmässig ist übrigens diese Bezeichnung nicht etwa bloss deshalb anzusehen, weil Gl. (14) mit weniger Schriftzeichen geschrieben wird als Gl. (13) oder der damit gleichwerthige Verein der Gl. (12), sondern weil es die Einheit der Vorstellung fördert, wenn einem an sich einfachen Begriffe, der selbst sprachlich durch ein einziges Wort („Potentialgefäll" oder vielmehr noch kürzer „Gefäll" überhaupt) wiedergegeben werden kann, auch in der Rechnung durch ein einfaches und nicht weiter zusammengesetztes Zeichen Ausdruck gegeben wird.

Zur besseren Veranschaulichung der vorausgehenden Betrachtungen dient eine sehr bekannte geometrische Construction. Von einem Punkte des Kraftfeldes ausgehend, sucht man nämlich alle Nachbarpunkte auf, in denen das Potential den gleichen Werth besitzt. Alle diese Punkte liegen auf einem Flächenelemente, das senkrecht zur Feldkraft $\mathfrak{P}$ gestellt ist, denn nur für eine Verschiebung $d\mathfrak{s}$ senkrecht zu $\mathfrak{P}$ wird das zugehörige $\mathfrak{P}d\mathfrak{s}$ und hiermit dV zu Null. Geht man hierauf in derselben Weise nach allen Seiten hin weiter fort, so erhält man eine Fläche, die jene Punkte des Feldes mit einander verbindet, für die das Potential denselben Wert V besitzt. Eine solche Fläche wird als eine Aequipotentialfläche oder kürzer als eine Niveaufläche bezeichnet.

Wir wollen annehmen, dass eine ganze Schaar von solchen Niveauflächen im Felde construirt sei und zwar derart, dass sich das Potential von je aufeinanderfolgenden Flächen immer um den gleichen Betrag unterscheidet. Man kann dann jede dieser Niveauflächen als eine Stufenfläche und die Schaar aller Stufenflächen als eine Potentialtreppe bezeichnen. Je steiler diese Treppe ist, d. h. je dichter die Stufenflächen aufeinander folgen, um so grösser ist an der betreffenden Stelle die Kraft des Feldes, die ja, wie wir aus Gl. (14) wissen, gleich dem Potentialgefälle ist. Hiernach kann man aus einer Zeichnung der Potentialtreppe alle Eigenschaften des Kraftfeldes ableiten Der Abstand aufeinanderfolgender Stufenflächen giebt ein der unmittelbaren Abschätzung bequem zugängliches Maass für die Grösse der Kraft und die Richtung der Kraft wird durch die Normale zur Stufenfläche angegeben.

Häufig giebt man, um die Richtung der Kraft des Feldes besser hervortreten zu lassen, an Stelle der Potentialtreppe oder auch neben dieser die Kraftlinien an. Das sind Linien, die von irgend einem Punkte des Feldes ausgehend, weiterhin überall der Richtung von $\mathfrak{P}$ folgen. Die Richtung der Kraft an irgend einer Stelle wird hiernach durch die Tangente an