



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Vorlesungen über technische Mechanik**

**Föppl, August**

**Leipzig, 1901**

Zusammenhang mit dem Satze von der Erhaltung der Energie

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84695](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84695)

sich daher auch dahin aussprechen, dass für das wirbelfreie Kraftfeld die algebraische Summe der an dem bewegten Punkte geleisteten Arbeiten für jede geschlossene Curve zu Null wird.

Wenn  $\int \mathfrak{P} d\mathfrak{s}$  von Null verschieden und etwa positiv wäre, könnte man dadurch, dass man die betreffende Bahn wiederholt von dem bewegten Punkte in dem constanten Kraftfelde durchlaufen liesse, beliebig grosse Arbeitsmengen gewinnen, d. h. man wäre im Besitze eines Perpetuum mobile. Wäre  $\int \mathfrak{P} d\mathfrak{s}$  negativ, so brauchte man nur den Umlaufssinn entgegengesetzt zu wählen, womit sich die Vorzeichen aller Arbeiten  $\mathfrak{P} d\mathfrak{s}$  umkehrten und man hätte dann ebenfalls ein Perpetuum mobile vor sich.

Nach dem Gesetze von der Erhaltung der Energie könnte es hiernach scheinen, als wenn solche Kraftfelder überhaupt physikalisch unmöglich wären. In der That hat man diesen Schluss früher zuweilen gezogen; er wird aber hinfällig, wenn man bedenkt, dass die an dem bewegten Punkte gewonnene Arbeit recht wohl durch eine Energiezufuhr von anderer, nicht mechanischer Form aufgewogen werden kann. Das schlagendste Beispiel dafür ist ein gewöhnlicher electrodynamischer Motor. Wir sehen, wie sich der Anker einer als Motor betriebenen Dynamomaschine fortwährend umdreht und dabei Arbeit nach aussen abgiebt, während das Kraftfeld, in dem er rotirt, constant bleibt. Wenn man sich hier ausschliesslich auf den Boden der Mechanik stellen und die elektromagnetischen Energieströme, die daneben herlaufen, ausser Acht lassen wollte, hätte man in der That ein Perpetuum mobile mit allen mechanischen Eigenschaften vor sich, wie sie die alten Erfinder von einem solchen erwarteten. Wir wissen nun zwar, dass das Gesetz von der Erhaltung der Energie oder von der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile im neueren Sinne hierdurch nicht umgestossen wird; aber wir müssen doch diesem Beispiele die Lehre entnehmen, dass in der That Kraftfelder vorkommen, für die  $\int \mathfrak{P} d\mathfrak{s}$  nicht gleich Null ist, die also nicht als wirbelfreie zu bezeichnen sind.

Dagegen lässt sich zeigen, dass alle Kraftfelder, die auf Centralkräfte zurückgeführt werden können, im ganzen Raume wirbelfrei sind. Um dies zu beweisen, nehme man zunächst an, dass nur ein einziges Anziehungscentrum vorhanden sei. Wir denken uns um dieses Centrum eine Kugelfläche von beliebigem Halbmesser beschrieben. Solange sich der angezogene Punkt nur auf der Oberfläche dieser Kugel bewegt, ist die von der Kraft  $\mathfrak{P}$  des Feldes geleistete Arbeit stets gleich Null, denn  $\mathfrak{P}$  fällt in jedem Augenblicke in die Richtung des Radius und steht daher senkrecht zu jedem Wege, den der bewegte Punkt auf der Kugelfläche beschreiben mag. Lässt man dagegen den Punkt auf eine concentrische Kugelfläche übertreten, deren Halbmesser etwa um  $dr$  grösser ist, so ist die von  $\mathfrak{P}$  geleistete Arbeit gleich  $-Pdr$ , wie auch der Uebergang gewählt werden möge, denn von dem beschriebenen Wege kommt immer nur die Projektion  $dr$  auf die Richtung des Radius in Betracht. Daraus folgt, dass auch immer dieselbe Arbeit geleistet wird, wenn man den bewegten Punkt von dem Abstände  $r_1$  zum Abstände  $r_2$  vom Anziehungscentrum überführt, ohne Rücksicht auf den Weg, der hierbei im Uebrigen eingeschlagen wird. Für einen Weg, der wieder zum Ausgangspunkte zurückführt, hebt sich hiernach die Summe aller  $\mathfrak{P}ds$  hinweg. — Dies gilt zunächst für ein einzelnes Anziehungscentrum. Hat man beliebig viele Kraftcentren, so beachte man, dass sich  $\mathfrak{P}$  als die Resultirende aller von diesen ausgehenden Elementarkräfte auffassen lässt und dass die Arbeit der Resultirenden bei jeder beliebigen Bewegung gleich der algebraischen Summe aller Einzelarbeiten ist. Hiernach zerfällt  $\int \mathfrak{P}ds$  in ebenso viele Glieder als Kraftcentren vorhanden sind und jedes dieser Glieder ist nach dem vorhergehenden Beweise für sich gleich Null. Wir können hiernach in der That allgemein behaupten, dass alle Kraftfelder wirbelfrei sind, die aus Centralkräften zusammengesetzt sind und dass es ein ganz vergebliches, früher freilich oft versuchtes Bemühen ist, solche nicht wirbelfreie Kraftfelder, wie das, in dem z. B. der Anker einer Dynamomaschine rotirt, auf Centralkräfte zurückzuführen.