Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1901

§. 15 a. Anwendung des Flächensatzes auf die Theorie der Turbinen

urn:nbn:de:hbz:466:1-84695

Gl. (84) für einen praktisch befriedigenden Massenausgleich hat aber erst Schlick erkannt und damit einen wichtigen Fortschritt im Baue der grossen Oceandampfer herbeigeführt. — Zugleich erkennt man übrigens leicht aus den Gl. (83) und (84), dass eine Maschine mindestens vier Cylinder haben muss, wenn der Ausgleich allgemein möglich sein soll.

§ 15a. Anwendung des Flächensatzes auf die Theorie der Turbinen.

Während des gleichförmigen Ganges einer Turbine besitzt der aus dem Laufrade sammt Welle und Wasserinhalt bestehende Punkthaufen stets dieselbe Bewegung. Daher behält auch der auf die Umdrehungsaxe bezogene Drall B dieses Punkthaufens immer denselben Werth, falls man in jedem Augenblicke immer jene Wassertheilchen in Betracht zieht, die sich grade im Laufrade befinden. Bei der Anwendung des Flächensatzes kommt es aber nicht auf den in dieser Weise berechneten Drall an, sondern auf jenen, der stets auf dieselben materiellen Punkte bezogen wird. Dieser erfährt wegen des Weiterströmens der Wassermasse durch die Turbine eine Aenderung, die für ein Zeitelement dt berechnet werden soll.

Bezeichnet man mit M die Masse des die Turbine in der Zeiteinheit durchströmenden Wassers, so tritt während dt eine Wassermasse Mdt mit irgend einer absoluten Geschwindigkeit v_1 in das Laufrad ein und eine ebenso grosse Masse verlässt das Rad mit einer Geschwindigkeit v_2. Die Aenderung dB des auf dieselben Massen wie zu Anfang von dt bezogenen Dralls ist dann, da sich im Uebrigen nichts geändert hat, gleich dem Unterschiede zwischen den statischen Momenten der Bewegungsgrössen für die austretende und für die eintretende Wassermasse Mdt.

Am einfachsten ermittelt man diese Momente, indem man die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 auf die Richtungen der zugehörigen Umfangsgeschwindigkeiten des Laufrads projicirt. Bezeichnet man diese Projektionen mit $v_1 \cos \alpha_1$ und $v_2 \cos \alpha_2$

(wobei also unter α_1 und α_2 die Winkel zwischen den Richtungen der v und der Bewegungsrichtung des Laufrads an der gleichen Stelle zu verstehen sind) und die Abstände von der Umdrehungsaxe mit r_1 und r_2, so hat man

$$dB = M dt (v_2 \cos \alpha_2 r_2 - v_1 \cos \alpha_1 r_1).$$

Nach dem Flächensatze ist dann das ebenfalls auf die Umdrehungsaxe bezogene statische Moment K der äusseren Kräfte, die (etwa durch Vermittelung einer aufgekeilten Riemenscheibe) auf die Laufradwelle übertragen werden müssen, um diese in gleichförmigem Gange zu unterhalten,

$$K = \frac{dB}{dt} = M (v_2 \cos \alpha_2 r_2 - v_1 \cos \alpha_1 r_1). \tag{84a}$$

Aus K folgt die Arbeit A, die von der Turbine in der Zeiteinheit nach aussen hin abgegeben wird, durch Multiplikation mit der Winkelgeschwindigkeit u, also

$$A = M u (v_2 \cos \alpha_2 r_2 - v_1 \cos \alpha_1 r_1). \tag{84b}$$

Durch einfache Umrechnungen, auf die hier nicht weiter eingegangen zu werden braucht, kann man die absoluten Geschwindigkeiten v_1 und v_2 auch in den Relativgeschwindigkeiten gegen das Laufrad in Verbindung mit den Umfangsgeschwindigkeiten ur_1 und ur_2 des Laufrads ausdrücken. Die in dieser Weise umgeformte Gleichung wird von Zeuner als die erste Hauptgleichung der Turbinentheorie bezeichnet. Eine zweite Hauptgleichung, die zur vorigen hinzutreten muss, um alle in der Aufgabe vorkommenden Grössen berechnen zu können, erhält man nach Zeuner, indem man für A noch einen zweiten Ausdruck auf Grund des Satzes von der lebendigen Kraft aufstellt und ihn dem vorigen gleichsetzt. Aus der so erhaltenen zweiten Hauptgleichung berechnet man die Geschwindigkeiten, mit denen das Wasser das Rad durchströmt und hierauf nach der ersten Hauptgleichung die Leistung A der Turbine, auf deren Ermittelung es namentlich ankommt.

Die weitere Durchführung der Rechnung würde über den Rahmen dieses Buches hinausgehen; es handelte sich hier nur darum, zu zeigen, auf wie einfache Art man mit Hülfe des Flächensatzes zur ersten Hauptgleichung gelangen kann, die sonst auf viel umständlicherem Wege abgeleitet wird.

§ 16. Die freien Axen.

Ein starrer Körper möge anfänglich eine beliebige Bewegung besitzen und hierauf ohne Einwirkung äusserer Kräfte sich selbst überlassen werden. Wir schliessen nach Schwerpunkts- und Flächensatz von Neuem, dass sowohl die Bewegungsgrösse des ganzen Körpers als auch der Drall constant bleiben müssen. In jedem Augenblicke kann man sich die Bewegung in eine Translation zerlegt denken mit jener Geschwindigkeit, die dem Schwerpunkte zukommt und in eine Rotation um eine durch den Schwerpunkt gehende Axe. Die Translation geht nach dem Schwerpunktssatze gleichförmig vor sich und interessirt uns kaum. Viel wichtiger ist jetzt für uns die Frage nach der Rotationsbewegung. Wir wollen daher von der Translation ganz absehen, also annehmen, dass der Schwerpunkt des starren Körpers schon von Anfang an ruhte; beim Fehlen aller äusseren Kräfte wird er dann auch dauernd in Ruhe bleiben, so dass wir es in der That nur noch mit den Rotationen zu thun haben. Im Uebrigen muss aber betont werden, dass auch im allgemeineren Falle das, was jetzt von den Rotationsbewegungen für sich ausgesagt werden soll, unverändert gültig bleibt, und dass dann nur noch die von den Rotationen unabhängige und hier gleichgültige constante Translationsbewegung hinzutritt.

Wir werden das wichtige Problem, die Bewegung eines sich selbst überlassenen starren Körpers anzugeben, nur schrittweise in Angriff nehmen. Hier beschränken wir uns auf die Beantwortung der Frage, ob die Rotationsaxe ihre Richtung im Raume und im Körper dauernd beibehält oder nicht.

Wer sich diese Frage zum ersten Male vorlegt, ohne vorher davon gehört zu haben, wird leicht geneigt sein, die Constanz der Rotationsaxe für alle Fälle von vornherein anzunehmen. Schon die oft nicht ganz stichhaltige Fassung des