Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Analytisches Maximum der Spannung für den quadratischen Querschnitt.

urn:nbn:de:hbz:466:1-84594

$$y = \pm a \sqrt{\frac{1}{3}}, \qquad z = \pm a \sqrt{\frac{1}{3}}$$

übrig. Setzt man diese Werthe in die Gleichung für τ^2 ein, so erhält man

$$\tau^2_{\max} = \frac{3}{32} \frac{M^2}{a^6}$$

oder

$$\tau_{\max} = 0{,}306 \frac{M}{a^3}.$$

Mit der Ermittelung des analytischen Maximums ist aber die Frage noch nicht beantwortet, wo der absolut grösste Werth von τ auftritt; dieser kann auch, ohne ein analytisches Maximum zu sein, am Umfange vorkommen. Nach dem, was wir über die Spannungsvertheilung längs des Umfanges gefunden haben, brauchen wir nur noch in den Mitten der Rechteckseiten nach dem grössten Werthe von τ zu suchen. Mit $y = a$ und $z = 0$ wird

$$\tau = \frac{9 M}{16 a^2 b}. \tag{244}$$

Setzen wir auch jetzt wieder $b = a$, so liefert dies

$$\tau = 0{,}5625 \frac{M}{a^3},$$

also in der That erheblich mehr als an der Stelle des analytischen Maximums, das auf der Diagonale vorkommt. Diese Erfahrung berechtigt uns, zunächst wenigstens für Wellen, deren Querschnitt nicht zu sehr von einem Quadrate abweicht, nur auf die grösste am Umfange auftretende Spannung zu achten. Aber auch für andere Verhältnisse der Rechteckseiten zu einander würde eine nach dem Muster der vorausgehenden durchgeführte Betrachtung voraussichtlich zu dem gleichen Ergebnisse führen. Den Werth von τ in der Mitte der anderen Rechteckseite erhalten wir aus Gl. (244), wenn wir darin a mit b vertauschen. Wir erkennen daraus, dass τ am grössten in der Mitte der grösseren Rechteckseite, also am grössten an jener Stelle des Umfangs wird, die dem Mittelpunkte des Rechtecks am nächsten liegt. Bei der Anwendung von Gl. (244) zur Berechnung der Festigkeit einer Welle ist daher unter a die kleinere Rechteckhalbseite zu verstehen.

Gewöhnlich wird die Formel (244) in der Art ausgesprochen, dass die ganzen Rechteckseiten a_1 und b_1 an Stelle der Halbseiten a und b darin vorkommen. Mit $a_1 = 2a$ und $b_1 = 2b$ geht sie über in

$$\tau = \frac{9M}{2a_1^2 b_1}. \tag{245}$$

Es mag noch bemerkt werden, dass nach der älteren Theorie, die von der Voraussetzung ausging, die Querschnitte blieben bei der Torsion eben, eine ganz andere Spannungsvertheilung gefunden wurde, als hier. Danach wäre die Spannung τ am grössten in den Ecken, wo sie aber in Wirklichkeit sicher gleich Null ist. Ausserdem nahm man nach Gl. (229) an, dass es, um eine grosse Festigkeit gegen Verdrehen herbeizuführen, vor allem darauf ankomme, einen Querschnitt von grossem polaren Trägheitsmomente Θ_p zu wählen. Bei rechteckigem Querschnitte schien es daher nützlicher, die grössere Rechteckseite noch weiter zu vergrössern als die kleinere oder mit anderen Worten, man glaubte, dass die Verdrehungsfestigkeit bei gegebenem Inhalte des Querschnitts um so grösser sei, je mehr sich der Querschnitt von einem Quadrate unterscheide. Wenn man daran gedacht hätte, wie gering der Widerstand ist, den eine gewöhnliche Reissschiene dem Verdrehen entgegensetzt, hätte man freilich sofort darauf aufmerksam werden müssen, dass man sich auf einem falschen Wege befand. Es ist unglaublich, wie schwer es ist, Irrthümer, die sich einmal fest eingewurzelt haben, wieder zu beseitigen, denn in der That spukt die ältere Theorie der Torsion selbst heute noch gelegentlich herum.

§ 55. **Berechnung der Torsionsfedern.**

Die Mittellinie eines Drahtes besitze im spannungslosen Zustande eine schraubenförmige Gestalt (Abb. 62, s. S. 357). Durch zwei Kräfte P, deren Richtungslinien mit der Cylinderaxe zusammenfallen, soll die Feder — wie wir den Draht