Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Elasticitätsversuche mit Eisenplatten.

urn:nbn:de:hbz:466:1-84594

$$y = -\frac{Q}{2}\left\{\frac{x^2}{2}\lg\frac{r}{x} + \frac{x^2}{4} + \frac{m}{m+1}\frac{x^2}{2}\right\} + C. \qquad (187)$$

Für $x = r$ muss y wieder zu Null werden; daraus folgt für die Integrationsconstante C

$$C = \frac{Q}{2}\left(\frac{r^2}{4} + \frac{m}{m+1}\frac{r^2}{2}\right).$$

Dies ist zugleich der Werth von y für $x = 0$; also der Biegungspfeil. Nach Einsetzen von Q aus Gl. (164) und mit $m = \frac{10}{3}$ erhält man daher

$$f = \frac{3(m-1)(3m+1)}{4\pi m^2} \cdot \frac{Pr^2}{Eh^3} = 0{,}55\frac{Pr^2}{Eh^3}. \qquad (188)$$

Der Biegungspfeil wird also bei dieser Belastung für die frei aufliegende Platte, wie ein Vergleich mit Gl. (177) lehrt, etwa $2\frac{1}{2}$ mal so gross, als bei unwandelbar fest eingespanntem Rande.

Anmerkung. Vor Kurzem liess ich einige Versuche mit Eisenplatten von 20 cm Durchmesser ausführen (Heft 27 der „Mittheilungen" meines Laboratoriums), die am Rande frei auflagen und in der Mitte belastet wurden. Die Platten waren aus Blechtafeln von rund 3, 6 und 10 mm Stärke geschnitten und aus denselben Tafeln waren zugleich Streifen ausgeschnitten, die als Balken aufgelagert und gleichfalls in der Mitte belastet wurden. Aus den an den Balken beobachteten Biegungspfeilen wurde der Elasticitätsmodul E des Materials nach Gl. (82) berechnet. Auch die Biegungspfeile der Platten wurden durch eine geeignete Vorrichtung bis auf $\frac{1}{500}$ mm genau gemessen. Da alle anderen Werthe in Gl. (188) ebenfalls bekannt waren, konnte sie gleichfalls nach E aufgelöst werden. Wenn alle vorausgehenden Betrachtungen und Annahmen streng richtig wären, müsste man erwarten, dass die Versuche mit den Platten zu demselben Werthe für den Elasticitätsmodul E geführt hätten, als die Versuche mit den als Balken aufgelagerten Streifen. In Wirklichkeit stellt sich aber heraus, dass der Biegungspfeil der Platten im Mittel um etwa 7 vom Hundert grösser war, als man nach den Versuchen mit den Streifen erwarten sollte.

Zugleich wurde bei diesen Versuchen die wirkliche Gestalt der Meridian-Curven der elastischen Fläche durch direkte Messungen bestimmt und mit der in Gl. (187) theoretisch ermittelten verglichen. Es zeigte sich, dass beide ihrer allgemeinen Gestalt nach in sehr guter Uebereinstimmung mit einander stehen, da die beobachteten Unterschiede noch ganz in das Bereich der Beobachtungsfehler fielen. Daraus ist zu schliessen, dass die vorher vorgetragene Theorie im Allgemeinen einen sehr guten Aufschluss über den Biegungsvorgang gibt und dass nur an irgend einer Stelle eine der Wirklichkeit nicht völlig entsprechende Annahme eingeführt wurde, die auf den ganzen Gang der Untersuchung von geringem Einflusse blieb. Möglich wäre zunächst, dass die Verhältnisszahl m, die in Gl. (188) gleich $\frac{10}{3}$ gesetzt wurde, in Wirklichkeit grösser, nämlich gleich 4,2 gewesen wäre. Diese Verhältnisszahl wurde nämlich für das Material der Platten und Streifen nicht direkt ermittelt. Im anderen Falle bliebe nur die Vermuthung übrig, dass das Superpositionsgesetz, das den Entwicklungen der letzten Paragraphen zu Grunde liegt, nicht streng zuträfe. Darauf habe ich schon in § 7 hingewiesen.

Ferner mache ich noch darauf aufmerksam, dass bei den vorhergehenden Rechnungen überall vorausgesetzt wurde, dass die Bruchgefahr von der grössten auftretenden Dehnung, also von σ_{red} abhänge, während ich schon in § 10 darauf hinwies, dass diese Annahme zwar die meisten Vertreter zählt, dass ihr aber von Manchen auch widersprochen wird, ohne dass sich diese Streitfrage bisher endgültig hätte entscheiden lassen. Nach der schon damals angeführten Ansicht von Wehage, die sich auf Belastungsversuche mit Platten stützt, wäre die Tragfähigkeit der Platten geringer einzuschätzen, als nach den Formeln des Textes. (Vgl. Wehage, Mittheilungen der technischen Versuchsanstalten zu Berlin, Jahrg. 1888, S. 89.)

§ 45. Bach'sche Näherungstheorie für kreisförmige Platten.

Die vorausgehenden Untersuchungen stehen in dem Rufe, dass sie schon etwas zu viel mathematische Schwierigkeiten enthielten, als dass sich der Ingenieur damit befassen könnte. Ich hoffe indessen, dass meine Darlegung gezeigt haben wird, dass dieser Ruf unbegründet ist; von mathematischen Sätzen wird ausser den ersten Anfangsgründen der Analysis nur das Einfachste aus der Lehre von der Integration der Differentialgleichungen vorausgesetzt. Die Aufstellung der Differentialgleichungen für φ erfordert allerdings einen gewissen Ueber-