Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

§. 40. Lösung der vorigen Aufgabe auf graphischem Wege.

urn:nbn:de:hbz:466:1-84594

einem concreten Falle numerisch gegebene Werthe; man kann daher diese Gleichungen ersten Grades ohne Weiteres nach den acht Unbekannten auflösen und kennt dann nach Gl. (140) die Gestalt der beiden Aeste der elastischen Linie. Auch das Gesetz der Druckvertheilung ist damit nach Gl. (138) gegeben.

Wenn man eine solche Untersuchung zu praktischen Zwecken durchführt, wird man die Mühe, acht Gleichungen ersten Grades nach den Unbekannten aufzulösen, nicht sonderlich scheuen, denn die Rechnung braucht nur einmal oder nur wenige Male wiederholt zu werden, um einen klaren Ueberblick über das Verhalten der Querschwelle unter verschiedenen Umständen zu verschaffen. Man wird sich also namentlich Rechenschaft darüber geben können, wie lang man die Schwelle zweckmässiger Weise beiderseits über die Schienen vorstehen lassen soll, wie stark sie zu machen ist u. s. f. Da die Querschwelle im Eisenbahnbau ein Constructionselement bildet, das sich so ungemein häufig in derselben Form wiederholt, liegt nichts daran, wenn sich ein Rechner einmal einige Tage damit abmühen muss, sofern man nur irgend einen Vortheil von einer klaren Einsicht in die Kraftvertheilung erhoffen darf. Hier aber noch weiter auf die Frage einzugehen, hätte keinen Zweck, nachdem alle principiellen Schwierigkeiten aus dem Wege geräumt sind, so dass sich der Leser jetzt selbst ohne fernere Anleitung weiter helfen kann. — Einige Ausrechnungen kommen überdies unter den Aufgaben am Ende des Abschnitts vor.

§ 40. Lösung der vorigen Aufgabe auf graphischem Wege.

An Stelle der durch Gl. (137) oder Gl. (139) ausgesprochenen Bedingung, kann man das Gesetz, dem die elastische Linie der Schwelle unterworfen ist, auch geometrisch zum Ausdrucke bringen. Die elastische Linie eines vorher graden Stabes kann nämlich, wie in der graphischen Statik gezeigt wird, als ein zweites Seilpolygon gefunden werden, das zu der gegebenen Belastungsfläche gehört. Die durch jene Differentialgleichungen zum Ausdrucke gebrachte Bedingung kommt dann darauf hinaus, dass das zweite Seilpolygon und die Belastungsfläche verhältnissgleiche Ordinaten haben müssen. Geometrisch gesprochen, handelt es sich also um die Lösung der Aufgabe, eine solche Gestalt der Belastungsfläche (also der Function p) ausfindig zu machen, die bei passender Wahl des Maassstabes mit ihrem eigenen zweiten Seilpolygon zusammenfällt.

Wenn man nun auch keine directe Methode für die graphische Lösung dieser Aufgabe angeben kann, so kann diese doch sehr leicht auf indirectem Wege, nämlich durch Probiren (nach der „regulsa falsi") gefunden werden. Man sucht sich nämlich zunächst ein ungefähres Bild von der zu erwartenden Druckvertheilung zu verschaffen. Dazu reicht schon aus, dass der Druck unterhalb der Schiene jedenfalls am grössten sein wird und dass er von da aus sowohl nach der Schwellenmitte als nach aussen hin allmählich abnimmt. Dem entsprechend zeichnet man zur Probe eine Belastungsfläche (d. h. eine graphische Darstellung der Druckvertheilung p) hin, die sonst ganz willkürlich gewählt werden darf. Dann probirt man, ob man mit dieser Vermuthung das Rechte getroffen hat, d. h. man construirt das zweite Seilpolygon dazu und trägt dessen Schlusslinie horizontal in solcher Höhe ein, dass entweder der Flächeninhalt mit dem der Belastungsfläche übereinstimmt oder auch so, dass die Ordinaten an den Enden zu den grössten Ordinaten in demselben Verhältnisse stehen wie bei der Belastungsfläche. Wenn dann auch alle anderen Ordinaten mit jenen der Belastungsfläche verhältnissgleich sind, ist dies ein Beweis für die richtige Annahme der Druckvertheilung. Im Allgemeinen wird man aber zunächst eine starke Abweichung in der Gestalt beider Curven finden. Dann ändert man die zuerst gezeichnete Belastungsfläche so ab, dass sich die Lastvertheilung jetzt mehr der Gestalt der gefundenen elastischen Linie nähert und wiederholt das Verfahren für diese zweite Annahme. Die Uebereinstimmung zwischen Belastungsfläche und zugehöriger elastischer Linie wird jetzt besser werden und nach mehrmaliger Wiederholung findet man mit hinreichender Genauigkeit die wirkliche Druckvertheilung.

Dieses graphische Verfahren hat den Vortheil, dass es auch dann noch bequem anwendbar bleibt, wenn der Querschnitt nicht constant ist (z. B. bei eisernen Querschwellen), da man auch für diesen Fall die Gestalt der zu einer angenommenen Belastungsfläche gehörigen elastischen Linie ohne Schwierigkeit auf graphischem Wege ermitteln kann. — Eine Unterscheidung zwischen den einzelnen Aesten der elastischen Linie braucht hier natürlich nicht gemacht zu werden, da es bei dem graphischen Verfahren ganz gleichgültig ist, wenn irgendwo ein Sprung in dem Werthe des dritten Differentialquotienten von y auftritt.

§ 41. Aufgaben ähnlicher Art.

An den Bedingungen, denen der Stab unterworfen ist, wird nicht viel geändert, wenn er nicht gleichmässig seiner ganzen Länge nach, sondern in einzelnen Punkten unterstützt ist, die in kleinen, unter sich gleichen Abständen aufeinander folgen. Voraussetzung ist nur, dass jede dieser Stützen unter demselben Drucke um gleich viel nachgibt. Solche Fälle kommen öfters vor. Man denke sich z. B. eine Brückenconstruction, die aus einer Anzahl ziemlich dicht nebeneinander liegender Hauptträger gebildet wird, auf die sich die der ganzen Brückenbreite nach durchlaufenden Querträger stützen. Die Vertheilung des Druckes vom Querträger, wenn dieser irgend eine Einzellast (oder auch mehrere) trägt, auf die einzelnen Hauptträger befolgt dann ungefähr dasselbe Gesetz, das durch die in § 39 gegebene Lösung dargestellt wird.

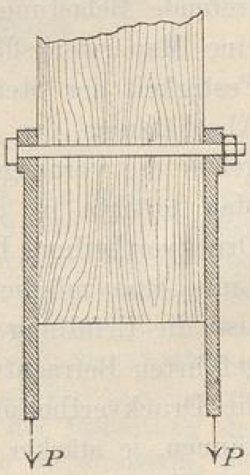

Abb. 53.

Ein anderer Fall wird durch Abb. 53 angegeben. Durch einen Holzbalken ist ein Loch gebohrt, durch das ein Schraubenbolzen gut passend gesteckt ist. Aussen greifen zwei Eisenlaschen an, die durch den Bolzen mit dem Balken verbunden sind und die durch dessen Vermittelung