



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

§. 38. Grundlegende Annahmen.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84594](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84594)

Sechster Abschnitt.

Stäbe auf nachgiebiger Unterlage.

§ 38. Grundlegende Annahmen.

Bei der Berechnung des Eisenbahnoberbaues steht man vor der Aufgabe, die Biegemomente, Scheerkräfte und Spannungen in einem Stabe zu ermitteln, der zwar seiner ganzen Länge nach gestützt ist, so jedoch, dass die Stützen selbst unter einer Belastung nachgeben. Aehnliche Fälle kommen zwar auch sonst noch bei den Anwendungen der Mechanik öfters vor; wir wollen aber, um eine deutliche Vorstellung von dem Gegenstande der Untersuchung zu gewinnen, hier zunächst immer nur an die Formänderungen und die Beanspruchungen denken, die eine gewöhnliche Eisenbahnquerschwelle erfährt, wenn die beiden auf ihr befestigten Schienen einen gegebenen Druck auf sie übertragen.

Dass sich die Schwelle etwas einsenkt, wenn ein Eisenbahnzug über das Geleis fährt, lehrt schon eine einfache Beobachtung, die man bei jedem Spaziergange längs einer von einem Zuge befahrenen Eisenbahnstrecke machen kann. Man nimmt dabei zunächst wahr, dass die Schiene selbst sich senkt. Dies kommt zum Theil daher, dass die Schwelle der Quere nach zusammengedrückt wird; indessen nur zum kleineren Theile, denn beim Nachrechnen erkennt man, dass die elastische Verkürzung der Schwellenhöhe nicht ausreichen kann, um die mit blossem Auge sehr deutlich wahrnehmbare Senkung der auf ihr ruhenden Schiene zu erklären. Die Schwelle muss sich

daher tiefer in die Kiesbettung des Eisenbahnkörpers eindrücken und zwar muss die Formänderung des Bettungskörpers eine ziemlich vollkommen elastische sein, da die Schwelle nach der Entlastung jedesmal in ihre frühere Lage zurückkehrt. Man wird im Zusammenhange mit dieser Beobachtung auch zu der Frage geführt, nach welchem Gesetze sich die Last der Länge nach auf die Kiesbettung vertheilt und sieht sofort ein, dass eine Beantwortung der Frage nur auf Grund einer näheren Untersuchung der eintretenden elastischen Formänderungen sowohl der Schwelle als des Bettungskörpers möglich ist. Natürlich hängt diese Lastvertheilung auch davon ab, auf welche Art die Schwelle schon im unbelasteten Zustande eingebettet ist; wenn irgendwo eine Lücke oder eine lockere Stelle in der Kiesbettung vorkäme, könnte an dieser Stelle überhaupt keine Lastübertragung stattfinden. Wir setzen aber als selbstverständlich voraus, dass die Schwelle überall gut unterstopft sei, so dass sie satt auf dem Kies- oder Schotterbette aufruht und dass also in dieser Hinsicht der ganzen Schwellenlänge nach die Vorbedingungen überall die gleichen sind.

Auf den ersten Blick mag es befremdlich erscheinen, dass ein Körper von der Art eines Sand- oder Kieshaufens im Stande sein könne, ziemlich vollkommen elastische Formänderungen auszuführen. Aber auch andere Erfahrungen bestätigen den Schluss, den wir aus der Beobachtung an dem Eisenbahngleise gezogen haben. In der That weiss man ja, dass ein in solcher Weise zusammengesetzter Erdboden Schallbewegungen fortzupflanzen vermag, dass er also elastische Bewegungen — solche sind die Schallbewegungen — ausführen kann. Ich habe mich aber auch noch durch einen unmittelbaren Versuch von der Elasticität des gewöhnlichen Erdbodens überzeugt. Dazu liess ich in dem Hofe meines Laboratoriums zwei Pfähle einrammen, die 3 m voneinander entfernt sind und eine Eisenschiene tragen, die etwa 70 cm über dem Boden liegt. Unterhalb der Schiene wurden kleine Holzpflocke eingeschlagen, die fest im Boden sitzen und dessen Bewegungen

mitmachen. Es handelte sich nun darum, die Verschiebungen dieser Holzpflocke gegen die darüber in fester Lage verharrende Eisenschiene zu messen. Zu diesem Zwecke wurde ein Spiegelgeräth an der Schiene befestigt und von dem Holzpflocke aus wurde eine Stange in die Höhe geführt, deren unteres Ende sich um Spitzen in einer Messingfassung drehen konnte, die an dem Holzpflocke befestigt war, während das passend zugeschnittene obere Ende auf dem Umfange des Hartgummiröllchens des Spiegelgeräths aufruhte; für einen angemessenen Druck an der Auflagerstelle sorgte ein kleines Uebergewicht. Eine Verschiebung des Holzpflocks nach abwärts verräth sich nun durch eine Drehung des Spiegels, die mit einem Fernrohre beobachtet wird. Bei meinen Versuchen entsprach eine Verschiebung des Maassstabbildes im Spiegel gegen das Fadenkreuz des Fernrohrs um einen Theilstrich einer Senkung des Holzpflocks um 0,835 Tausendstel Millimeter und auf Zehntel mm der Maassstabtheilung konnte bei der Ablesung geschätzt werden. Man las also die Bodensenkung, die der Holzpflock mitmachte, im Fernrohre in rund 1200facher Vergrößerung am Maassstabe ab und die Genauigkeit der Messung stellte sich auf etwa $\frac{1}{10000}$ mm.

Ein Beobachter, der durch das Fernrohr sieht, während eine andere Person in der Nähe des Holzpflocks auf und ab geht, sieht deutlich, wie sich der Boden bei der Annäherung des Spaziergängers senkt und bei der Entfernung wieder hebt. Bis zur angegebenen Genauigkeitsgrenze hin sind diese Bewegungen als vollkommen elastische zu betrachten. Um eine genauere Messung durchzuführen, liess ich ein gusseisernes Gewichtsstück von 100 kg in verschiedenen Entfernungen vom Holzpflocke wiederholt aufstellen und wieder wegnehmen und maass die zugehörigen elastischen Senkungen des Holzpflocks. Ich fand bei den ersten Versuchen für die

Entfernung in cm	=	20	40	60	80
die Senkung in $\frac{1}{1000}$ mm	=	18,3	4,1	1,4	0,6.

Nachträglich erfuhr ich indessen, dass der mit Kies aufgefüllte Boden im Hofe meines Laboratoriums in den vorausgehenden Jahren schon sehr oft durchwühlt worden und mit verschiedenen Canälen und Rohrleitungen durchzogen sei, von denen ich vorher nichts gewusst hatte. Messungen, die in diesem Bereiche angestellt sind, können daher leider keinen Anspruch auf besondere Zuverlässigkeit erheben und ich unterliess hauptsächlich aus diesem Grunde die ursprünglich geplante weitere Ausdehnung der Messungen. An jener Stelle, die voraussichtlich noch am wenigsten unter Störungen durch benachbarte Unregelmässigkeiten (Canäle, Rohrleitungen, wieder zugefüllte Aufgrabungen, die sich noch nicht hinreichend gesetzt haben) zu leiden haben dürfte, fand ich später unter einer Belastung von 100 kg für die

Entfernung in cm = 20 40 60 80

die Senkung in $\frac{1}{1000}$ mm (oder μ) = 14,2 4,2 1,4 0,7,

also für die kleinste Entfernung von 20 cm einen gegen früher erheblich abweichenden Werth.

Für 50 kg Belastung betrug die Einsenkung in 20 cm Entfernung 7,3 μ , so dass die Formänderung der Last ziemlich genau proportional zu sein scheint. Trotzdem ist, wie sich im letzten Abschnitte (§ 71) zeigen wird, die Formänderung sehr wesentlich von jener verschieden, die ein dem Superpositions-gesetze unterworfenen, vollkommen elastischer Körper erfahren müsste.

Bei der Berechnung des Eisenbahnoberbaues hat man sich indessen durch eine weit einfachere Annahme geholfen, die für die Ableitung ungefähr richtiger Resultate hinreichend genau zu sein scheint. Man nimmt nämlich an, dass die Einsenkung der Bettung unter dem Drucke der Schwelle an jeder Stelle nur dem gerade dort wirkenden specifischen Drucke proportional sei. Genau richtig ist dies natürlich keineswegs; man sieht aber aus den vorher mitgetheilten Zahlen, wie schnell die Einsenkung mit der Entfernung von der Angriffsstelle der Belastung abnimmt. In der That wird also die Tiefe der Einsenkung in

erster Linie von den in der nächsten Nachbarschaft übertragenen Druckkräften abhängen und nur wenig von den weiter entfernten beeinflusst sein. Es ist daher vollständig gerechtfertigt, wenn man zunächst nur einmal jenen Umstand in Betracht zieht, der der ausschlaggebende zu sein scheint, und die sich daraus ergebenden Folgerungen ableitet. Wünschenswerth ist nachher freilich die Prüfung der Uebereinstimmung dieser Folgerungen mit der Wirklichkeit durch einen unmittelbaren Versuch. Zimmermann hat solche Versuche vornehmen lassen; leider sind diese aber bisher vereinzelt geblieben, während bei der Wichtigkeit der Sache ergänzende Versuche recht nöthig wären.

§ 39. Die Eisenbahnquerschelle mit constantem Querschnitte.

Der auf die Längeneinheit von der Schwelle auf die Bettung übertragene Druck sei mit p , der Druck für das Längenelement dx der Schwelle also mit $p dx$ bezeichnet. Für einen Querschnitt im Ab-

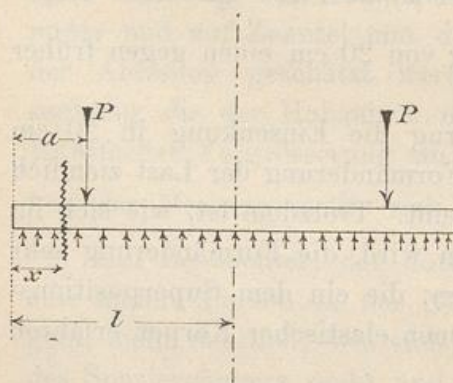


Abb. 52.

stande x vom linken Ende der Schwelle hat man, falls x kleiner als a ist, für die Scheerkraft V und das Biegemoment M die Ausdrücke

$$V = \int_0^x p dx; \quad M = \int_0^x p du (x - u),$$

wenn u hier ebenfalls eine Abscisse ist, die man von 0 bis x wachsen lässt. Die Benutzung dieser Integrale ist aber un bequem und es ist daher besser, die Differentialquotienten von V und M nach x in der unbekanntenen Function p , auf deren Ermittlung es ankommt, auszudrücken. Man hat zunächst $dV = p dx$, ein Ansatz, der unmittelbar aus der Bedeutung von p hervorgeht, und hiermit

$$\frac{dV}{dx} = p. \quad (135)$$