Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Genauere Formel mit Berücksichtigung der Normalkräfte.

urn:nbn:de:hbz:466:1-84594

und N für sich gefunden wurden. An Stelle von Gl. (118) schreiben wir daher jetzt

$$A = \frac{1}{2}\int \frac{M^2}{E\Theta} ds + \frac{1}{2}\int \frac{N^2}{EF} ds.$$

Wenn wir jetzt dieselbe Rechnung wiederholen, die zu Gl. (119) führte, erhalten wir

$$\frac{\partial A}{\partial H} = -\int \frac{M_b z}{E\Theta} ds + H \int \frac{z^2}{E\Theta} ds + \int \frac{N}{EF} \cdot \frac{\partial N}{\partial H} ds = 0.$$

Hier ist noch N als Function von H auszudrücken, was leicht geschehen kann. Um langwierige Formeln zu vermeiden, von denen man später doch keinen Gebrauch macht, weise ich darauf hin, dass bei einem sehr flachen Bogen, für den diese Rechnung hauptsächlich von Wichtigkeit ist, weil bei ihm der Horizontalschub H und daher N besonders gross ausfällt, nahezu $N = H$ gesetzt werden kann. Mit dieser Vereinfachung erhält man

$$\frac{\partial N}{\partial H} = 1$$

und die Auflösung der vorigen Gleichung liefert

$$H = \frac{\int \frac{M_b z}{E\Theta} ds}{\int \frac{z^2}{E\Theta} ds + \int \frac{ds}{EF}}. \tag{122}$$

Wenn neben E auch Θ und F als constant angesehen werden können, vereinfacht sich dies noch weiter zu

$$H = \frac{\int M_b z\, ds}{\int (z^2 + t^2)\, ds}. \tag{123}$$

Unter t ist der Trägheitshalbmesser des Querschnitts, unter t^2 also $\frac{\Theta}{F}$ zu verstehen. Der Vergleich dieser Formel mit Gl. (120) zeigt uns nun auch, welchen Einfluss die Berücksichtigung der Normalspannungen neben den Biegungsmomenten auf den Werth von H ausübt. So lange t klein gegen den Durchschnittswerth der Ordinaten z ist, unterscheiden sich die beiden Werthe von H nach (120) und nach (123) nur unerheblich von einander. Dieser

Fall liegt gewöhnlich vor und man kann dann unbedenklich die einfachere Formel zur Berechnung des Horizontalschubs verwenden.

§ 33. Zweites Verfahren zur Berechnung des Horizontalschubs.

Die Wichtigkeit dieser Untersuchungen für die praktischen Anwendungen macht es wünschenswerth, noch einen zweiten, von dem vorigen völlig verschiedenen Weg zur Lösung derselben Aufgabe zu kennen.

Ich denke mir den Bogen platt auf den Boden gelegt, das linke Ende festgehalten und ein Element von der Länge ds zum neuen Krümmungsradius verbogen, während alle übrigen Theile des Bogens inzwischen ihre Gestalt behalten sollen. Der rechte Theil des Bogens dreht sich dann gegen den festgehaltenen linken um den Winkel $\Delta d\varphi$ und jeder zu ihm gehörige Punkt beschreibt einen kleinen Kreisbogen von diesem Centriwinkel um den Mittelpunkt von ds. Der Radius des Kreisbogens, den das rechte Bogenende beschreibt, ist in Abb. 45, in der die neue Lage des rechten Bogenstücks durch eine punktirte Linie (natürlich sehr stark übertrieben) eingetragen ist, mit w bezeichnet. Die Länge des Kreisbogens ist daher gleich $w\Delta d\varphi$ zu setzen. Um nun zu erkennen, um wie viel sich die Sehne des ganzen Bogens durch die an ds vorgenommene Verbiegung vergrössert hat, denke ich mir nachträglich den ganzen Bogen ohne Formänderung um den linken Endpunkt so lange gedreht, bis der rechte Endpunkt wieder auf die frühere horizontale Linie fällt. Die beiden nacheinander erfolgten kleinen Wege des rechten Endpunktes bilden die Hypotenuse und die eine Kathete eines unendlich kleinen Dreiecks, dessen zweite Kathete die gesuchte Sehnenverlängerung $d\Delta l$ angibt. In diesem Dreiecke ist ein

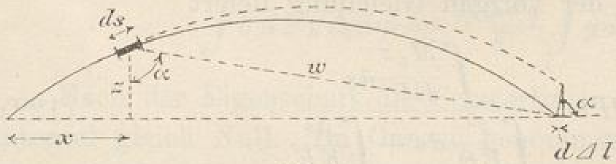

Abb. 45.