Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Träger über zwei Oeffnungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-84532

folgt hieraus sofort. Um die Seilspannung 2 ferner mit der Last II zusammenzusetzen, beachten wir, dass sich 1 und 3 jedenfalls auf der Resultirenden der dazwischen liegenden Lasten I und II schneiden müssen. Wenn uns nun auch diese beiden Lasten der Grösse nach vorläufig nicht bekannt sind, so kennen wir doch ihr Verhältniss. Denn I stellt das senkrecht nach oben gehende Gewicht des Dreiecks BCD in Abb. 154 und II das von ABD dar und die beiden Dreiecksflächen verhalten sich zu einander wie ihre Grundlinien AB und BC oder wie die beiden mit l_1 und l_2 in Abb. 155 bezeichneten Spannweiten. Die Resultirende der beiden parallelen

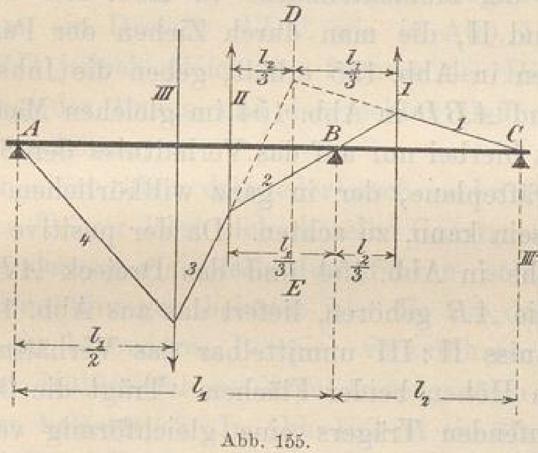

Abb. 155.

Abb. 156.

und gleich gerichteten Kräfte I und II liegt zwischen beiden und theilt den Abstand zwischen ihnen im umgekehrten Verhältnisse zu den Grössen beider Kräfte. Tragen wir daher $\frac{l_1}{3}$ von I aus nach links oder $\frac{l_2}{3}$ von II aus nach rechts hin ab, so erhalten wir die Richtungslinie DE der Resultirenden aus I und II. Wir brauchen jetzt nur 1 bis zum Schnittpunkte mit DE zu verlängern, um den durch diesen Punkt gehenden Seilstrahl 3 zu erhalten. Der Seilstrahl 4 endlich schneidet sich mit 3 auf der Richtungslinie von III und geht durch den Punkt A.

Von den vier Seilstrahlen des soeben construirten Seilpolygons haben nur 1, 2 und 4 eine unmittelbare Beziehung zur elastischen Linie des Balkens, indem sie deren Tangenten in den Punkten C, B, A unter der Voraussetzung einer entsprechend gewählten Verzerrung darstellen. Der Seilstrahl 3 ist nur zur Ermöglichung der Construction dazwischen geschoben und hat mit der elastischen Linie unmittelbar nichts zu thun.

Nachdem das Seilpolygon gefunden ist, können wir nachträglich auch den ihm zugehörigen Kräfteplan in Abb. 156 zeichnen. Hierbei ist zu beachten, dass III auch der Grösse nach gegeben ist, indem es den von vornherein bekannten positiven Antheil der Momentenfläche in Abb. 154 darstellt. Die Strecken I und II, die man durch Ziehen der Parallelen zu den Seilstrahlen in Abb. 155 erhält, geben die Inhalte der Dreiecke BCD und ABD in Abb. 154 im gleichen Maassstabe an. Man braucht hierbei nur auf das Verhältniss der Strecken II und III im Kräfteplane, der in ganz willkürlichem Maassstabe gezeichnet sein kann, zu achten. Da der positive Antheil der Momentenfläche in Abb. 154 und das Dreieck ABD zur gleichen Grundlinie AB gehören, liefert das aus Abb. 156 entnommene Verhältniss II : III unmittelbar das Verhältniss der durchschnittlichen Höhen beider Flächen. Trägt die Oeffnung AB des durchlaufenden Trägers eine gleichförmig vertheilte Last, so ist der positive Antheil der Momentenfläche ein Parabelsegment, dessen durchschnittliche Höhe $\frac{2}{3}$ der grössten Höhe ausmacht. Bezeichnen wir daher die Pfeilhöhe dieser Parabel mit f, so ist die Höhe BD des Dreiecks ABD gleich $\frac{4}{3} f \cdot \frac{\text{II}}{\text{III}}$. Nachdem BD auf diese Weise ermittelt ist, kann Abb. 154 sofort im richtigen Maassstabe aufgetragen werden. Ausserdem können, nachdem die Momentenfläche bekannt ist, auch die zugehörigen Auflagerkräfte oder die Scheerkräfte für gegebene Querschnitte unter Zuhülfenahme des zur Momentenfläche als Seilpolygon gehörigen Kräfteplanes leicht in von früher her bekannter Weise gefunden werden. Die zunächst gestellte Aufgabe ist hiermit als gelöst zu betrachten.

Hat der Träger in beiden Spannweiten gegebene Lasten aufzunehmen, so ermittelt man zuerst die Momentenfläche unter der Voraussetzung, dass nur eine Spannweite belastet, die andere unbelastet sei, wiederholt dann das Verfahren für den Fall, dass die zweite Oeffnung belastet und die erste unbelastet ist und addirt beide Momentenflächen zu einander. Die dem gegebenen Belastungsfalle entsprechende Momentenfläche setzt sich daher aus zwei positiven Antheilen zusammen, von denen zu jeder Spannweite einer gehört und die ebenso gross und ebenso gestaltet sind, als wenn diese Spannweite durch einen einfachen Träger überdeckt wäre, der die zugehörigen Lasten aufzunehmen hätte, sowie aus einem negativen Antheile, der wiederum ein Dreieck ADC, wie in Abb. 154 bildet, dessen Höhe BD jedoch gleich der Summe der Höhen ist, die zur Belastung der linken und der rechten Oeffnung für sich genommen gehören.

Für einen über drei oder noch mehr Oeffnungen durchlaufenden Träger lässt sich dieselbe Construction ohne wesentliche Aenderung gleichfalls durchführen, solange nur eine der beiden Endöffnungen belastet ist. Es ist daher nicht nöthig, hierfür ein besonderes Beispiel vorzuführen. Dagegen muss noch ein Hülfsverfahren dazu treten, wenn eine der Mittelöffnungen belastet ist. In Abb. 157 ist ein über drei Oeffnungen durchgehender Träger gezeichnet, dessen Mittelöffnung BC eine gleichförmig vertheilte Belastung aufnehmen soll, während die beiden Endöffnungen als unbelastet vorausgesetzt werden. An Stelle der gleichförmig vertheilten kann übrigens auch eine irgendwie anders angeordnete Belastung der Mittelöffnung treten, ohne dass sich darum die Betrachtung zu ändern brauchte.

Man denke sich die beiden Stützen A und D entfernt und die Auflagerkräfte durch passend gewählte Lasten ersetzt, die so zu bestimmen sind, dass die Punkte A und D keine Bewegung in vertikaler Richtung ausführen. Wenn diese Kräfte von vornherein bekannt wären, könnte man die Momentenfläche mit Hülfe eines Seilpolygons sofort construiren. Jedenfalls