



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Stützlinie für die symmetrisch belastete Kuppel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

eine oben geschlossene Kuppel durchgeführt, die nur ihr eigenes Gewicht zu tragen bestimmt ist. Der Kuppelquerschnitt wurde durch Fugen, die rechtwinklig zur Mittellinie gezogen sind

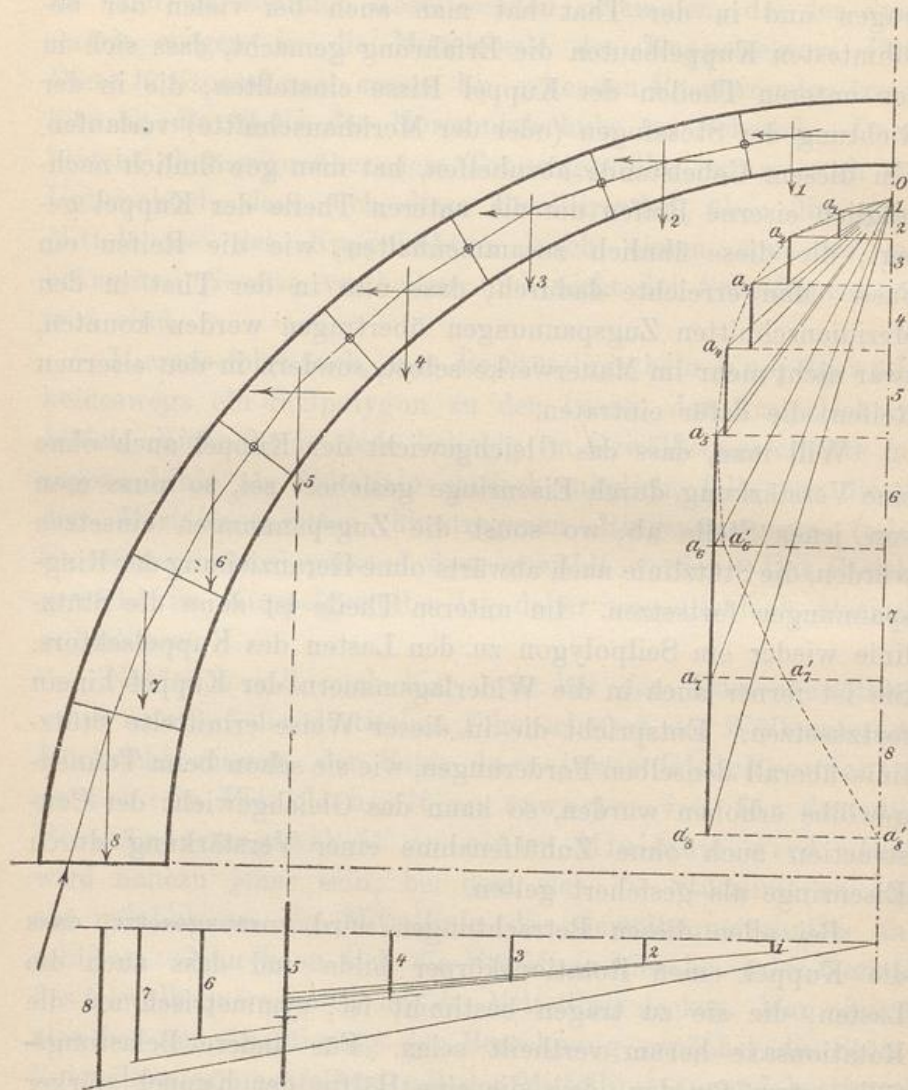


Abb. 152.

und deren längs der Mittellinie gemessenen Abstände gleich gross gewählt wurden, in acht Abschnitte eingetheilt. Die zu diesen Abschnitten gehörigen Gewichte im Kuppelsektor ver-

halten sich zu einander wie die Produkte aus den mittleren Wölbstärken und den Entfernungen der Schwerpunkte von der Kuppelaxe. Das dem Abschnitte 5 entsprechende Gewicht wurde im Kräfteplane durch die mittlere Wölbstärke dieses Abschnitts dargestellt. Um die Gewichte der übrigen Abschnitte im gleichen Maassstabe auftragen zu können, mussten deren mittlere Wölbstärken im Verhältnisse der Schwerpunktsabstände zum Schwerpunktsabstände des fünften Abschnitts verkleinert oder vergrössert werden. Dies ist im unteren Theile der Figur, der keiner weiteren Erläuterung bedarf, ausgeführt worden.

Die Linien 1, 2 u. s. f. im Kuppelquerschnitte sind durch die Schwerpunkte der betreffenden Abschnitte des Kuppelsektors zu ziehen, die etwas weiter nach aussen hin liegen, als die Schwerpunkte der zugehörigen Abschnitte des Kuppelquerschnitts. Indessen macht sich der Unterschied nur bei den oberen Abschnitten stärker bemerklich; bei den tiefer liegenden ist er unerheblich.

Im oberen Theile soll die Stützzlinie mit der Mittellinie zusammenfallen. Ferner kann angenommen werden, dass sich die Ringspannungen innerhalb jedes Abschnitts gleichförmig über die Fläche vertheilen. Die in der Mittelebene des Kuppelsektors liegende Resultirende der in den beiden Meridian-schnitten übertragenen Ringspannungen ist daher durch den Schwerpunkt des zugehörigen Querschnittstheiles horizontal nach aussen hin zu ziehen. Der Schnittpunkt dieser Resultirenden für den obersten Abschnitt mit der Richtungslinie des Gewichtes 1 ist mit der Mitte der nächsten Lagerfuge zu verbinden. Die Verbindungslinie gibt die Richtung des zugehörigen Fugendruckes an. Da das Gewicht 1 bekannt ist, liefert das Dreieck, dessen Hypotenuse Oa_1 und dessen vertikale Kathete 1 ist, im Kräfteplane sofort die Grösse des Fugendruckes und die Resultirende aus den Ringspannungen.

Dann geht man zum Abschnitte 2 über, setzt dessen Gewicht mit dem von oben kommenden Lagerfugendrucke zusammen, ermittelt den Schnittpunkt der Resultirenden mit der

Resultirenden der Ringspannungen für diesen Abschnitt (in der Abbildung gehen die Richtungslinien der drei Kräfte zufällig fast genau durch einen Punkt) und verbindet den Schnittpunkt mit der nächstfolgenden Fugenmitte. Dadurch werden die Richtungen aller am Abschnitte 2 angreifenden Kräfte bekannt. Auch die Grössen der beiden bis dahin noch unbekanntes folgen ohne Weiteres aus dem Kräfteplane. Der Fugendruck auf die untere Fuge wird durch die Strecke Oa_2 , die Resultirende aus den Ringspannungen durch die horizontale Componente der Strecke a_1a_2 angegeben. In derselben Weise setzt man die Construction weiter nach unten hin fort.

Wenn man zum fünften Abschnitte gelangt ist, bemerkt man, dass die Resultirende aus den Ringspannungen, die durch den horizontalen Abstand von a_4 und a_5 im Kräfteplane dargestellt wird, nur noch sehr klein ist. Beim sechsten Abschnitte würde diese Resultirende negativ (nach innen zu gerichtet) werden, d. h. es müssten Zugspannungen in den Meridian-schnitten auftreten, wenn man die Stützlinie hier immer noch mit der Mittellinie zusammenfallen lassen wollte. Wir nehmen daher an, dass im sechsten, siebenten und achten Abschnitte überhaupt keine Ringspannungen mehr auftreten und setzen nur jedesmal den von oben her kommenden Fugendruck mit dem Gewichte des Abschnitts zusammen. Hierdurch erhält man den unteren Theil der Stützlinie, auf dessen Gestalt es vorwiegend ankommt.

Sitzt die Kuppel auf einer Mauertrommel, so ist die Stützlinie in diese hinein fortzusetzen, indem man den von der Kuppel herrührenden Fugendruck mit dem Gewichte des Trommelsektors zusammensetzt. Zu dessen Darstellung im Kräfteplane ist natürlich von derselben Construction Gebrauch zu machen, die schon bei den Kuppelabschnitten verwendet wurde. Ringspannungen sind in der Mauertrommel ausser Ansatz zu lassen.

Will man ferner durch Umlegen von eisernen Reifen vermeiden, dass die Trommel durch einen Horizontalschub der Kuppel beansprucht wird, so ist die Grösse der Kräfte, die

von den Eisenreifen aufzunehmen sind, ebenfalls aus dem Kräfteplane zu entnehmen. Man setzt dann die Stützlinie auch im unteren Theile längs der Mittellinie fort, wozu die Punkte a'_6 , a'_7 und a'_8 im Kräfteplane gehören. Die horizontalen Componenten der Strecken $a_5a'_6$, $a'_6a'_7$ und $a'_7a'_8$ geben nach einer sofort vorzunehmenden einfachen Umrechnung die von den Eisenreifen aufzunehmenden Ringspannungen an.

Für diese Umrechnung nehme man an, dass der Winkel zwischen den beiden Meridianebenen, die den betrachteten Kuppelsektor begrenzen, da sei. Die Länge eines Abschnittes der Mittellinie zwischen zwei aufeinanderfolgenden Fugen in der natürlichen Grösse gemessen sei l , der Schwerpunktsabstand des fünften Abschnittes von der Kuppelaxe s , der Maassstab der Zeichnung $\frac{1}{n}$ und das Gewicht der Raumeinheit des Mauerwerks γ . Dann sind die Gewichte im Kräfteplane so aufgetragen, dass die Längeneinheit ein Mauervolumen $nlsda$ und daher eine Kraft von der Grösse $nls\gamma da$ vorstellt. Nun gibt die Strecke $a_7a'_7$ die Resultirende der zum siebenten Abschnitte gehörigen Ringspannungen in diesem Maassstabe an. Die Ringspannungen selbst stehen senkrecht zu den beiden Meridianebenen, die den Kuppelsektor begrenzen und bilden einen Winkel mit einander, der um da von einem Gestreckten abweicht. Ihre Resultirende ist gleich der Grösse von einer von ihnen, multiplicirt mit da . Umgekehrt wird daher die in einem Theile des Meridianschnitts übertragene Ringspannung aus jener Resultirenden durch Streichen des Faktors da gefunden. Hiernach bedeutet die Längeneinheit der Strecke $a_7a'_7$ im Kräfteplane eine von den Eisenreifen aufzunehmende Ringspannung von der Grösse $nls\gamma$. Wäre also z. B. $a_7a'_7$ gleich 1 cm oder 0,01 m, der Maassstab der Zeichnung $1:n$ gleich $1:100$, $l = 2$ m, $s = 9$ m und das Gewicht von 1 m^3 Mauerwerk gleich 2000 kg, so würde die Ringspannung im siebenten Abschnitte gleich $100 \cdot 0,01 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2000$ oder gleich 36000 kg zu setzen sein. — Aehnlich ist auch bei allen anderen Umrechnungen zu verfahren, z. B. wenn man die Knotenpressungen in einer Fuge

ermitteln will. Der zunächst einzuführende Faktor da hebt sich dann jedesmal wieder heraus.

Bei diesem Beispiele wurde vorausgesetzt, dass die Kuppel nur ihr eigenes Gewicht zu tragen habe. Kommt noch eine Belastungsfläche hinzu, so erhöhen sich die Gewichte der einzelnen Abschnitte entsprechend, während das Verfahren im Uebrigen genau so beizubehalten ist.

Auch dann übrigens, wenn die Kuppel thatsächlich nur ihre Eigenlast aufnehmen soll, thut man, wie Autenrieth in einer Besprechung des vorher geschilderten Verfahrens ganz zutreffend hervorgehoben hat, besser daran, sie unter der Voraussetzung zu berechnen, dass ihr überdies noch eine passend gewählte fremde Last (in symmetrischer Vertheilung um die Kuppelaxe) aufgebürdet sei. Im anderen Falle würde nämlich jeder Maassstab für die Bemessung der erforderlichen Wölbstärke fehlen. Macht man nämlich die Kuppel schwächer (namentlich in ihrem oberen Theile), so vermindern sich die Lasten in demselben Maasse wie die Fugenflächen und die Beanspruchung des Materials bleibt dieselbe. Mit Rücksicht auf zufällige Umstände, die eine andere Art der Belastung herbeiführen könnten, ist aber die Kuppel mit grösserer Wölbstärke trotzdem als sicherer zu betrachten, als die mit schwächerer Wölbstärke. Man trägt dem am besten durch Annahme einer etwa gleichförmig vertheilten zufälligen Belastung Rechnung. Dann ergibt sich, wie gross die Wölbstärke etwa im Scheitel zu wählen ist, damit die Druckbeanspruchung des Materials nicht zu gross ausfällt. — Die Beanspruchung im Scheitel ergibt sich übrigens aus der horizontalen Componente von Oa_1 in derselben Weise wie vorher, da im Scheitel nur die Spannungen in den Meridianschnitten in Frage kommen.

Schliesslich bemerke ich noch, dass auch Temperaturschwankungen von erheblichem Einflusse auf das Verhalten der Kuppel sein können. Sie werden sich, unter der Voraussetzung, dass sich die Temperatur der ganzen Kuppel gleichmässig ändert, zunächst vorwiegend darin äussern, dass die Stelle, von der ab die Stützlinie nicht mehr mit der Mittellinie

zusammenfällt, etwas hinauf oder hinabrückt. Namentlich bei der Berechnung von eisernen Reifen, die etwa um den unteren Theil der Kuppel gelegt werden sollen, ist auf die Temperaturschwankungen Rücksicht zu nehmen, da der Ausdehnungscoefficient des Eisens von dem des Mauerwerks verschieden ist. Hier ist aber auf diese Dinge nicht weiter Rücksicht zu nehmen, da es sich für uns nur darum handeln kann, die Hauptgrundlagen der Theorie auseinander zu setzen.

§ 62. Die graphische Berechnung der durchlaufenden Träger.

Früher bildete die Theorie der durchlaufenden oder continuirlichen Träger eines der wichtigsten und mit besonderer Ausführlichkeit bearbeiteten Capitel der technischen Mechanik. Heute hat sie an Bedeutung verloren, theils weil man von der Ausführung durchlaufender Träger wegen der Schwierigkeit, die Höhenlagen der Stützpunkte genau einzuhalten und wegen des Einflusses ungleicher Temperaturänderungen mehr abgekommen ist, theils weil die in grösserem Maassstabe ausgeführten durchlaufenden Träger als Fachwerkbalken construiert und als solche berechnet werden. Immerhin verdient aber die Theorie der durchlaufenden vollwandigen Träger in ihren Grundzügen auch heute noch grosse Beachtung, da man immer noch häufig genug Gelegenheit hat, von ihr Gebrauch zu machen.

Die analytische Berechnung der durchlaufenden Träger bespreche ich in der Festigkeitslehre; ich verweise wegen ihr auf den dritten Band dieses Werkes. Hier handelt es sich im Wesentlichen nur um die von Mohr gelehrte graphische Methode, die sich auf den Umstand stützt, dass die elastische Linie eines Balkens mit Hülfe eines Seilpolygons gefunden werden kann. Im nächsten Paragraphen wird sich dann noch die Clapeyron'sche Gleichung der drei Momente daran schliessen, die am besten an dieser Stelle ihren Platz findet.

Zunächst möge es sich um den in Abb. 153 dargestellten Fall handeln. Ein Balken sei in drei Punkten A , B , C unterstützt. Die eine Oeffnung AB soll eine irgendwie vertheilte