



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Princip des kleinsten Widerstandes

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

ansehen, für den man die Untersuchung durchzuführen hat. Die Stützlinie kann nun viel genauer eingetragen werden. Um nachher die Kantenpressung für irgend eine Fuge zu erhalten, muss man nur beachten, dass die Horizontal-Componente des zugehörigen Fugendrucks in einem anderen Maassstabe auszumessen ist, als die Vertikal-Componente. In der Praxis scheint dieses einfache und bequeme Verfahren, das sich im Uebrigen ganz an die beim Auftragen der elastischen Linie eines Balkens in verzerrem Maassstabe angewendete Methode anlehnt, bisher unbekannt geblieben zu sein.

§ 58. Aeltere Ansichten über die wirklich auftretende Stützlinie.

Bei einem gelenklosen Gewölbe, wie es früher allein vorkam und auch jetzt noch, von den zuvor angeführten Fällen abgesehen, die Regel bildet, muss man sich auf irgend eine Art ein Urtheil darüber zu verschaffen suchen, welcher von den statisch möglichen Gleichgewichtszuständen in Wirklichkeit zu Stande kommt.

Der erste, der sich hierüber eine bestimmte Ansicht bildete, war der englische Ingenieur Moseley, der im Jahre 1837 das sogenannte Princip des kleinsten Widerstandes aufstellte und in derselben Arbeit zugleich zuerst die Stützlinie als Hilfsmittel der Untersuchung einführte. Die Arbeit von Moseley wurde von Scheffler ins Deutsche übersetzt und von diesem eifrig vertreten. Die Moseley'sche Theorie erlangte dadurch eine grosse Verbreitung und hat auch jetzt noch manche Anhänger. Es ist daher nöthig, dass man sich mit ihr bekannt macht.

Zur Zeit Moseley's galten die Bausteine als starre Körper. Dass auch die Steine elastischer Formänderungen fähig sind, die durchaus mit denen der Metalle vor Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze vergleichbar sind, hat man erst später gefunden. Sah man aber die Steine als starre Körper an und beachtete man, dass die Mechanik starrer Körper für sich

allein nicht ausreicht, um eine Entscheidung zwischen den als statisch gleich möglich erkannten Gleichgewichtszuständen zu treffen, so musste man zu dem Schlusse kommen, dass die Mechanik starrer Körper, so wie sie vorlag, noch nicht vollständig sein könne, sondern einer Ergänzung bedürfe. Denn offenbar kann unter den unendlich vielen statisch möglichen Gleichgewichtszuständen immer nur einer in Wirklichkeit auftreten und es muss daher ein Gesetz geben, nach dem sich dieser regelt. Diese — scheinbare — Lücke suchte nun Moseley durch das Princip des kleinsten Widerstandes auszufüllen. Thatsächlich besteht nämlich eine solche Lücke nicht, da die den Steinen zukommenden elastischen Eigenschaften schon vollständig ausreichen, um einen eindeutig bestimmten Gleichgewichtszustand herbeizuführen, der von jenem, der nach dem Moseley'schen Satze folgen würde, im Allgemeinen vollständig verschieden ist.

Da die Besprechung der Moseley'schen Ansicht nur noch einen historischen und allenfalls einen didaktischen Werth hat, indem sie vor einem allerdings nahe liegenden Fehlschlusse warnt, beschränke ich mich hier auf die Erörterung der wichtigsten Anwendung, die sie gefunden hat, nämlich auf die Entscheidung zwischen den verschiedenen möglichen Gleichgewichtszuständen eines Gewölbes. Das Gewölbe wird auf einem Lehrgerüste ausgeführt, das anfänglich die ganze Last allein aufnimmt. Wenn nachher das Gewölbe ausgerüstet, also seiner früheren Unterstützung beraubt wird, „sucht“ es herabzufallen. Daran wird es nun durch die Unterstützung an den Widerlagern in Verbindung mit den passend angeordneten Fugenrichtungen verhindert. Denkt man sich die Ausrüstung allmählig vorgenommen, so dass ein allmählich wachsender Theil der Last auf das Gewölbe selbst entfällt, so wird auch der Horizontalschub des Gewölbes allmählich ansteigen. Moseley schloss nun, dass dieses Anwachsen gerade nur so lange andauere, bis der Horizontalschub gross genug geworden sei, um das Gewölbe zu befähigen, die Last allein aufzunehmen. Hier nach würde nach Beendigung des Ausrüstens die Stützlinie

des kleinsten Horizontalschubes (der Horizontalschub ist in diesem Falle der kleinste „Widerstand“ nach der Moseley'schen Auffassung) aufgetreten sein und diese würde nach Moseley auch weiterhin bestehen bleiben.

Die Stützlinie des kleinsten Horizontalschubs ist natürlich, wie bei allen Seilcurven, jene, die die möglichst grosse Pfeilhöhe hat. Bei den gewöhnlich — wenigstens damals gewöhnlich — vorkommenden Gewölbequerschnitten geht sie durch den tiefsten Punkt jeder Kämpferfuge und den höchsten Punkt der Scheitelfuge. Jedenfalls berührt sie aber sowohl die obere als die untere Begrenzungslinie des Gewölbequerschnitts.

Als man darauf aufmerksam wurde, dass bei dieser Drucklinie die Kantenpressung an den bezeichneten Stellen, sofern man auf die Zugfestigkeit des Mörtels nicht rechnen darf, unendlich gross würde, änderte man — unter Beibehaltung derselben Schlussweise im Uebrigen — die Betrachtung dahin ab, dass die Drucklinie von jenen Punkten gerade nur so weit abrücke, als es die Rücksicht auf die Festigkeit des Materials erfordere. In dieser Form wird die Moseley-Scheffler'sche Theorie heute noch vielfach als richtig angesehen. Man nimmt also an, dass unter allen „Gleichgewichtsdrucklinien“ in dem früher besprochenen Sinne die am steilsten verlaufende und daher dem kleinsten Horizontalschube entsprechende die richtige sei.

Freilich ist nun keineswegs einzusehen, wesshalb dieser Vorgang des Abrückens der Stützlinie von den zunächst am meisten gefährdeten Kanten gerade nur so lange andauern soll, als es der Festigkeit oder gar der schätzungsweise als „zulässig“ angesehenen Beanspruchung des Materials entspricht. Wenn man sich zu dieser Aenderung der ursprünglichen Betrachtung, die zu einer unendlich grossen Kantenpressung führte, einmal entschloss, hätte man weiter gehen, nämlich auf die Gründe eingehen müssen, die dieses Abrücken bedingen. Man musste dann zu der Einsicht gelangen, dass es die elastische Nachgiebigkeit des Materials ist, die zu der Abänderung des ursprünglich in Aussicht genommenen Gleichgewichtszustandes führt und dass daher die elastischen Eigenschaften den

entscheidenden und ausreichenden Bestimmungsgrund für die Ausbildung des endgültigen Gleichgewichtszustandes abgeben.

Auf die Betrachtung dieser Formänderungen ging später Culmann näher ein. Dabei vernachlässigte er aber immer noch die elastische Nachgiebigkeit der Wölbsteine und achtete nur auf die Zusammendrückbarkeit des bald nach der Ausrüstung noch als ziemlich weich angesehenen Mörtels in den Fugen. Er schloss, dass die Drucklinie des kleinsten Horizontalschubs, von der er zunächst ausging, zu einer sehr starken Zusammendrückung und zu einem Ausweichen des Mörtels an den meist beanspruchten Stellen führen müsse. Sobald der Mörtel an diesen Stellen nachgibt, kommen auch die anderen Stellen der Fuge zur Lastübertragung und die Drucklinie rückt weiter ins Innere des Gewölbequerschnitts. Indem er sich diesen Vorgang in derselben Weise weiter fortgesetzt dachte, gelangte er zu der Ansicht, dass sich schliesslich der günstigste Gleichgewichtszustand einstelle, nämlich jener, bei dem die Kantenpressung an den gefährdetsten Stellen den möglichst kleinen Werth annehme. Diese Culmann'sche Theorie der günstigsten Drucklinie zählte lange Zeit hindurch die meisten Anhänger. Sie unterscheidet sich in ihren Ergebnissen übrigens auch nur wenig von der heute meist als zutreffend angesehenen, die von der Betrachtung des Gewölbes als eines elastischen Bogens ausgeht und die im nächsten Paragraphen näher besprochen werden soll.

Vorher sei indessen noch darauf hingewiesen, dass bei der Culmann'schen Betrachtung — ebenso wie bei der nachher folgenden — vollkommen unverrückbare Widerlager vorausgesetzt wurden. Es kann kein Zweifel darüber bestehen, dass ein merkliches Nachgeben der Widerlager wieder eine Annäherung der Stützlinie an jene des kleinsten Horizontalschubes bewirkt, denn ein starkes Nachgeben müsste, wie aus rein geometrischen Gründen folgt, zu einem Oeffnen der Fugen (im Scheitel nach innen, am Kämpfer nach aussen hin) und damit zu einem Abrücken des Druckmittelpunktes nach der entgegengesetzten Kante hin führen. Wenn die Widerlags-