



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

§. 62. Die graphische Berechnung der durchlaufenden Träger

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

zusammenfällt, etwas hinauf oder hinabrückt. Namentlich bei der Berechnung von eisernen Reifen, die etwa um den unteren Theil der Kuppel gelegt werden sollen, ist auf die Temperaturschwankungen Rücksicht zu nehmen, da der Ausdehnungscoefficient des Eisens von dem des Mauerwerks verschieden ist. Hier ist aber auf diese Dinge nicht weiter Rücksicht zu nehmen, da es sich für uns nur darum handeln kann, die Hauptgrundlagen der Theorie auseinander zu setzen.

§ 62. Die graphische Berechnung der durchlaufenden Träger.

Früher bildete die Theorie der durchlaufenden oder continuirlichen Träger eines der wichtigsten und mit besonderer Ausführlichkeit bearbeiteten Capitel der technischen Mechanik. Heute hat sie an Bedeutung verloren, theils weil man von der Ausführung durchlaufender Träger wegen der Schwierigkeit, die Höhenlagen der Stützpunkte genau einzuhalten und wegen des Einflusses ungleicher Temperaturänderungen mehr abgekommen ist, theils weil die in grösserem Maassstabe ausgeführten durchlaufenden Träger als Fachwerkbalken construiert und als solche berechnet werden. Immerhin verdient aber die Theorie der durchlaufenden vollwandigen Träger in ihren Grundzügen auch heute noch grosse Beachtung, da man immer noch häufig genug Gelegenheit hat, von ihr Gebrauch zu machen.

Die analytische Berechnung der durchlaufenden Träger bespreche ich in der Festigkeitslehre; ich verweise wegen ihr auf den dritten Band dieses Werkes. Hier handelt es sich im Wesentlichen nur um die von Mohr gelehrte graphische Methode, die sich auf den Umstand stützt, dass die elastische Linie eines Balkens mit Hülfe eines Seilpolygons gefunden werden kann. Im nächsten Paragraphen wird sich dann noch die Clapeyron'sche Gleichung der drei Momente daran schliessen, die am besten an dieser Stelle ihren Platz findet.

Zunächst möge es sich um den in Abb. 153 dargestellten Fall handeln. Ein Balken sei in drei Punkten A , B , C unterstützt. Die eine Oeffnung AB soll eine irgendwie vertheilte

Belastung — etwa eine gleichförmig vertheilte, wie in der Abbildung angenommen ist —, tragen, während die andere Oeffnung unbelastet sein soll. Es wird verlangt, die Momentenfläche zu construiren, ferner auch, was damit eng zusammenhängt, die Auflagerkräfte auf den drei Stützen und die Schwerkräfte V , die zu den einzelnen Querschnitten gehören, anzugeben.

Die Aufgabe ist statisch unbestimmt, so lange man den Träger als starr ansieht. Man bedenke, dass es überhaupt nicht möglich ist, die drei Stützpunkte A, B, C absolut genau in einer geraden Linie anzuordnen. Wäre nun der Träger genau geradlinig und starr, so könnte er nur auf zwei der drei nicht genau in einer Geraden angeordneten Stützpunkte aufruhen. Selbst wenn etwa der mittlere Stützpunkt nur um



Abb. 153.

den millionten Theil eines Millimeters tiefer läge, als die Verbindungslinie der äusseren

Stützpunkte, die ebenfalls als unverrückbar angesehen werden, könnte der Träger nur auf den äusseren Punkten aufruhen und die mittlere Stütze wäre als nicht vorhanden zu betrachten. Umgekehrt wäre es, wenn B etwas höher läge, als die Verbindungslinie AC . Es hinge also ganz von unvorhersehbaren Zufälligkeiten ab, wie sich die Last auf die einzelnen Stützen vertheilt und eine Berechnung wäre unmöglich.

Anders ist es aber, wenn man auf die elastischen Formänderungen des Trägers achtet. Unter dem Einflusse der Belastung erfährt der Träger elastische Einsenkungen, die zwar an sich gering, aber doch genau verfolgbar sind. Jetzt macht es nur wenig aus, wenn der Punkt B um eine so kleine Strecke, wie vorher vorausgesetzt war, tiefer oder höher liegt, als die Verbindungslinie AC . Liegt B etwas tiefer, so legt sich der Balken nach einer geringfügigen Durchbiegung sofort auf B auf. Es ist jetzt nur nöthig, dass die unvermeidlichen Ungenauigkeiten in der Höhenlage der Stützpunkte klein gegen die Ordinaten der elastischen Linie sind, um die aus diesen

Zufälligkeiten hervorgehende Ungewissheit unschädlich zu machen. Trifft diese Voraussetzung nicht zu, so ist freilich eine zuverlässige Berechnung des durchlaufenden Trägers immer noch unmöglich und gerade dieser Umstand hat wesentlich dazu beigetragen, dass man sich von der Ausführung durchlaufender Träger, die früher viel üblicher war, wieder abgewendet hat. Es liegt nämlich in der That oft genug die Befürchtung vor, dass die Ungenauigkeit der Ausführung bei der Höhenlage der Stützpunkte von derselben Grössenordnung werden kann, wie die elastischen Einsenkungen des Trägers.

Jetzt nehme ich aber an, dass diese Ungenauigkeiten klein genug seien, um sie vernachlässigen zu können. Das Verhalten des Trägers wird dann eindeutig durch die Bedingung bestimmt, dass die elastische Linie stets durch die drei Auflagerpunkte A , B , C gehen muss.

Hierbei ist übrigens zu beachten, dass die Auflagerpunkte gegen jede Bewegung in senkrechter Richtung, also auch gegen ein Abheben von den Stützen festgehalten sein müssen. Wäre dies nicht der Fall, so würde sich bei dem in Abb. 153 angegebenen Belastungsfalle der Endpunkt C von der Stütze abheben und man hätte dann nur noch einen Träger über einer Oeffnung AB vor sich, an dessen elastische Linie sich der unbelastete und daher geradlinig bleibende Theil BC als eine Endtangente im Punkte B anschliesse. Hier wird dagegen vorausgesetzt, dass der Punkt C festgehalten sei. Zugleich erkennt man, dass hierzu ein negativer Auflagerdruck — oder ein „Auflagerzug“ — im Punkte C übertragen werden muss.

Ihrer allgemeinen Gestalt nach kann die zu dem Belastungsfalle in Abb. 153 gehörige Momentenfläche ohne Schwierigkeit angegeben werden. Man bedenke nämlich, dass die Stütze C auch entfernt werden kann, wenn man dafür nur eine senkrecht nach abwärts gerichtete Kraft an dem Trägerende anbringt, die so bemessen wird, dass sich der Punkt C nicht in senkrechter Richtung — weder nach oben, noch nach unten hin — verschiebt. Der dann nur noch auf den Stützen A

und B aufliegende Träger hat ausser den gegebenen Lasten der Spannweite AB noch die der Grösse nach vorläufig unbekannte Last an dem vorkragenden Ende C aufzunehmen. Das Biegemoment setzt sich daher an jeder Stelle aus zwei Theilen zusammen, von denen der eine von den gegebenen Lasten, der andere von der Einzellast im Punkte C herrührt.

Der erste Theil wird mit Hülfe eines Seilpolygons, durch das man die gegebenen Lasten verbindet, nach den Lehren des zweiten Abschnitts leicht gefunden. Ist die Belastung gleichförmig über die Spannweite AB vertheilt, so bildet dieser Theil der Momentenfläche einen Parabelabschnitt; aber auch bei anderer Lastvertheilung kann er immer leicht ermittelt werden. Jedenfalls ist das hierzu gehörige Moment innerhalb der Oeffnung AB überall positiv (nämlich so gerichtet, dass es eine Biegung des Balkens hervorruft, bei der sich die Hohlseite der elastischen Linie nach oben hin kehrt), während es an den Stützen A und B und auf der Strecke BC gleich Null ist.

Der von der Einzellast im Punkte C herrührende zweite Theil des Biegemoments ist im Gegensatze hierzu längs des ganzen Balkens AC negativ; nur an den Enden A und C wird er zu Null. Die zugehörige Momentenfläche wird, wie gleich-

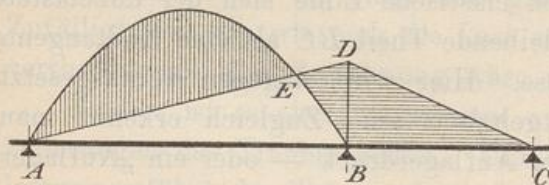


Abb. 154.

falls aus den Lehren des zweiten Abschnitts hervorgeht, ein Dreieck, dessen Ecken auf den drei Auflagervertikalen liegen.

Setzen wir nun beide Theile zusammen, so erhalten wir im Ganzen eine Momentenfläche von der in Abb. 154 angegebenen Gestalt. Die von den gegebenen Lasten herrührende positive Momentenfläche sowohl, als das Dreieck ADC der negativen Momente sind dabei der besseren Vergleichbarkeit wegen von der Balkenaxe aus nach oben hin abgetragen. Innerhalb der Strecke AB kommt nur der Unterschied zwischen den positiven und den

negativen Beiträgen zum Biegemomente in Betracht. Im Punkte E , wo sich die beiden Linien überschneiden, ist das Biegemoment Null, links von der durch E gezogenen Vertikalen überwiegt der positive, rechts davon der negative Beitrag. Die hiernach verbleibenden Flächen sind durch Schraffirung hervorgehoben und zwar die zu positiven Momenten gehörigen durch vertikale, die zu negativen gehörigen durch horizontale Schraffirung. Für jeden Punkt der Balkenaxe wird demnach das zugehörige Biegemoment nach Grösse und Vorzeichen durch den Abschnitt angegeben, der von einer durch diesen Punkt gezogenen Lothrechten in die schraffirten Flächen hineinfällt.

Um die Figur genau im Maassstabe zeichnen zu können, fehlt uns nur noch die Höhe BD des Dreiecks ADC , also das Biegemoment über der Mittelstütze. Dieses soll nun aus der Bedingung ermittelt werden, dass die elastische Linie durch die drei vorgeschriebenen Punkte A, B, C gehen muss.

Wir erinnern uns, dass die elastische Linie ein Seilpolygon bildet, dessen Belastungsfläche die Momentenfläche ist. Es ist dabei nicht nöthig, den Horizontalzug dieses Seilpolygons nach der dafür früher aufgestellten Formel zu wählen, denn wenn er anders angenommen wird, erhalten wir die elastische Linie nur in entsprechender Verzerrung. Das Maass der Verzerrung ist aber hier gleichgültig, denn an der Bedingung, dass die Ordinaten an den drei Punkten A, B, C zu Null werden müssen, wird dadurch nichts geändert.

Wir wollen ferner von der Seilcurve, die zu der Belastungsfläche in Abb. 154 gehört, nur die Tangenten an den drei Punkten A, B, C ins Auge fassen, da dies für unsere Zwecke schon genügt. Die Seilspannungen bei A und B müssen mit den Lasten, die dazwischen liegen und ebenso die bei B und C mit den zwischen ihnen liegenden Lasten im Gleichgewichte stehen. Auf dieser Bemerkung beruht die Lösung der Aufgabe.

Ueber BC bildet die Belastungsfläche ein Dreieck. Die Resultirende der durch sie dargestellten Lasten geht durch den Schwerpunkt des Dreiecks und die vertikale Schwerlinie kann

sofort angegeben werden, wenn man auch von der Höhe des Dreiecks noch nichts weiss; sie muss nämlich jedenfalls von B aus ein Drittel der Länge von BC auf BC abschneiden. Auf dieser der Lage nach bekannten Schwerlinie müssen sich die Tangenten der elastischen Linie in den Punkten B und C schneiden.

Ueber AB denken wir uns die Belastungsfläche wieder in die beiden Antheile zerlegt, aus denen sie vorher zusammengesetzt wurde. Der negative, durch das Dreieck ABD dargestellte Antheil liefert wieder eine nach oben gekehrte Resultirende, die durch den Schwerpunkt des Dreiecks geht, also ein Drittel der Spannweite AB von B aus auf AB abschneidet. Auch der positive Antheil kann durch eine Resultirende ersetzt werden, die durch den Schwerpunkt der betreffenden Fläche geht und nach abwärts gerichtet ist. Da als Beispiel eine gleichförmige Belastung der Oeffnung AB angenommen wurde, geht die Schwerlinie dieses Theiles der Belastungsfläche für die elastische Linie hier durch die Mitte; aber auch in jedem anderen Falle könnte diese Schwerlinie leicht gefunden werden.

Die durch die Punkte A und B gehenden Seilspannungen müssen im Gleichgewichte mit den beiden soeben angeführten Lasten stehen. Dabei ist zu beachten, dass die Richtungslinien beider Lasten bekannt sind, während man nur von der senkrecht nach abwärts gerichteten Last, die durch den Schwerpunkt des positiven Antheils der Momentenfläche geht, von vornherein die Grösse kennt. Auch die Grösse der nach oben gehenden Last zwischen B und C ist vorläufig unbekannt.

Dies hindert jedoch nicht, das zu den der Lage nach bekannten Lasten I, II, III gehörige Seilpolygon 1, 2, 3, 4 in Abb. 155 sofort auszuführen. Man ziehe von C aus den Seilstrahl 1 in beliebiger Richtung. Diese Linie kann als die Tangente an die in entsprechender Verzerrung aufgetragene Seilcurve im Punkte C aufgefasst werden. Der Seilstrahl 2, der die Tangente an dieselbe Seilcurve im Punkte B darstellt, schneidet sich mit 1 auf der gegebenen Richtungslinie I und

folgt hieraus sofort. Um die Seilspannung 2 ferner mit der Last II zusammenzusetzen, beachten wir, dass sich 1 und 3 jedenfalls auf der Resultirenden der dazwischen liegenden Lasten I und II schneiden müssen. Wenn uns nun auch diese beiden Lasten der Grösse nach vorläufig nicht bekannt sind, so kennen wir doch ihr Verhältniss. Denn I stellt das senkrecht nach oben gehende Gewicht des Dreiecks BCD in Abb. 154 und II das von ABD dar und die beiden Dreiecksflächen verhalten sich zu einander wie ihre Grundlinien AB und BC oder wie die beiden mit l_1 und l_2 in Abb. 155 bezeichneten Spannweiten. Die Resultirende der beiden parallelen

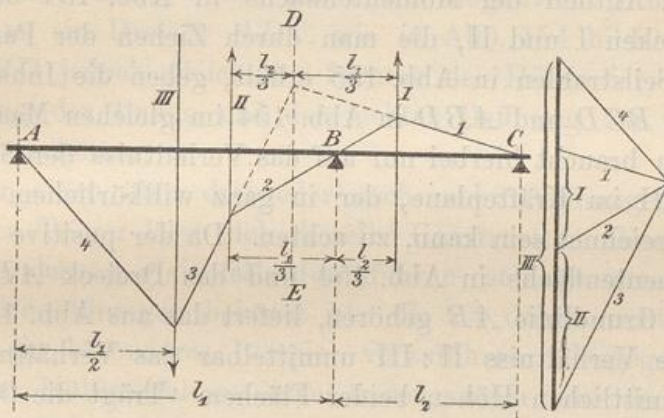


Abb. 155.

Abb. 156.

und gleich gerichteten Kräfte I und II liegt zwischen beiden und theilt den Abstand zwischen ihnen im umgekehrten Verhältnisse zu den Grössen beider Kräfte. Tragen wir daher $\frac{l_1}{3}$ von I aus nach links oder $\frac{l_2}{3}$ von II aus nach rechts hin ab, so erhalten wir die Richtungslinie DE der Resultirenden aus I und II. Wir brauchen jetzt nur 1 bis zum Schnittpunkte mit DE zu verlängern, um den durch diesen Punkt gehenden Seilstrahl 3 zu erhalten. Der Seilstrahl 4 endlich schneidet sich mit 3 auf der Richtungslinie von III und geht durch den Punkt A .

Von den vier Seilstrahlen des soeben construirten Seil-

polygons haben nur 1, 2 und 4 eine unmittelbare Beziehung zur elastischen Linie des Balkens, indem sie deren Tangenten in den Punkten C, B, A unter der Voraussetzung einer entsprechend gewählten Verzerrung darstellen. Der Seilstrahl 3 ist nur zur Ermöglichung der Construction dazwischen geschoben und hat mit der elastischen Linie unmittelbar nichts zu thun.

Nachdem das Seilpolygon gefunden ist, können wir nachträglich auch den ihm zugehörigen Kräfteplan in Abb. 156 zeichnen. Hierbei ist zu beachten, dass III auch der Grösse nach gegeben ist, indem es den von vornherein bekannten positiven Antheil der Momentenfläche in Abb. 154 darstellt. Die Strecken I und II, die man durch Ziehen der Parallelen zu den Seilstrahlen in Abb. 155 erhält, geben die Inhalte der Dreiecke BCD und ABD in Abb. 154 im gleichen Maassstabe an. Man braucht hierbei nur auf das Verhältniss der Strecken II und III im Kräfteplane, der in ganz willkürlichem Maassstabe gezeichnet sein kann, zu achten. Da der positive Antheil der Momentenfläche in Abb. 154 und das Dreieck ABD zur gleichen Grundlinie AB gehören, liefert das aus Abb. 156 entnommene Verhältniss $II : III$ unmittelbar das Verhältniss der durchschnittlichen Höhen beider Flächen. Trägt die Oeffnung AB des durchlaufenden Trägers eine gleichförmig vertheilte Last, so ist der positive Antheil der Momentenfläche ein Parabelsegment, dessen durchschnittliche Höhe $\frac{2}{3}$ der grössten Höhe ausmacht. Bezeichnen wir daher die Pfeilhöhe dieser Parabel mit f , so ist die Höhe BD des Dreiecks ABD gleich $\frac{4}{3} f \cdot \frac{II}{III}$. Nachdem BD auf diese Weise ermittelt ist, kann Abb. 154 sofort im richtigen Maassstabe aufgetragen werden. Ausserdem können, nachdem die Momentenfläche bekannt ist, auch die zugehörigen Auflagerkräfte oder die Scheerkräfte für gegebene Querschnitte unter Zuhülfenahme des zur Momentenfläche als Seilpolygon gehörigen Kräfteplanes leicht in von früher her bekannter Weise gefunden werden. Die zunächst gestellte Aufgabe ist hiermit als gelöst zu betrachten.

Hat der Träger in beiden Spannweiten gegebene Lasten aufzunehmen, so ermittelt man zuerst die Momentenfläche unter der Voraussetzung, dass nur eine Spannweite belastet, die andere unbelastet sei, wiederholt dann das Verfahren für den Fall, dass die zweite Oeffnung belastet und die erste unbelastet ist und addirt beide Momentenflächen zu einander. Die dem gegebenen Belastungsfalle entsprechende Momentenfläche setzt sich daher aus zwei positiven Antheilen zusammen, von denen zu jeder Spannweite einer gehört und die ebenso gross und ebenso gestaltet sind, als wenn diese Spannweite durch einen einfachen Träger überdeckt wäre, der die zugehörigen Lasten aufzunehmen hätte, sowie aus einem negativen Antheile, der wiederum ein Dreieck ADC , wie in Abb. 154 bildet, dessen Höhe BD jedoch gleich der Summe der Höhen ist, die zur Belastung der linken und der rechten Oeffnung für sich genommen gehören.

Für einen über drei oder noch mehr Oeffnungen durchlaufenden Träger lässt sich dieselbe Construction ohne wesentliche Aenderung gleichfalls durchführen, solange nur eine der beiden Endöffnungen belastet ist. Es ist daher nicht nöthig, hierfür ein besonderes Beispiel vorzuführen. Dagegen muss noch ein Hilfsverfahren dazu treten, wenn eine der Mittelöffnungen belastet ist. In Abb. 157 ist ein über drei Oeffnungen durchgehender Träger gezeichnet, dessen Mittelöffnung BC eine gleichförmig vertheilte Belastung aufnehmen soll, während die beiden Endöffnungen als unbelastet vorausgesetzt werden. An Stelle der gleichförmig vertheilten kann übrigens auch eine irgendwie anders angeordnete Belastung der Mittelöffnung treten, ohne dass sich darum die Betrachtung zu ändern brauchte.

Man denke sich die beiden Stützen A und D entfernt und die Auflagerkräfte durch passend gewählte Lasten ersetzt, die so zu bestimmen sind, dass die Punkte A und D keine Bewegung in vertikaler Richtung ausführen. Wenn diese Kräfte von vornherein bekannt wären, könnte man die Momentenfläche mit Hilfe eines Seilpolygons sofort construiren. Jedenfalls

kennt man aber aus dieser Ueberlegung bereits die allgemeine Gestalt der Momentenfläche. Die Lasten an den Enden A und D des auf B und C gestützten Trägers bringen nämlich überall negative Momente hervor, die durch das Viereck $A E F D$ in Abb. 158 dargestellt werden. Dazu kommen die positiven, durch das Parabelsegment über BC dargestellten Momente, die

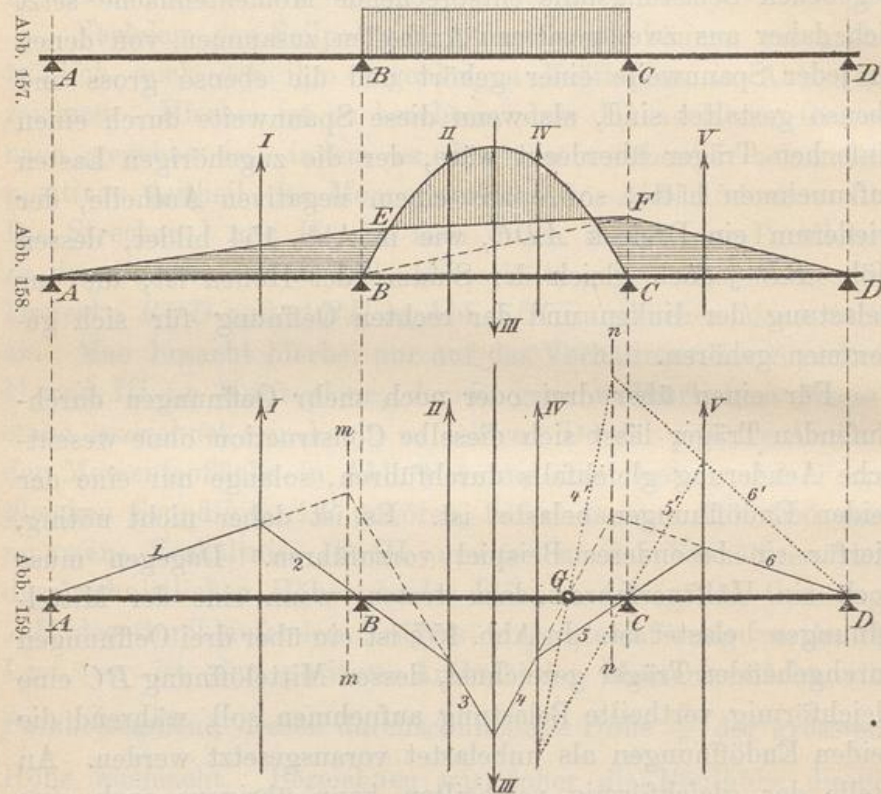


Abb. 157 bis 159.

durch die gegebenen Lasten in der Oeffnung BC unmittelbar hervorgerufen werden. Beide Momentenflächen überschneiden sich wieder und die Unterschiede zwischen ihnen, die durch Schraffur hervorgehoben sind, geben wie im früheren Falle, die im Ganzen auftretenden Biegemomente an. Um Abb. 158 richtig auftragen zu können, bleiben nur die Höhen BE und FC , d. h. die Momente über den Mittelstützen zu ermitteln.

Dies geschieht wieder auf Grund der Erwägung, dass die

elastische Linie, die als Seilpolygon zur Momentenfläche als Belastungsfläche construiert werden kann, durch die vorgeschriebenen Punkte A, B, C, D gehen muss. Wir achten nur auf die durch diese Punkte gehenden Seilspannungen der in beliebiger Verzerrung gezeichneten Seilcurven, von denen wir wissen, dass sie mit den zwischen ihnen liegenden Lasten, die wir in geeigneter Weise zusammenfassen, im Gleichgewichte stehen müssen. Diese Lasten für das „zweite“ Seilpolygon sind in Abb. 158 eingetragen. In den beiden Endöffnungen kommt nur je eine Last in Frage, die durch den Schwerpunkt des zugehörigen Belastungsdreiecks geht. In der Mittelöffnung geht III durch den Schwerpunkt des Parabelsegments; diese Last ist von allen allein ihrer Grösse nach sofort bekannt, da sie durch die Fläche des Parabelsegments dargestellt wird. Das Trapez $BEFC$ vom negativen Antheile der Momentenfläche zerlegen wir durch die Diagonale BF in zwei Dreiecke und führen die nach oben gekehrten Lasten dieser Dreiecke gesondert ein. Wir erreichen dadurch, dass auch die Richtungslinien II und IV, die durch die Schwerpunkte der Dreiecke gehen, sofort angegeben werden können, wenn man auch die Inhalte der Dreiecke noch nicht kennt. Ebenso muss man übrigens auch verfahren, wenn eine Endöffnung belastet ist.

Wir tragen jetzt die hiermit ermittelten Richtungslinien der Lasten von I bis V in Abb. 159, die nichts mehr enthält, was noch als unbekannt anzusehen wäre, von Neuem ein. Zugleich ziehen wir die Linie mm als Richtungslinie der Resultirenden von I und II, die ebenso wie im früheren Falle gefunden wird, da sich auch jetzt die Lasten I und II oder die Dreieckflächen AEB und BEF in Abb. 158 wie die Spannweiten AB und BC zu einander verhalten müssen. Ebenso kann die Linie nn als Richtungslinie der Resultirenden aus IV und V gefunden werden, indem man den Abstand zwischen IV und V im umgekehrten Verhältnisse der Spannweiten BC und CD theilt, d. h. indem man den Abstand von C bis V von IV aus nach rechts hin aufträgt.

Wir zeichnen ferner das durch die vorgeschriebenen Punkte

A, B, C, D gehende Seilpolygon zu diesen Lasten, indem wir die Seilspannung 1 in beliebiger Richtung — entsprechend der beliebig zu wählenden Verzerrung der elastischen Linie — eintragen. Auf 1 folgen 2 und 3 sofort, da sich 1 und 3 auf mm schneiden müssen, während 2 durch B gehen muss. Die Fortsetzung 4, 5, 6 macht indessen zunächst einige Schwierigkeiten, da man vorerst nicht wissen kann, in welcher Richtung 4 weiter zu führen ist.

Man bedenke jedoch, dass die Richtungslinien von 4, 5, 6 ein Dreieck mit einander bilden müssen, das sechs vorgeschriebene Bedingungen zu erfüllen hat, wodurch es ausreichend gekennzeichnet wird. Die Seiten müssen nämlich durch drei vorgeschriebene Punkte gehen (4 durch den Schnittpunkt von 3 mit III, 5 durch C und 6 durch D) und die Ecken müssen auf drei gegebenen Graden liegen, die parallel zu einander sind, nämlich auf den Geraden IV, nn und V. Das Dreieck kann daher nach einem schon oft benutzten Verfahren ermittelt werden.

Wir zeichnen zuerst irgend ein Dreieck, das nur fünf der aufgezählten Bedingungen erfüllt. Zu diesem Zwecke ziehen wir die Linie 6' in beliebiger Richtung durch D und reihen daran in leicht ersichtlicher Weise die Seiten 4' und 5'. Das Dreieck 4'5'6' erfüllt nur die eine Bedingung nicht, dass 4' durch den Endpunkt von 3 gehen sollte. Denkt man sich das Dreieck 4'5'6' veränderlich, so dass es stets dieselben fünf Bedingungen erfüllt, so muss sich die Seite 4' ebenfalls um einen festen Punkt drehen. Dieser Punkt G muss auf der Balkenaxe liegen, da eines der Dreiecke 4'5'6' mit allen Punkten und Seiten auf die Balkenaxe fällt. Punkt G ist daher als Schnittpunkt von 4' mit der Balkenaxe bekannt.

Auch das gesuchte Dreieck 456 bildet eines der Dreiecke 4'5'6' und wir wissen jetzt, dass 4 durch den Punkt G zu ziehen ist. Nachdem dies geschehen ist, macht auch die Fortsetzung 5, 6 keine Schwierigkeiten mehr.

Von den Seilpolygonseiten 1 bis 6 sind 1, 2, 5, 6 Tangenten an die in entsprechender Verzerrung aufgetragene elastische

Linie in den Auflagerpunkten, während die dazwischen eingeschobenen Seiten 3 und 4 in keiner unmittelbaren Beziehung zur elastischen Linie stehen.

Nachdem das Seilpolygon gefunden ist, kann man dazu, wie im früheren Falle, nachträglich den Kräfteplan zeichnen. Da die Last III ihrer Grösse nach bekannt ist, folgen daraus auch die Grössen der übrigen Lasten. — Hiermit findet man die Inhalte der Dreiecksflächen I, II, IV, V in Abb. 158, so dass dem richtigen Auftragen von Abb. 158 kein Hinderniss mehr im Wege steht. — Auch für den Fall, dass mehrere Oeffnungen belastet sind, kann man so verfahren, wie es schon vorher bei dem einfacheren Falle des über zwei Oeffnungen durchlaufenden Trägers auseinandergesetzt worden ist.

§ 63. Gleichung von Clapeyron.

Wenn jede Oeffnung des durchlaufenden Trägers nur eine gleichförmig vertheilte Belastung trägt, die aber bei den einzelnen Oeffnungen verschieden gross sein darf (und bei einigen daher auch gleich Null sein kann), erhält man die Biegemomente über den Stützen, die man zum Auftragen der Momentenfläche nöthig hat, auch sehr einfach auf analytischem Wege, mit Hülfe der von Clapeyron aufgestellten „Gleichung der drei Momente“.

Die Zahl der Oeffnungen kann jetzt beliebig gross sein. Wir denken uns zwei aufeinanderfolgende Oeffnungen, die wir als die n -te und die $(n + 1)$ -te bezeichnen, herausgegriffen. Die positiven Antheile der Momentenflächen bestehen wieder aus Parabelabschnitten, die negativen aus Trapezen. Abb. 160 gibt den zu den beiden Oeffnungen gehörigen Theil der Momentenfläche an. Die Pfeilhöhen der Parabeln sind mit B_n und B_{n+1} bezeichnet. Trägt die n -te Oeffnung eine Belastung q_n für die Längeneinheit, so hat man für das Biegemoment B_n , das in der Mitte dieser Oeffnung entstehen würde, wenn diese durch einen einfachen Träger überdeckt wäre,