



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Vorlesungen über technische Mechanik**

**Föppl, August**

**Leipzig, 1900**

§. 56. Stützlinie und Drucklinie

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

in die Höhe geführten Pfeiler, die unten dieselbe Druckbeanspruchung der Fuge bewirkt, wie das berechnete  $\sigma$ . Auch die zulässige Kantenpressung kann anstatt in atm in einer solchen Druckhöhe angegeben werden und man erspart sich, wenn man dies von vornherein so einführt, später weitere Umrechnungen.

### § 56. Stützlinie und Drucklinie.

Eine gebrochene Linie, die die Druckmittelpunkte aller Fugen mit einander verbindet, wird als Stützlinie des Gewölbes bezeichnet. Da die Vertheilung und die Zahl der Fugen offenbar zufällig und unwesentlich ist, kann man sich auch unendlich viele Fugen oder wenigstens willkürlich durch die Wölbsteine in der Fugenrichtung gezogene „Fugenschnitte“ vorstellen und zu jedem dieser Fugenschnitte den Druckmittelpunkt aufgesucht denken. Die Stützlinie geht dann in eine Curve über. Nach dem, was wir vorher sahen, muss die Stützlinie überall in der Querschnittsfläche verlaufen und sie darf den Begrenzungslinien des Gewölbequerschnitts nicht zu nahe kommen, wenn sie einem möglichen Gleichgewichtszustande entsprechen soll.

Eine zweite Curve, die von der Stützlinie im Allgemeinen etwas, wenn auch gewöhnlich nicht viel verschieden ist, wird von den Richtungslinien der zu allen Fugenschnitten gehörigen Fugendrucke als Tangenten eingehüllt. Sie wird als die Drucklinie des Gewölbes bezeichnet. Indessen werden die Bezeichnungen „Stützlinie“ und „Drucklinie“ häufig auch mit einander vertauscht, um so mehr als beide unter einer Annahme, die sofort näher zu besprechen ist, mit einander zusammenfallen.

Die Construction der Stützlinie oder der Drucklinie macht nach den Betrachtungen des vorigen Paragraphen gar keine Schwierigkeiten, sobald Lage, Richtung und Grösse irgend eines Fugendruckes willkürlich gewählt oder gegeben sind: Man sucht aber diese Aufgabe dadurch noch weiter zu vereinfachen, dass man die Richtungen der Fugenschnitte so legt, wie es dafür am bequemsten ist. Am schnellsten kommt man zum Ziele

für lothrechte Fugenschnitte. In diesem Falle bildet die Stützlinie eine zu der gegebenen Belastungsfläche gehörige Seilcurve und jede Tangente an die Seilcurve gibt zugleich die Richtung des zugehörigen Fugendruckes an, d. h. die Drucklinie fällt mit der Stützlinie zusammen.

Freilich dürfte man bei einem gemauerten Gewölbe die Fugen nicht wirklich in dieser Richtung ausführen, da sonst die Gefahr des Gleitens der Wölbsteine übereinander nahe gerückt würde. Bei einem Betongewölbe dagegen kommen Fugen im eigentlichen Sinne überhaupt nicht vor und es ist daher von vornherein gleichgültig, in welcher Richtung wir uns die Fugenschnitte bei ihm gelegt denken wollen. Aber auch bei gemauerten Gewölben steht es uns frei, uns trotz der anders gerichteten Mauerfugen auch noch Schnitte in lothrechter Richtung durch das Gewölbe gelegt zu denken, die wir als Fugenschnitte bezeichnen, und die in diesen Schnitten von der

einen nach der anderen Seite hinüber übertragenen Kräfte oder „Fugendrucke“ zu untersuchen.

Ausserdem ist man auch jederzeit leicht im Stande, den Fugendruck für eine beliebig geneigte Fuge nachträglich anzugeben, sobald die Stütz- oder Drucklinie für senkrechte Fugenschnitte bereits bekannt ist. In Abb. 151 sei  $SS$  diese Stützlinie und  $EF$  die geneigte Fuge, für die der Fugendruck ermittelt werden soll. Man ziehe durch den Schnittpunkt  $A$  der Fuge mit der Stützlinie  $SS$  den senkrechten Fugenschnitt  $BC$ . Der zu diesem

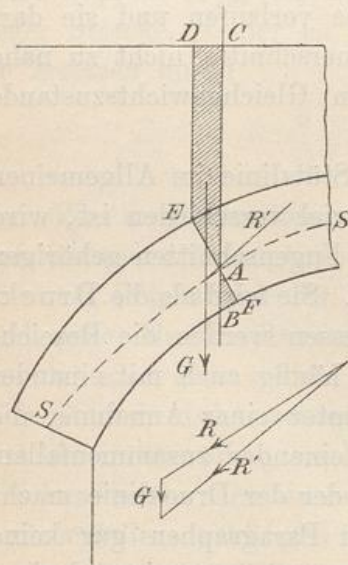


Abb. 151.

gehörige Fugendruck  $R$  ist aus dem zu dem Seilpolygone  $SS$  gehörigen Kräfteplane sofort zu entnehmen. Dann ziehe man von  $E$  aus die Lothrechte  $ED$ . Der Fugendruck  $R'$  für die

geneigte Fuge  $EF$  muss dann mit  $R$  und dem zwischen den Linien  $DEF$  und  $BC$  liegenden Belastungsstreifen im Gleichgewichte stehen. Dieser Belastungsstreifen besteht aus dem Trapeze  $ACDE$  mit senkrecht nach abwärts und dem kleinen Dreiecke  $ABF$  mit senkrecht nach oben gekehrtem Gewichte (dies nach oben gerichtet, weil die Fläche  $ABF$  nicht hinzukommt, sondern wegfällt, wenn wir vom senkrechten Fugenschnitte zum geneigten übergehen). Die Richtungslinie der Resultirenden  $G$  beider Gewichte kann auch als die senkrechte Schwerlinie der verschränkten Figur  $BCDEF$  angesehen werden, in der  $ABF$  negativ zu rechnen ist. Durch Aneinandertragen von  $R$  und  $G$  erhalten wir  $R'$  als dritte Seite in dem nebenan gezeichneten Kräftedreiecke. Eine Parallele zu  $R'$  durch den Schnittpunkt von  $R$  mit  $G$  in der Hauptfigur liefert den gesuchten Fugendruck.

Man erkennt aus dieser Construction, dass die Stützlinie für die wirklich vorhandenen geneigten Fugen stets etwas höher liegen wird, als die ihr für senkrechte Fugenschnitte entsprechende. Der Unterschied ist aber so gering, dass man ihn unter den gewöhnlich vorliegenden Umständen meist ganz vernachlässigen kann. Daher begnügt man sich in der Regel damit, die Stützlinie für senkrechte Fugenschnitte einzuzichnen und sie zugleich für die geneigten Fugen als gültig zu betrachten. Wenn man will, kann man jedoch die besprochene geringfügige Verbesserung jederzeit leicht vornehmen.

Um die Untersuchung für die Stütz- oder Drucklinien bei senkrechten Fugenschnitten analytisch durchzuführen, geht man von der Differentialgleichung der Seilcurve aus. Diese lautet

$$H \frac{d^2y}{dx^2} = -q,$$

wenn  $q$  die Belastungsintensität an der Stelle mit der Abscisse  $x$  bedeutet, die durch die Höhe der Belastungsfläche an dieser Stelle dargestellt wird.  $H$  ist der Horizontalschub der Drucklinie oder des Gewölbes, d. h. die constante Horizontal-Componente jedes Fugendrucks. Durch zweimalige Integration folgt daraus die endliche Gleichung der Curve

$$y = -\frac{1}{H} \int dx \int q dx + C_1 x + C_2. \quad (84)$$

Unter  $C_1$  und  $C_2$  sind die Integrationsconstanten zu verstehen. Grenzbedingungen zu deren Bestimmung stehen nicht zur Verfügung, falls nicht willkürliche Annahmen etwa über einen Fugendruck zu Hülfe genommen werden. Auch der Horizontal-schub  $H$  lässt sich ohne solche Annahmen auf Grund der all-gemeinen Gleichgewichtsbedingungen nicht ermitteln. In der Gleichung kommen daher drei zunächst willkürliche Constanten vor. Dies steht in Uebereinstimmung mit dem schon vorher gezogenen Schlusse, dass das Tonnengewölbe eine dreifach statisch unbestimmte Construction bildet.

Diese Unbestimmtheit lässt sich freilich durch eine geeignete Construction bis zu einem gewissen Grade heben. Durch Anordnung von Gelenken kann man (wenigstens nahezu) der Drucklinie Punkte vorschreiben, durch die sie gehen muss. Ordnet man drei Gelenke (eins im Scheitel und an jedem Kämpfer) an, so ist die Lage der Drucklinie dadurch völlig bestimmt. Solche Gewölbe hat man neuerdings häufig ausgeführt und bei weitgespannten Brückenbögen scheint sich diese Construction jetzt ganz allgemein eingebürgert zu haben.

Die Berechnung der Gewölbe mit drei Gelenken erfolgt im Wesentlichen genau so, wie die der Bogenträger mit drei Gelenken. Die Gelenkdrücke findet man nach einem der damals besprochenen Verfahren (vgl. § 39) und hiermit kann auch die zugehörige Stützlinie ohne Weiteres gezeichnet werden.

Freilich ist es nicht möglich, ein Gelenk so zu construiren, dass der Gelenkdruck genau durch einen vorgeschriebenen Punkt gehen müsste. Eine geringe Abweichung wird immer noch möglich sein; diese ist aber von entsprechend geringer Bedeutung. — Als ein Hauptvorzug der Gelenkanordnung ist zu betrachten, dass weder Temperaturänderungen, noch geringe Bewegungen der Widerlager, die etwa durch die Nachgiebigkeit des Fundamentes veranlasst werden, eine wesentliche Aenderung des Gleichgewichtszustandes, also der Lage der Stützlinie herbeizuführen vermögen, so lange wenigstens als sich

diese Aenderungen gleichförmig der ganzen Länge der Wölbaxe nach äussern.

Im Raume ist nämlich ein mit drei Gelenken ausgeführtes Gewölbe immer noch als eine statisch unbestimmte Construction anzusehen. Es ist keineswegs unbedingt nöthig, dass sich jeder zwischen zwei Querschnitten gelegene Gewölbeabschnitt genau ebenso verhalte, wie jeder andere und wenn der Boden, auf den sich die Widerlager stützen, an verschiedenen Stellen verschieden nachgiebig ist, wenn sich ungleichförmige Wärmeänderungen geltend machen (wenn die nach Süden gelegene Seite z. B. wärmer wird, als die nach Norden gekehrte) oder wenn die Gelenke nicht genau gleichmässig der ganzen Länge der Wölbaxe nach ausgeführt sind, werden sich Unterschiede im Verhalten der einzelnen Wölbabschnitte trotz der Gelenke sofort einstellen. Nur dann, wenn man sicher sein kann, dass alle Ursachen, die eine Verschiedenheit der Bedingungen längs der Wölbaxe herbeiführen könnten, hinreichend vermieden sind, so dass man sich in der That auf die Untersuchung innerhalb einer einzigen Querschnittsebene beschränken kann, ist die Construction als eine — innerhalb der Ebene — statisch bestimmte anzusehen. Ich hielt es für nöthig, dies hier zu betonen, weil bei der Beurtheilung des Sicherheitsgrades eines solchen Gewölbes auf diese Umstände gebührend Rücksicht genommen werden muss, was nicht immer geschehen zu sein scheint.

Natürlich gelten diese Bemerkungen im Uebrigen auch für die schon in der Ebene statisch unbestimmten Gewölbe ohne Gelenke; sie sind aber hier der ohnehin schon bestehenden Unbestimmtheit wegen von geringerer Wichtigkeit als im anderen Falle.

§ 57. Schiefe Projektion des Gewölbequerschnitts  
mit eingezeichneter Stützlinie.

Denkt man sich die Zeichnung eines Gewölbequerschnitts sammt Belastungslinie, Stützlinie und deren Kräfteplan durch parallele Projektionsstrahlen auf irgend eine zur Zeichenebene