



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

§. 53. Die Ausnahmefachwerke als statisch unbestimmte Constructionen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

worauf es bei den in der Praxis vorliegenden Aufgaben gewöhnlich nicht ankommt. Freilich ist das Resultat des Vergleiches verhältnissmässig günstig und es fragt sich, ob es sich immer so gut gestaltet. Jedenfalls ist dies nur durch grosse Sorgfalt bei der Construction des Verschiebungsplanes zu erreichen und der nach der Mohr'schen Methode ermittelte Werth ist im Allgemeinen als der genauere zu betrachten. Der Kräfteplan T , der bei ihm noch in Frage kommt, lässt sich nämlich genauer zeichnen, als der Verschiebungsplan. Freilich kann man andererseits beim Ausrechnen der Summen auch leichter einmal einen groben Fehler begehen, als beim Verschiebungsplane, bei dem er sich dem Auge sehr bald bemerklich machen würde.

§ 53. Die Ausnahme-Fachwerke als statisch unbestimmte Constructionen.

Ein Fachwerk oder ein Fachwerkträger möge die zur Herstellung der Steifigkeit im Allgemeinen erforderliche Anzahl von Stäben gerade besitzen; dabei soll aber der in den vorhergehenden Abschnitten schon mehrfach besprochene Ausnahmefall vorliegen, bei dem nicht in Folge der Gliederung im Allgemeinen, sondern wegen der besonderen Gestalt der Trägerfigur die Stäbe trotz ihrer sonst ausreichenden Anzahl keine hinreichende Steifigkeit herbeiführen. Ich erinnere besonders daran, dass der Ausnahmefall dahin erklärt werden kann, dass sich ein Stab gerade im Maximum oder Minimum der Länge befindet, die mit den Längen der übrigen Stäbe (und den Auflagerbedingungen) verträglich ist. Denkt man sich nämlich einen Stab aus einem statisch bestimmten Fachwerke (oder Fachwerkträger) entfernt, so erhält man, wie schon wiederholt auseinandergesetzt wurde, einen Mechanismus, bei dessen Bewegung sich die Entfernung der Endknotenpunkte des herausgenommenen Stabes im Allgemeinen ändert. In diesem Falle reicht der Stab, wenn er wieder eingesetzt wird, aus, um die Bewegung zu verhindern und die Construction ist steif. Be-

findet sich die Stablänge, also die Entfernung der beiden Endknotenpunkte aber zufällig in einem Maximum oder Minimum, so ist die Aenderung dieser Entfernung bei einer unendlich kleinen Bewegung des Mechanismus unendlich klein von der zweiten Ordnung und der Stab kann, wenn er wieder eingesetzt wird, diese Bewegung nicht verhindern; die Construction ist verschieblich, — in der Theorie nur unendlich wenig, in Wirklichkeit aber wegen der Fähigkeit der Stäbe, ihre Längen unter dem Einflusse von Belastungen oder von Temperaturschwankungen etwas zu ändern, verhältnissmässig stark verschieblich.

Wir fanden ferner, dass im Ausnahmefalle, solange man die Stablängen als unveränderlich ansieht, zu beliebig gegebenen Lasten im Allgemeinen unendlich grosse Stabspannungen gehören. Indessen kann man bei den Ausnahmefachwerken, wie sie hier kurz genannt werden sollen, auch solche besondere Belastungsarten angeben, die nicht zu unendlich grossen Stabspannungen führen. Man braucht z. B. nur zwei durch einen Stab verbundene Knotenpunkte mit zwei entgegengesetzten gleichen Kräften auseinander zu ziehen. Wenn andere Lasten nicht vorkommen, treten keine unendlich grossen Stabspannungen auf. Der Stab zwischen beiden Knotenpunkten reicht dann schon für sich allein aus, um die angenommene Belastung aufzunehmen, ohne dass die übrigen dabei mitwirken müssten. Man wäre aber im Irrthume, wenn man auf Grund dieser Ueberlegung annehmen wollte, dass dieser Stab nun auch allein gespannt würde, während die übrigen spannungslos blieben. Die Ausnahmefachwerke sind vielmehr solchen Lasten gegenüber, die nicht zu unendlich grossen Stabspannungen führen, statisch unbestimmt.

Denkt man sich nämlich in dem soeben besprochenen Falle den Stab zwischen den beiden belasteten Knotenpunkten entfernt, so erhält man einen Mechanismus, der sich zwar im Allgemeinen zu bewegen vermag, der sich aber unter der gegebenen Belastung im Gleichgewichte (im labilen oder im stabilen, jenachdem der herausgenommene Stab gerade im

Minimum oder im Maximum seiner Länge steht) befindet. Man überzeugt sich davon leicht, wenn man den Mechanismus eine unendlich kleine virtuelle Bewegung ausführen lässt. Dabei ist die Summe der Arbeiten der beiden Lasten gleich Null (oder doch unendlich klein zweiter Ordnung), weil sich die Entfernung der beiden Angriffspunkte bei der Bewegung nach Voraussetzung nicht ändert. Das ist aber die ausreichende Bedingung für das Gleichgewicht der beiden äusseren Kräfte an dem Mechanismus. Hiernach kann auch schon durch Spannungen in den zu dem Mechanismus gehörigen Stäben an jedem Knotenpunkte Gleichgewicht hergestellt werden. Man erkennt daraus, dass in dem Ausnahmefachwerke bei den hier in Frage kommenden Belastungsfällen unendlich viele Spannungsbilder möglich sind, die an allen Knotenpunkten Gleichgewicht herstellen. Bei dem einfachsten Falle, dass nur die Endknotenpunkte eines Stabes auseinander gezogen werden, unterscheiden sich diese verschiedenen Spannungsbilder in dem Verhältnisse von einander, nach dem sich die Last auf den dazwischen liegenden Stab und auf den nach dessen Fortnahme entstehenden Mechanismus vertheilt.

Man kann nun auch leicht angeben, welche Bedingung von einem Lastensysteme jedenfalls erfüllt sein muss, damit es zu keinen unendlich grossen Stabspannungen im Ausnahmefachwerke führt. Nimmt man nämlich einen Stab heraus, so müssen sich die gegebenen Lasten an dem hiermit gebildeten Mechanismus im Gleichgewichte halten. Auch ohne Mitwirkung des herausgenommenen Stabes lässt sich dann schon an allen Knotenpunkten Gleichgewicht herstellen. Je nachdem sich der herausgenommene Stab an der Lastübertragung selbst betheiligt, hat man wieder unendlich viele statisch mögliche Spannungsbilder.

Zugleich erkennt man, dass im Ausnahmefachwerke auch selbst beim Fehlen aller Lasten Stabspannungen möglich sind. Denn man denke sich irgend einen Stab beliebig gespannt. Nimmt man ihn heraus und ersetzt seine Spannung an den Endknotenpunkten durch äussere Kräfte, so ist, wie wir schon

vorher sahen, der entstehende Mechanismus unter dem Einflusse dieser Kräfte im Gleichgewichte. Man kann daher Stabspannungen in den zu dem Mechanismus gehörigen Stäben angeben, die mit der willkürlich angenommenen Spannung des herausgenommen gedachten Stabes überall Gleichgewicht herstellen.

Obschon das Ausnahmefachwerk sonst als ein Grenzfall des statisch bestimmten Fachwerks erscheint, theilt es, wie aus diesen Betrachtungen hervorgeht, viele Eigenschaften mit dem statisch unbestimmten Fachwerke. In der That muss man auch zur Berechnung der Stabspannungen für jene Belastungsfälle, die nach dem Vorhergehenden überhaupt als zulässig erscheinen, dieselben Methoden anwenden, wie beim statisch unbestimmten Fachwerke.

Man nehme also einen Stab heraus und ermittle mit Hilfe eines Kräfteplans T die Spannungen in den Stäben des Mechanismus, die zu den gegebenen Lasten gehören. Dann zeichne man einen Kräfteplan u , der die Spannungen im Mechanismus liefert, die durch eine Einheitsspannung in dem vorher beseitigten Stabe hervorgerufen werden. Nachdem dies geschehen ist, findet man die Spannung X des beseitigten Stabes auf Grund derselben Ueberlegungen wie in § 49 nach der schon damals für das statisch unbestimmte Fachwerk abgeleiteten Formel (67), S. 346

$$X = - \frac{\sum urT}{\sum u^2r}.$$

Auch die Spannungen aller übrigen Stäbe folgen dann leicht in derselben Weise wie früher.

§ 54. Fortsetzung.

Bisher war nur von solchen Belastungen des Ausnahmefachwerks die Rede, die sich selbst als Ausnahmefälle darstellen. Wird das Ausnahmefachwerk in anderer, also in beliebiger Weise belastet, so müssten die Stabspannungen zwar unendlich gross werden, wenn die Stäbe ihre Längen nicht ändern