



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Berechnung der Stabspannungen für eine Einzellast

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

Bei gerader Seitenzahl des Grundrisses senkt sich dagegen die letzte Dreieckspitze, wenn sich die erste hebt und umgekehrt. Dabei kann es vorkommen, dass sich der Abstand beider Spitzen ohnehin nicht ändert, wenn auch der letzte Ringstab gar nicht eingeschaltet ist. Wenn die Kuppel regelmässig ist, wie in Abb. 114, folgt schon aus Symmetriegründen, dass sich der Abstand beider Spitzen nicht ändern kann. Die

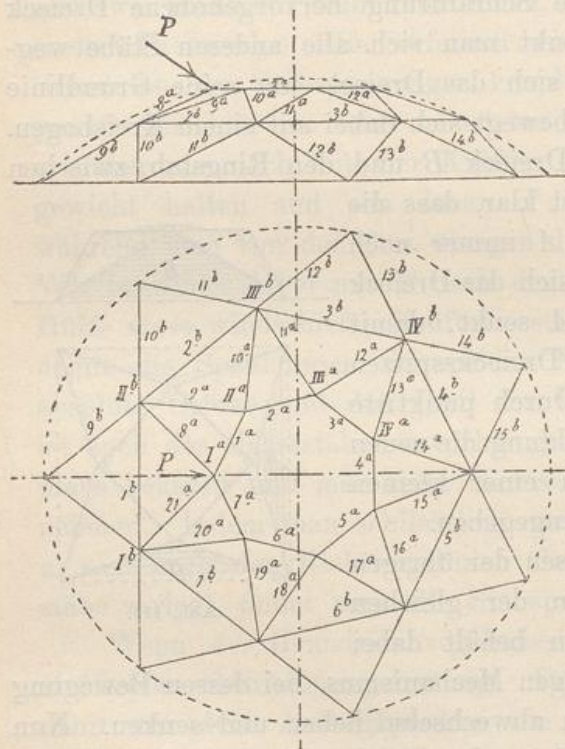


Abb. 115.

Einschaltung des letzten Ringstabes ändert daher überhaupt nichts an der vorher bestehenden Bewegungsmöglichkeit und die Kuppel bleibt ein Mechanismus von endlicher Beweglichkeit. Eine Anordnung wie in Abb. 114 ist daher unbedingt zu vermeiden.

Regelmässige Netzwerkkuppeln mit ungerader Seitenzahl sind dagegen vollkommen stabil. Das Verfahren für die Berechnung der

Stabspannungen sei an dem Beispiele der Abb. 115, die eine siebenseitige Kuppel darstellt, erläutert.

Zunächst weiss man, dass die Stäbe des Nabelrings abwechselnd gezogen und gedrückt sind und zwar sind diese Spannungen des regelmässigen Grundrisses wegen alle von gleicher Grösse. Die Resultirende der Stabspannungen 1^a und 7^a an dem belasteten Knotenpunkte I^a fällt also in die durch diesen Punkt gelegte Symmetrieebene der Kuppel. Die Kräfte-

zerlegung an diesem Punkte kann daher ohne Weiteres vorgenommen werden. Abb. 116 zeigt den Kräfteplan in Aufriss und Grundriss. Man beginnt im Aufrisse mit dem Dreiecke aus P , der horizontalen Resultirenden von 1^a und 7^a und einer zu 8^a und 21^a , die sich im Aufrisse decken, parallelen Seite. Das Dreieck ist zugleich als Aufriss eines räumlichen Kräftefünfecks aufzufassen, dessen Grundriss gefunden wird, indem man die aus dem Aufrisse herabgetragene Resultirende von 1^a und 7^a nach den Richtungen dieser beiden Stäbe zerlegt und aus den Endpunkten von P und 7^a Parallelen zu 8^a und 21^a im Grundrisse zieht. Projicirt man die Ecken, in denen 1^a und 7^a sowie 8^a und 21^a aneinander stossen, nach oben, so geht auch das Dreieck im Aufrisse in ein Fünfeck über, von dem nur zweimal zwei Seiten in eine Gerade fallen.

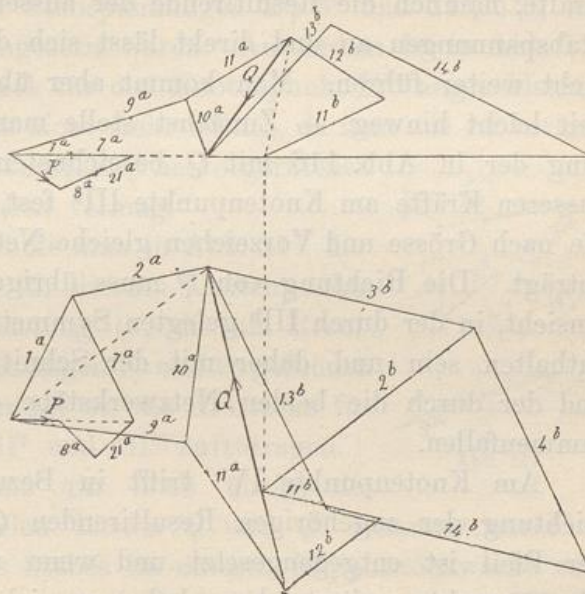


Abb. 116.

Hierauf geht man zum Knotenpunkte II^a über, indem man im Grundrisse 2^a an 1^a in gleicher Grösse anreicht und dann die Parallelen zu 9^a und 10^a zieht. Die gestrichelt gezogene Resultirende aus 1^a und 2^a geht parallel zum Stabe 2^b des unteren Ringes. Auch in den Aufriss kann das Kräfteviereck $1^a 2^a 9^a 10^a$ sofort übertragen werden und für die Prüfung der Genauigkeit der Zeichnung dient dabei die Bemerkung, dass die Eckpunkte, in denen 9^a und 10^a aneinanderstossen, in Aufriss und Grundriss senkrecht über einander liegen müssen.

Es ist nicht nöthig, noch weitere Knotenpunkte des Nabel-

rings ins Auge zu fassen, da an allen anderen dieselben Stabspannungen wie an II^a auftreten, nur mit dem Unterschiede, dass vom einen zum anderen jedesmal die Vorzeichen der Stabspannungen wechseln.

Wenn wir jetzt zum unteren Stockwerke übergehen, können wir uns das obere Stockwerk ganz beseitigt und die Spannungen der Netzwerkstäbe des oberen Geschosses an dem dazwischen liegenden Ringe als äussere Kräfte angebracht denken. Freilich greifen dann an allen Knotenpunkten dieses Ringes fünf Kräfte, nämlich die Resultirende der äusseren Kräfte und vier Stabspannungen an und direkt lässt sich daher die Zerlegung nicht weiter führen. Man kommt aber über diese Schwierigkeit leicht hinweg. — Zunächst stelle man Grösse und Richtung der in Abb. 116 mit Q bezeichneten Resultirenden der äusseren Kräfte am Knotenpunkte III^b fest, indem man an 10^a die nach Grösse und Vorzeichen gleiche Netzwerkspannung 11^a anträgt. Die Richtung von Q muss übrigens, wie man leicht einsieht, in der durch III^b gelegten Symmetrieebene der Kuppel enthalten sein und daher mit der Schnittlinie dieser Ebene und der durch die beiden Netzwerkstäbe gelegten Ebene zusammenfallen.

Am Knotenpunkte IV^b trifft in Bezug auf Grösse und Richtung der zugehörigen Resultirenden Q dasselbe zu; nur der Pfeil ist entgegengesetzt und wenn wir zum folgenden Knotenpunkte weiter gehen, kehrt er sich immer wieder um. Nur die Knotenpunkte I^b und II^b machen eine Ausnahme. An ihnen stösst jedesmal ein gezogener und ein gedrückter Netzwerkstab zusammen und die Resultirende Q' an II^b aus 8^a und 9^a konnte in dem besonderen Kräfteplane Abb. 117 aus den bekannten Strecken sofort gefunden werden.

Man untersucht nun, welche Spannungen in den Stäben des unteren Stockwerks durch eine einzige Last Q , die am Knotenpunkte III^b angreift, hervorgerufen werden. Dies geschieht genau so wie vorher die Ermittlung der Stabspannungen im oberen Geschosse unter der Last P . Man zieht in Abb. 115 einen Durchmesser durch III^b , projicirt den Schnitt mit dem

Auflagerkreise in den Aufriss und verbindet diesen Punkt mit III^b im Aufrisse. In diese Linie fällt die Resultirende aus den Stabspannungen 11^b und 12^b unter der Last Q ; die Resultirende aus den Ringspannungen 2^b und 3^b ist horizontal und fällt ebenfalls in die Durchmessersebene. Hiernach konnte das Dreieck aus Q , der horizontalen Richtung und der vorher construirten Richtung der Resultirenden von 11^b und 12^b im Aufrisse gezeichnet werden. Im Grundrisse projectirt sich das Dreieck als Gerade. Dann zerlegt man die Resultirenden nach den Richtungen der Stabspannungen 2^b , 3^b und 11^b , 12^b , aus denen sie zusammengesetzt waren. Ausserdem ist in Abb. 116 noch ein Kräfteviereck für den Knotenpunkt IV^b angeschlossen. Weiter zu gehen, ist nicht mehr nöthig, da man wie im vorigen Falle nun schon alle durch Q hervorgerufenen Spannungen anzugeben vermag.

Hierauf wiederhole man in Abb. 117 dieselbe Untersuchung für die am Knotenpunkte II^b angreifende Belastung Q' , die als Resultirende der Stabspannungen 8^a und 9^a gefunden war. Auch hier genügt es, die Kraftecke für die Knotenpunkte II^b und III^b aufzutragen.

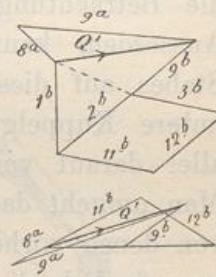


Abb. 117.

Nun bleibt uns nur noch übrig, die Spannungen aus allen Lasten Q und Q' zusammenzuzählen. Die Spannung jedes Stabes im unteren Kuppelstockwerke wird als eine Summe von sieben Gliedern gefunden, deren Werthe sich aus den gezeichneten Kräfteplänen sämtlich entnehmen lassen. Man betrachte z. B. den Stab 3^b . Die Last Q am Knotenpunkte III^b versetzt ihn, wie aus dem Kräfteplane Abb. 116 hervorgeht, in eine Zugspannung, deren Betrag mit s bezeichnet sein möge. Am Knotenpunkt IV^b greift eine Last $-Q$ an, deren Pfeil nach oben hin gekehrt ist und die, da sich sonst Alles gleich bleibt, die Spannung $-s$ in Stab III^b hervorbringt. Am folgenden Knotenpunkte V^b geht der Pfeil von Q wieder nach abwärts und der Ringstab 4^b erfährt daher eine Zugspannung vom Betrage s . Der Stab 3^b , den wir jetzt ins Auge gefasst haben, wird daher gedrückt und der vom Knotenpunkte

V^b herrührende Beitrag zur Spannung in 3^b ist gleich $-s$. Dieselben Ueberlegungen lehren, dass auch von VI^b und VII^b her die Spannungen $-s$ in 3^b erzeugt werden.

Die Last Q' am Knotenpunkte II^b bringt in 3^b , wie aus dem Kräfteplane folgt, eine Zugspannung hervor. Die entsprechende und symmetrisch zur vorigen liegende Last Q' am Knotenpunkte I^b versetzt den Stab 1^b in Druckspannung, daher 2^b in Zug- und 3^b wieder in Druckspannung und zwar vom gleichen Betrage wie vorher die Zugspannung.

Zählen wir alle sieben Posten zusammen, so finden wir die Spannung des Stabes 3^b gleich $-3s$, d. h. der Stab 3^b wird im Ganzen mit einer dreifach so grossen Kraft gedrückt, als sie aus Abb. 116 zu entnehmen ist. — Aehnlich lässt sich die Betrachtung auch für alle übrigen Stäbe durchführen. Ausserdem kann man auch, nachdem die Spannung eines Stabes auf diese Art ermittelt ist, den Kräfteplan für das untere Kuppelgeschoss unter gleichzeitiger Berücksichtigung aller darauf von oben her übertragenen Lasten construiren. Man umgeht dadurch die Zusammenziehung der sieben Posten, von denen vorher die Rede war, für alle übrigen Stäbe, wofür man freilich die Construction eines neuen Kräfteplans mit in den Kauf nehmen muss.

§ 44. Das Tonnenflechtwerk-Dach.

Abb. 118 zeigt einen Theil eines Tonnenflechtwerk-Daches in axonometrischer Zeichnung. Nach vorn hin muss man sich den Stabverband in derselben Weise bis zu einer zweiten Stirnmauer hin, an der er ebenso wie an der hinteren aufgelagert wird, fortgesetzt denken.

Die Construction entsteht aus dem geschlossenen Tonnenflechtwerke auf die schon in § 41 näher beschriebene Weise. Die statische Bestimmtheit kann durch nachträgliche Fortlassung der Diagonalstäbe in den beiden untersten Seitenflächen der Tonnen und durch längsverschiebliche Auflagerung der Knotenpunkte auf einer der beiden Stirnmauern herbeigeführt werden. Diagonalen, die etwa in den Fächern der unteren