Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

§. 42. Die Schwedler'sche Kuppel

urn:nbn:de:hbz:466:1-84532

§ 42. Die Schwedler'sche Kuppel.

Das älteste und bis auf den heutigen Tag wichtigste Beispiel für die praktische Ausführung eines folgerichtig aufgebauten Flechtwerkträgers bildet die von Schwedler herrührende Kuppel-Construction. Man gelangt zu ihr, indem man von einem Kugelflechtwerke eine Haube abschneidet und diese mit der Erde durch die vom Schnitte getroffenen Stäbe verbindet. Entfernt man nachträglich noch die Spitze mit den von ihr ausgehenden Stäben, so dass die eigentliche Trag-Construction in einem „Nabelringe" endet, auf den dann gewöhnlich noch ein sog. Laternenaufsatz kommt, der als blosse Sekundär-Construction aufzufassen ist, die mit dem Haupttragnetze nichts zu thun hat, so wird der Flechtwerkträger statisch bestimmt. Auf die besondere Gestalt des Meridians kommt es übrigens hierbei nicht an: ebensogut als nach der Kugel, kann man den Flechtwerkmantel auch nach irgend einer anderen Rotationsfläche gestalten. Der Meridian kann selbst geradlinig sein und das alsdann entstehende Kegeldach ist nur als ein besonderer Fall der Schwedler'schen Kuppel aufzufassen.

Abb. 108 zeigt eine Schwedler'sche Kuppel mit offenem Nabelringe in Aufriss und Grundriss. Dass sie die zur Herstellung eines steifen Verbandes erforderliche Zahl von Stäben umfasst, kann durch Nachzählen leicht festgestellt werden. Man hat nämlich ebensoviel Ringstäbe, ferner ebensoviel Sparrenstäbe (so sollen die längs der Meridiane verlaufenden genannt werden) und auch ebensoviel Diagonalstäbe, als freie Knotenpunkte vorkommen, also die nach Gl. (55) erforderliche Zahl. Wird ausserdem noch ein Auflagerring ausgeführt, der die Auflagerpunkte mit einander verbindet, wie es gewöhnlich geschieht, so wird dadurch an der statischen Bestimmtheit der Kuppel nichts geändert, denn die Stäbe des Auflagerringes dienen nur zur Verbindung von Punkten der festen Erde, helfen also die von vornherein vorausgesetzte Starrheit des Widerlagers herstellen, die ohne sie vielleicht nicht genügend gesichert wäre.

Dass kein Ausnahmefall vorliegt, dass also die Knotenpunkte durch die Stäbe auch wirklich steif mit einander und mit der Erde verbunden sind, wird sich daraus ergeben, dass jedem beliebigen Lastensysteme durch endliche Werthe der Stabspannungen entsprochen werden kann.

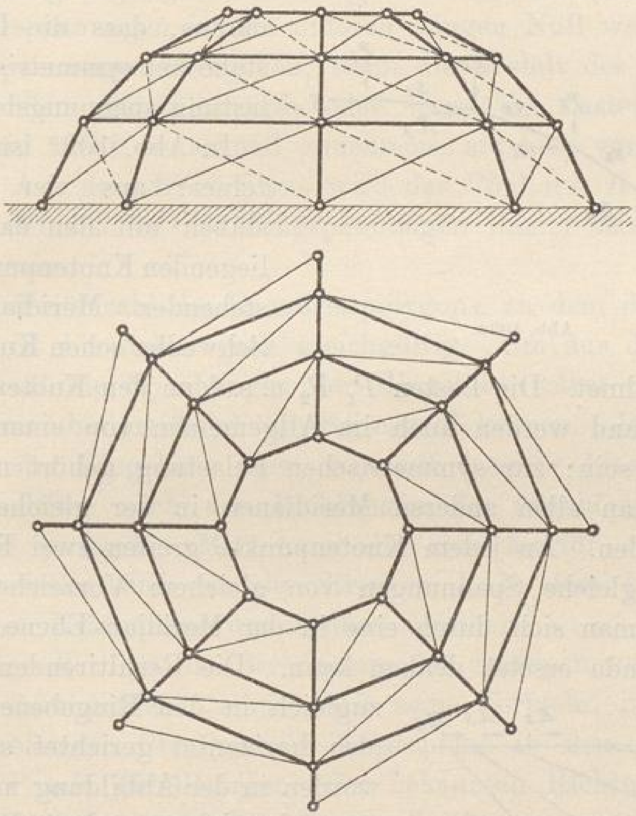

Abb. 108.

Schwedler selbst hat übrigens die richtige Lösung des Spannungsproblems für die von ihm ausgeführten Kuppeln nur für den Fall der symmetrischen Belastung, wie sie durch das Eigengewicht oder durch eine gleichmässig vertheilte Schneelast gebildet wird, angegeben und sich im Uebrigen mit einer ungefähren Abschätzung der Spannungen für eine andere Lastvertheilung geholfen. — Bei symmetrischer Belastung der Kuppel genügt es, die auf einer Kuppelseite liegenden Stabspannungen zu kennen, da die auf allen anderen Seiten ebensogross sind. Ferner kann man Gleichgewicht an jedem Knotenpunkte herstellen, ohne die Spannungen der Diagonalstäbe dabei in Anspruch zu nehmen. Da in einem statisch bestimmten Fachwerke nur *ein* System von Stabspannungen möglich ist, das den Gleichgewichtsbedingungen genügt, folgt daraus, dass die Diagonalstäbe bei symmetrischer Belastung spannungslos sind.

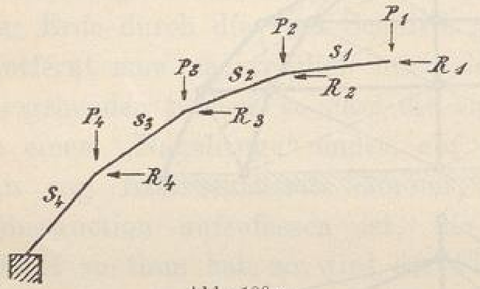

Abb. 109a.

In Abb. 109[a] ist ein einzelner, aus vier Sparrenstäben mit den dazwischen liegenden Knotenpunkten bestehender Meridian einer Schwedler'schen Kuppel herausgezeichnet. Die Lasten P_1 P_2 u. s. f. an den Knotenpunkten können und werden auch im Allgemeinen von einander verschieden sein; zur symmetrischen Belastung gehört nur, dass sie sich an allen anderen Meridianen in der gleichen Weise wiederholen. An jedem Knotenpunkte greifen zwei Ringstäbe an, die gleiche Spannungen von gleichem Vorzeichen haben und die man sich durch eine in der Meridian-Ebene liegende Resultirende ersetzt denken kann. Die Resultirenden müssen zugleich in den Ringebenen liegen, also horizontal gerichtet sein. Sie wurden in der Abbildung mit R_1 R_2 u. s. f. bezeichnet und die Pfeile sind so eingetragen, wie sie bei Druckspannungen in den Ringstäben ausfallen.

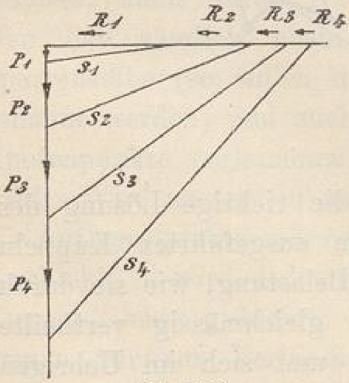

Abb. 109b.

Zur Ermittelung der Resultirenden R und der Spannungen S_1 S_2 u. s. f. in den Sparrenstäben dient der Kräfteplan in Abb. 109[b]. Man beginnt ihn mit dem Kräftedreiecke $P_1 R_1 S_1$ für den Knotenpunkt des Nabelrings, reiht daran das Kräfteviereck $S_1 P_2 R_2 S_2$

für den Knotenpunkt des unteren Ringes und fährt in dieser Weise fort. Die Sparrenstäbe sind sämmtlich gedrückt und ihre Spannungen wachsen von oben nach unten. Auch die Resultirenden R entsprechen bei dem gewählten Beispiele überall Druckspannungen in den Ringstäben, die aber nach unten hin abnehmen. Es kann aber auch vorkommen, dass die Stabspannungen in den unteren Ringen Null werden oder in Zugspannungen übergehen, wenn die Gestalt des Meridians etwas anders gewählt wird, oder wenn die Lasten P nach unten hin nicht so schnell zunehmen, als hier vorausgesetzt wurde. Aus dem Kräfteplane wird der Pfeil der R und hiermit das Vorzeichen der Ringspannungen immer leicht zu erkennen sein.

Die Seitenzahl des Grundrisspolygons, zu dem die Kuppel gehört, ist bis dahin ganz gleichgültig. Um aus den Resultirenden R die Spannungen der Ringstäbe selbst zu finden, muss man aber natürlich die Seitenzahl kennen. Jedes R ist dann in der Ringebene oder, was auf dasselbe hinauskommt, im Grundrisse nach den Richtungen der zugehörigen Ringstäbe zu zerlegen. Man kann die sich hierfür ergebenden Kräftedreiecke auch an die Strecken R in dem bereits gezeichneten Kräfteplane unmittelbar anreihen.

Schwedler hat die Berechnung der Stabspannungen rechnerisch durchgeführt; man erhält seine Formeln, indem man die betreffenden Strecken im Kräfteplane in den gegebenen Lasten P mit Zuhülfenahme der bekannten Richtungswinkel trigonometrisch ausdrückt. Da die Zeichnung weit bequemer ist, als die trigonometrische Rechnung, soll aber von dieser Umsetzung hier abgesehen werden.

Um ein Urtheil darüber zu gewinnen, wie sich das Spannungsbild bei unsymmetrischer Lastvertheilung gestaltet, muss man vor Allem untersuchen, welche Spannungen durch eine Einzellast, die an einem beliebigen Knotenpunkte angreift, hervorgerufen werden. Zu diesem Zwecke muss ich aber zunächst eine Bemerkung über die sogenannten Gegendiagonalen vorausgehen lassen.

Zur Aussteifung genügt es, wie wir sahen, wenn in jedes vierseitige, aus Sparren- und Ringstäben gebildete Fach eine einzige Diagonale eingeschaltet wird, die das Fach in zwei Dreiecke zerlegt. Bei symmetrischer Belastung sind die Diagonalen spannungslos, bei unsymmetrischer haben sie aber Spannungen aufzunehmen. Daraus folgt schon, dass sie bei manchen Belastungen gezogen, bei anderen — namentlich also bei jenen, die die vorigen zu symmetrischen Belastungen ergänzen — gedrückt sein werden. Nun vermeidet man es gerne, solche Stäbe, die ohnehin nur verhältnissmässig geringe Spannungen aufzunehmen haben, auf Druck in Anspruch zu nehmen, weil sie dann auf Zerknicken berechnet werden müssten und daher bei grösserer Länge einen erheblichen Materialaufwand erforderten. Man kann dies dadurch umgehen, dass man jedes Fach mit zwei Diagonalstäben versieht, die nur auf Zug widerstandsfähig zu sein brauchen, so dass die Knickgefahr ausser Betracht bleiben kann.

Freilich erhält man damit streng genommen überzählige Stäbe und ein statisch unbestimmtes Fachwerk. Die statische Unbestimmtheit ist aber hier von besonders einfacher Art und sie hindert nicht, dass die Berechnung im Wesentlichen gerade so erledigt werden kann, wie für den statisch bestimmten Träger. Denkt man sich nämlich zunächst nur in einem einzigen Fache zwei Diagonalen angeordnet, so können dadurch die Spannungen aller ausserhalb dieses Faches liegenden Stäbe überhaupt nicht geändert werden, wie auch der Träger belastet sein möge. Man erkennt dies, wenn man sich den überzähligen Diagonalstab durchschnitten und die in ihm herrschende Spannung durch äussere Kräfte an den beiden Endknotenpunkten ersetzt denkt. Nach Durchschneidung der Diagonale wird der Träger wieder statisch bestimmt und die zu den beiden neu auftretenden Lasten gehörigen Stabspannungen vertheilen sich nur auf die zu demselben Fache gehörenden Stäbe, weil man hierdurch bereits Gleichgewicht an allen Knotenpunkten herstellen kann. Daraus folgt, dass es für alle übrigen Stäbe ganz gleichgültig ist, ob die zweite Diagonale vorhanden ist oder nicht und welche Spannung in ihr auftritt, wenn sie vorhanden ist.

In Abb. 110ª ist ein einzelnes Fach herausgezeichnet. Die gestrichelt angegebene Linie 6 sei als die überzählige Diagonale angesehen. Herrscht in dieser eine beliebige Spannung, so findet man die Spannungen in den Stäben 1 bis 5, die zum statisch bestimmten Träger gehören, wenn 6 durch Lasten an den Endknotenpunkten ersetzt wird, aus dem Kräfteplane in Abb. 110ᵇ. Diese Spannungen stellen in der That Gleichgewicht an allen Knotenpunkten mit den Lasten 6 her, ohne dass die übrigen Stäbe des ganzen Trägers dabei in Mitleidenschaft gezogen würden. Der Kräfteplan ist zur Figur des einzelnen Faches reciprok und zugleich ihr auch ähnlich, wenn sich auch die einzelnen Seiten dabei nicht in der gleichen

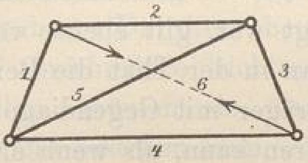

Abb. 110 a.

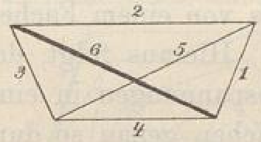

Abb. 110 b.

Weise entsprechen, wie sie sonst einander zugewiesen sind. Jedenfalls kann man aber hieraus leicht erkennen, wie gross die Spannungen in den fünf übrigen Stäben des Faches sind, die zu den Spannungen im statisch bestimmten Träger noch hinzutreten, wenn auch 6 in irgend eine Spannung geräth.

Ueber die Grösse der Spannung in 6 kann man zunächst nichts aussagen; sie hängt vor Allem davon ab, wie der Träger hergestellt wurde. Ist nämlich etwa die Diagonale 6, falls sie zuletzt eingesetzt wird, anfänglich ein wenig kürzer als die Entfernung der Knotenpunkte, so müssen diese gewaltsam ein wenig zusammengerückt werden, um die Diagonale zwischen ihnen befestigen zu können. Die Diagonale 6 geräth dann in Zugspannung und auch in den übrigen Stäben des Faches treten M o n t i r u n g s s p a n n u n g e n auf, die dem Spannungsbilde in Abb. 110ᵇ entsprechen. Ueber diese Montirungsspannungen vermag natürlich die Theorie nichts auszusagen, so lange über den Hergang bei der Montirung nichts bekannt ist.

Nimmt man an, dass die Montirungsspannungen durch genaues Einpassen vermieden sind und dass beide Diagonalen nur gegen Zug widerstandsfähig sind, so behalte man für die Berechnung der Stabspannungen im Fachwerkträger zunächst nur eine von beiden Diagonalen bei und führe die Berechnung für den auf diese Weise erhaltenen statisch bestimmten Träger durch. Zeigt sich dann, dass die beibehaltene Diagonale bei der gegebenen Belastung auf Druck beansprucht wurde, so schalte man sie aus und setze die andere an ihre Stelle. Diese muss dann, um die Druckspannung in der vorigen zu tilgen, gezogen sein und zwar ebenso stark, als jene gedrückt war. Dabei ändern sich auch die Spannungen der zu demselben Fache gehörenden Stäbe um die aus Abb. 110^b zu entnehmenden Beträge.

Was von einem Fache gesagt war, gilt ebenso von jedem anderen. Hieraus folgt, dass man in der That die Berechnung der Stabspannungen in einem Träger mit Gegendiagonalen im Wesentlichen genau so durchführen kann, als wenn er statisch bestimmt wäre. Man braucht nur für jedes Fach eine Diagonale beizubehalten, falls man sich vorbehält, für jene Fächer, in denen die Diagonale gedrückt würde, nachträglich die besprochene kleine Umrechnung vorzunehmen. — In der Folge werde ich mich daher auch nur mit der Berechnung des statisch bestimmten Trägers mit einer einzigen Diagonale in jedem Fache beschäftigen.

Zunächst sucht man jene Stäbe auf, die durch die gegebene Einzellast überhaupt nicht in Spannung versetzt werden. Man beginnt mit einem unbelasteten Knotenpunkte des Nabelrings. Von einem solchen gehen vier Stäbe aus, von denen drei in derselben Ebene liegen (nämlich zu demselben trapezförmigen Fache gehören). Der vierte, der nicht in dieser Ebene enthalten ist, muss nothwendig spannungslos sein, weil einer etwa in ihm auftretenden Spannung durch die Resultirende der drei anderen Stabspannungen, die mit diesen ebenfalls in derselben Ebene liegt, nicht Gleichgewicht gehalten werden könnte.

In dem Kuppelgrundrisse der Abb. 111 betrachte man z. B. das Gleichgewicht der Kräfte am Knotenpunkte A. Aus der soeben angestellten Ueberlegung folgt dann, dass der mit den drei übrigen nicht in derselben Ebene liegende Ringstab BA spannungslos sein muss. Derselbe Schluss lässt sich auch für die übrigen unbelasteten Knotenpunkte des Nabelrings wiederholen. Wenn die gegebene Last überhaupt nicht an einem Punkte des Nabelrings angreift, wie in Abb. 111 angenommen wurde, sind alle Stäbe dieses Rings spannungslos. Nachdem man dies erkannt hat, gehe man zum Knotenpunkte A zurück. An ihm kommen jetzt nur noch zwei Stabspannungen vor, nämlich die Spannung des Sparrenstabs AC und die Spannung des Diagonalstabes. Da diese beiden Kräfte in verschiedene Richtungslinien fallen, müssen sie, damit Gleichgewicht bestehen kann, nothwendig beide gleich Null sein.

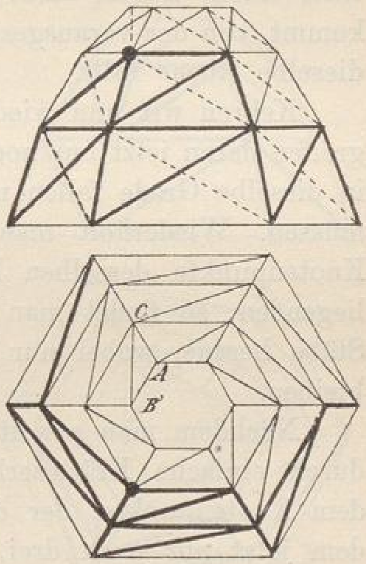

Abb. 111.

Wiederholt man diese Betrachtung für die übrigen Knotenpunkte des Nabelrings, so findet man, dass alle zum obersten Kuppelgeschosse gehörigen Stäbe an der Aufnahme einer weiter unten angebrachten Belastung unbetheiligt sind. Man kann sich daher dieses Kuppelgeschoss auch ganz entfernt denken und nun den nächst unteren Ring als Nabelring ansehen. Für ihn würden sich genau die gleichen Schlüsse wiederholen lassen, wenn nicht der Angriffspunkt der gegebenen Last zu ihm gehörte. In der Abbildung ist jener Punkt, an dem die Belastung angebracht sein soll, durch einen kleinen schwarzen Kreis hervorgehoben. Zugleich sei noch bemerkt, dass alle spannungslosen Stäbe durch feine Linien, die in Spannung versetzten durch starke Striche gekennzeichnet sind.

Immerhin lassen sich die früheren Schlüsse wenigstens für alle nicht belasteten Knotenpunkte, also z. B. für den Knotenpunkt C wiederholen. Da das obere Kuppelgeschoss nicht mehr in Betracht kommt, greifen an C nur noch vier Stabspannungen an, von denen drei in einer Ebene liegen, so dass die vierte gleich Null sein muss. Auch von diesem Ringe sind daher alle Stäbe mit einziger Ausnahme des durch einen starken Strich angegebenen ohne Spannung. Für diesen lässt sich nämlich derselbe Schluss nicht wiederholen, da zwar die übrigen Stäbe an dem belasteten Knotenpunkte ebenfalls in einer Ebene liegen, dafür aber die gegebene Last noch hinzukommt, von der vorausgesetzt wird, dass sie nicht ebenfalls in dieselbe Ebene fällt.

Kehren wir nun wieder zum Knotenpunkte C zurück, so greifen daran jetzt nur noch zwei Stabspannungen an, die nicht in dieselbe Grade fallen und die daher beide gleich Null sein müssen. Wiederholt man diese Schlüsse nicht nur für die Knotenpunkte desselben Rings, sondern auch für die tiefer liegenden, so findet man nach und nach alle spannungslosen Stäbe heraus, wobei nur noch die stark ausgezogenen übrig bleiben.

Nachdem man soweit ist, kann man alle Stabspannungen durch einfache Kräftezerlegungen finden. Man beginnt mit dem Knotenpunkte, der die gegebene Last aufnimmt und an dem jetzt nur noch drei, nicht in derselben Ebene liegende Stabspannungen vorkommen. Diese erhält man mit Hülfe eines windschiefen Kräftevierecks nach einer der im ersten Abschnitte dargelegten Methoden. Von da aus kann man dann, wie bei einem einfachen ebenen Fachwerke, der Reihe nach zu den übrigen Knotenpunkten übergehen, an denen immer nur noch entweder drei nicht in derselben Ebene liegende oder auch nur zwei unbekannte Stabspannungen vorkommen. Der einzige Unterschied gegenüber dem ebenen Fachwerke besteht darin, dass der Kräfteplan ein räumlicher ist und daher in zwei Projektionen gezeichnet werden muss. Dies macht zwar mehr Mühe, bereitet aber keinerlei Schwierigkeiten von grundsätzlicher Art. Die Aufgabe kann daher als gelöst betrachtet werden. — Die Anordnung reciproker Kräftepläne, oder genauer gesagt solcher Kräftepläne, in denen jede Stabspannung nur einmal vorkommt, scheint übrigens im Raume nur in wenigen Fällen möglich zu sein, wenigstens kann man sicher nicht mit Hülfe des Nullsystems dazu gelangen; für die Ausführung des Verfahrens bleibt dies aber gleichgültig.

Hat die Kuppel in Wirklichkeit Gegendiagonalen, so ist sie symmetrisch und wenn die Last selbst in der durch den belasteten Knotenpunkt gehenden Symmetrieebene enthalten ist, kann man nur ein symmetrisches Spannungsbild erwarten, während das in Abb. 111 vorkommende sicher unsymmetrisch ist. Symmetrisch wird es erst nach den früher beschriebenen Umrechnungen innerhalb jener Fächer, in denen gedrückte Diagonalen vorkommen.

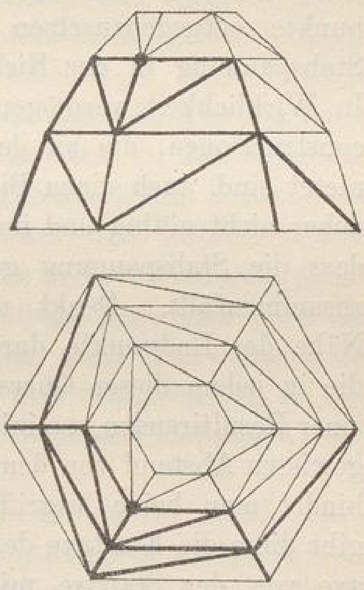

Abb. 112.

Um diese nachträglichen Umrechnungen zu vermeiden, kann man auch von vornherein die Wahl der beizubehaltenden Diagonalen so treffen, dass diese alle in Zugspannung versetzt werden. Welche dies sind, lässt sich allerdings von vornherein, d. h. ohne näheres Eingehen auf den Spannungszustand nicht wohl voraussehen. Da solche Betrachtungen schon öfters durchgeführt wurden, weiss man aber, welche beizubehalten sind. In Abb. 112, die sich im Uebrigen auf denselben Fall bezieht, wie Abb. 111, ist der Tausch in dieser Weise vollzogen. Auch hier sind die in Spannung versetzten Stäbe durch starke Striche angegeben. Man erzielt bei dieser Auswahl der Diagonalstäbe, auch abgesehen davon, dass die späteren Umrechnungen vermieden werden, auch noch den weiteren Vortheil, dass der Kräfteplan nur auf die eine Trägerhälfte (mit Einschluss der Mitte) ausgedehnt zu werden braucht und sich erheblich einfacher gestaltet.

Im Wesentlichen ist hiermit das Spannungsproblem, so weit es überhaupt in das Gebiet der Mechanik gehört, als gelöst zu betrachten. Es wird aber gut sein, wenn ich noch einige Bemerkungen über die praktische Brauchbarkeit dieser Lehren hinzufüge.

In der Theorie des Fachwerks — des ebenen, wie des räumlichen — zieht man nur den Widerstand in Rechnung, den die Stäbe einer Annäherung oder Entfernung ihrer Endpunkte entgegenzusetzen vermögen. Infolgedessen ist jede Stabspannung in der Richtungslinie des Stabes anzunehmen. In Wirklichkeit vermögen aber die Stäbe in den Fachwerkconstructionen, die an den Knotenpunkten mit einander vernietet sind, auch einen Biegungswiderstand zu leisten. Es ist daher nicht nöthig und im Allgemeinen auch nicht zu erwarten, dass die Stabspannung genau mit der Mittellinie des Stabes zusammenfällt. Denkt man sich zwei Querschnitte in der Nähe der Endpunkte durch den Stab gelegt, so mögen sich die in jedem dieser Querschnitte übertragenen Spannungen zu einer Resultirenden vereinigen lassen, deren Angriffspunkt einen gewissen Abstand von dem Querschnittsschwerpunkte hat. Verbindet man beide Angriffspunkte durch eine grade Linie, so gibt diese die Kraftaxe des Stabes an. Der Abstand der Kraftaxe von der Stabaxe mit der Stabspannung multiplicirt ist gleich dem Biegungsmomente, das von dem Stabe in dem zugehörigen Querschnitte aufgenommen wird.

Wenn die Stäbe, wie es gewöhnlich der Fall ist, ziemlich lang im Verhältnisse zu ihren Querschnittsabmessungen sind, können sie freilich nur geringe Biegungsmomente aufnehmen und die Unterschiede zwischen den Richtungen der Kraftaxen und der Stabaxen können, wie es hier immer geschah, vernachlässigt werden. Freilich kommt auch dann die Zusatzspannung, die durch die Biegung hervorgerufen wird, neben der Längsspannung in Frage, wenn es sich um die grösste Beanspruchung des Materials handelt. Auf die Berechnung dieser „Sekundärspannungen“, wie man sie zu nennen pflegt, gehe ich indessen hier nicht ein, da diese Betrachtungen besser der Constructionslehre vorbehalten bleiben.

Abgesehen davon, dass noch Sekundärspannungen hinzutreten, die eine Erhöhung der Beanspruchung des Materials an gewissen Stellen zur Folge haben, wird aber unter gewöhnlichen Umständen an den Hauptspannungen, d. h. an den Längsspannungen der Stäbe, die ohne Rücksicht auf die Stabbiegungen berechnet sind, nicht viel geändert. In einem Falle aber, der namentlich bei den Schwedler'schen Kuppeln häufig vorkommt, bringen die Richtungsunterschiede zwischen Kraftaxen und Stabaxen auch grosse Abweichungen in den Längsspannungen der Stäbe hervor. Und zwar fallen die Abweichungen, um die es sich hier handelt, im Gegensatze zu den Sekundärspannungen, zu Gunsten der Tragfähigkeit der Construction aus. Manche Flechtwerkconstructionen und besonders viele Schwedler'sche Kuppeln verdanken die verhältnissmässig grosse Steifigkeit, die sie der Erfahrung zufolge gegenüber einer Belastung durch eine Einzellast besitzen, ganz überwiegend den Abweichungen zwischen Kraftaxen und Stabaxen, d. h. dem an sich freilich gar nicht grossen Biegungswiderstande ihrer Stäbe.

Der Fall, von dem ich sprach, tritt immer dann ein, wenn die von einem Knotenpunkte ausgehenden Stäbe nahezu in einer Ebene liegen. Lägen sie genau in derselben Ebene, so würden die Stabspannungen, wenn man den Biegungswiderstand ausser Ansatz lässt, bei einer Belastung dieses Knotenpunktes unendlich gross. Auch dann, wenn sie nur nahezu in einer Ebene liegen, erhält man schon sehr grosse Stabspannungen. Wenn es aber, wie man sieht, in solchen Fällen sehr wesentlich auf die geringen Abweichungen der Stabrichtungen von der im Knotenpunkte an den Flechtwerkmantel gelegten Berührungsebene ankommt, spielen ihnen gegenüber auch die an sich freilich ebenfalls nur geringen Abweichungen zwischen den Richtungen der Kraftaxen und Stabaxen eine wichtige Rolle.

Durch die von einem Knotenpunkte eines Flechtwerkmantels ausgehenden Stäbe wird ein Vielkant bestimmt, dessen körperlicher Winkel durch den Ausschnitt auf einer von dem Knotenpunkte als Mittelpunkt gezogenen Kugelfläche gemessen werden kann. Liegen die Stäbe in einer Ebene, so wird der in das Flechtwerkinnere fallende Kugelausschnitt zu einer Halbkugel. Liegen sie nur nahezu in einer Ebene, so unterscheidet sich der Kugelausschnitt nicht viel von einer Halbkugel. Für die Kräftezerlegung an dem Knotenpunkte kommt aber nicht das Vielkant aus den Stabaxen, sondern das aus den Kraftaxen gebildete in Betracht. Der zu diesem Vielkante gehörige Kugelausschnitt kann sich schon erheblich mehr von einer Halbkugel unterscheiden, wenn der andere Kugelausschnitt sich der Halbkugel nähert.

Bei einer flachen Schwedler'schen Kuppel, die über einem Grundrisse von grosser Seitenzahl errichtet ist und deren aufeinanderfolgende Sparrenstäbe sich in der Richtung nicht viel von einander unterscheiden, liegt der besprochene Fall vor. Wenn man hier keine Rücksicht auf die Abweichungen zwischen den Kraftaxen und den Stabaxen nimmt, rechnet man viel zu ungünstig. Schon für eine verhältnissmässig geringe Einzellast an einem Knotenpunkte findet man unter dieser Annahme sehr grosse Stabspannungen. Es darf als ein Glück bezeichnet werden, dass Schwedler von diesen Folgerungen nichts wusste, da er sonst wahrscheinlich Bedenken getragen hätte, seine Kuppelconstructionen auszuführen. Die Erfahrung lehrt aber, dass diese Kuppeln solche Lasten ganz gut aufzunehmen vermögen, die ohne die geringe Biegungssteifigkeit der Stäbe und die dadurch bewirkten Abweichungen zwischen Kraftaxen und Stabaxen einen Zusammenbruch herbeiführen müssten.

Ueber diese Fragen ist zwar in den letzten Jahren öfters verhandelt worden. Zu einer praktisch brauchbaren und hinreichend genauen Lösung des Spannungsproblems für Kuppeln der bezeichneten Art haben diese Erörterungen aber bisher, meiner Ansicht nach, noch nicht geführt.