Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Lehrsatz

urn:nbn:de:hbz:466:1-84532

zusammenfassen. Wenn die Gleichungen unabhängig von einander sind und sich nicht widersprechen, lassen sie sich nach den Unbekannten auflösen und man erkennt dies daran, ob die Determinante

$$\Delta' = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \xi_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \xi_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \xi_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \xi_m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_g}{\partial \xi_1} & \frac{\partial f_g}{\partial \xi_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_g}{\partial \xi_m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial \xi_1} & \frac{\partial f_m}{\partial \xi_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_m}{\partial \xi_m} \end{vmatrix} \tag{52}$$

von Null verschieden ist. Hat sie einen von Null verschiedenen Werth, so müssen auch alle $\partial \xi$ Null sein, wenn man alle ∂l gleich Null setzt. In diesem Falle sind keine unendlich kleinen Knotenpunktsverschiebungen möglich, ohne dass sich die Stablängen um Grössen von derselben Ordnung änderten, d. h. das Fachwerk ist steif. Der Ausnahmefall tritt dagegen ein, sobald die Determinante Δ' zu Null wird.

Vergleicht man Δ' in Gl. (52) mit Δ in Gl. (49), so findet man, dass sich beide Determinanten nur dadurch von einander unterscheiden, dass die Reihen mit den Colonnen vertauscht sind. Hierdurch wird aber nach einem bekannten Satze der Determinanten-Theorie an dem Werthe der Determinante nichts geändert. Die Bedingung dafür, dass die Stabspannungen für jede beliebige Belastungsart eindeutige, endliche Werthe annehmen, ist daher identisch mit der Bedingung, dass das Fachwerk unverschieblich ist und wir haben damit den Satz bewiesen:

Ein Fachwerk, das nur die nothwendige Zahl von Stäben enthält und stabil ist, ist auch statisch bestimmt und umgekehrt ist es stabil, wenn es für alle möglichen Belastungen statisch bestimmt ist.

Zu demselben Schlusse waren wir zwar auch vorher schon in allen darauf hin untersuchten Fällen gelangt; immerhin ist es aber werthvoll, einen Beweis für den Satz zu besitzen, der ganz allgemein gültig ist. Man ist dann sicher, dass kein Fall vorkommen kann, den man etwa ausser Acht gelassen hätte und in dem der Satz aufhörte, gültig zu sein. — Ich bemerke noch, dass der Satz auch für räumliche Fachwerke gültig ist und genau ebenso bewiesen werden kann.

§ 38. Die Fachwerkträger.

Zu einem Träger oder „Binder“ wird ein Fachwerk erst dadurch, dass man es in der Constructionsebene auf geeignete Art festhält, so dass es sich nicht als Ganzes ohne Gestaltänderung verschieben kann, was bei den bisher untersuchten Fällen immer noch möglich war.

Eine starre Figur hat in ihrer Ebene drei Freiheitsgrade und wir müssen ihr daher drei Fesseln anlegen, um sie festzuhalten. Eine solche Fessel, die einen Grad der Freiheit aufhebt, wird dadurch gegeben, dass wir irgend einem Knotenpunkte nur eine Verschiebung in einer bestimmten Richtung gestatten, indem wir ihn etwa längs einer Führung laufen lassen, die jede Verschiebungscomponente senkrecht zu deren Richtung unmöglich macht. Wir nennen diese Führung eine Auflagerung, die dem Fachwerke dadurch auferlegte Bewegungsbeschränkung eine Auflagerbedingung und den Knotenpunkt, dem sie vorgeschrieben wird einen Auflagerknotenpunkt.

Wenn ein Knotenpunkt vollständig festgehalten wird, werden dadurch zwei Freiheitsgrade aufgehoben und wir sagen daher, dass einem festen Auflagerpunkte zwei Auflagerbedingungen vorgeschrieben sind. Man kann sich die feste Auflagerung nämlich auch dadurch bewirkt denken, dass man den Knotenpunkt nöthigt, gleichzeitig auf zwei von einander verschiedenen Auflagerbahnen zu bleiben, so dass er sich wegen der anderen auf keiner von beiden bewegen kann.