



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Vorlesungen über technische Mechanik**

**Föppl, August**

**Leipzig, 1900**

Deutung des Ausnahmefalles

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

vorher beseitigte Stab wieder eingesetzt werden soll. Wenn die durch die senkrechten Geschwindigkeiten  $3,3'$  und  $6,6'$  beschriebene Bewegung der beiden Knotenpunkte durch das Einsetzen des Stabes nicht gehindert wird, liegt der Ausnahmefall vor. Nun bedenke man, dass der Stab  $3,6$ , falls er der bisher besprochenen unendlich kleinen Bewegung kein Hinderniss bereiten soll, sich dabei jedenfalls selbst um irgend einen Pol dreht und dass die senkrechten Geschwindigkeiten seiner beiden Endpunkte auf den von diesen nach dem Pole gezogenen Strahlen enthalten sein müssen. Der Pol könnte daher nur der Schnittpunkt der Richtungslinien von  $3,3'$  und  $6,6'$  sein. Zugleich müsste aber, wie wir schon zu Anfang des Paragraphen fanden, die Verbindungslinie  $3',6'$  parallel zur Stabrichtung  $3,6$  sein. Also nur dann, dann aber auch immer, wenn die Verbindungslinie  $3',6'$  parallel zu  $3,6$  ausfällt, kann die vorher besprochene unendlich kleine Bewegung des Mechanismus auch noch von dem Fachwerke, das man durch Einziehen des Stabes  $3,6$  erhält, ausgeführt werden, d. h. das Fachwerk ist nicht steif, sondern es liegt der Ausnahmefall vor.

Man kann diesem Schlusse auch noch eine andere, anschaulichere Deutung geben. Man vergleiche nämlich die Figur  $1, 2, 3', 4', 5', 6'$  mit der Fachwerksfigur  $1, 2, 3, 4, 5, 6$ . In beiden laufen alle Seiten und Diagonalen in gleicher Richtung, mit Ausnahme der letzten Seiten  $3, 6$  und  $3', 6'$ . Liegt aber der Ausnahmefall vor, so gehen auch diese in gleicher Richtung. Kann man also zu der gegebenen Grundfigur eine zweite Figur von gleicher Gliederung zeichnen, deren Seiten sämtlich zu denen der Grundfigur parallel laufen, so liegt der Ausnahmefall vor. Das Fachwerk ist mit anderen Worten steif, wenn seine Gestalt durch die Angabe der Gliederung und der Richtungen aller Stäbe bestimmt ist. Diesen Gedanken hat Schur weiter ausgeführt, indem er es als die Hauptaufgabe der allgemeinen Theorie des ebenen statisch bestimmten Fachwerkes hinstellte, die Fachwerksfigur zu zeichnen, falls die Gliederung und die Stabrichtungen, sowie die Länge eines Stabes gegeben sind.

Um die Arbeiten zu berechnen, die von den äusseren Kräften  $\mathfrak{P}_3, \mathfrak{P}_4$  u. s. f. während der unendlich kleinen Bewegung

des Mechanismus geleistet werden, könnte man alle Wege  $3, 3'$  u. s. f. nachträglich wieder um einen rechten Winkel, entgegengesetzt dem Uhrzeigersinne, zurückdrehen, um sie in ihre wahren Richtungen zu bringen. Einfacher gelangt man aber auf Grund der folgenden Ueberlegung zum Ziele. In Abb. 90 ist von Abb. 89 nur der Knotenpunkt 6 herausgezeichnet mit der an ihm angreifenden Last  $\mathfrak{P}_6$  und der senkrechten Geschwindigkeit  $6, 6'$ . Zugleich ist  $6, 6'$  zurückgedreht nach  $6, 6''$ . Die Arbeit von  $\mathfrak{P}_6$  ist gleich der Grösse von  $\mathfrak{P}_6$  multiplicirt mit der Projektion von  $6, 6''$  auf  $\mathfrak{P}_6$ . Projicirt man auch  $6'$  auf  $\mathfrak{P}_6$ , so entsteht ein rechtwinkliges Dreieck, das dem mit der Hypotenuse  $6, 6''$  congruent ist. Die Länge des Projektionsstrahls von  $6'$  auf  $\mathfrak{P}_6$  ist daher gleich der Projektion des Weges  $6, 6''$  auf  $\mathfrak{P}_6$ . Wir brauchen also  $6, 6''$  gar nicht erst zu zeichnen, um die Arbeit von  $\mathfrak{P}_6$  angeben zu können. Es genügt,  $\mathfrak{P}_6$  mit der Länge des von  $6'$  aus gezogenen Projektionsstrahls zu multipliciren. Dieses Produkt gibt aber das statische Moment der Kraft  $\mathfrak{P}_6$  für den Momentenpunkt  $6'$  an.



Abb. 90.

Ist die Arbeit von  $\mathfrak{P}_6$  positiv, so ist auch das Moment positiv. Man erkennt dies zunächst aus Abb. 90. Es gilt aber auch für andere Lagen, wie man erkennt, wenn man sich  $\mathfrak{P}_6$ , das eine beliebige Richtung haben kann, in andere Lagen gedreht denkt. Wenn die Arbeit negativ oder Null wird, wird auch das Moment negativ oder Null und das Moment kann daher weiterhin an Stelle der Arbeit der Kraft gebraucht werden.

Durch diesen Tausch geht die Methode von Müller-Breslau in eine Momenten-Methode über, die sich auch als eine Verallgemeinerung der Ritter'schen Methode für die Berechnung der einfachen Fachwerke ansehen lässt, indem sie bei einfachen Fachwerken geradezu in diese übergeht. Man kann sie in der That auch anwenden und begründen, ohne auf die vorhergehenden kinematischen Betrachtungen, aus denen sie ursprünglich abgeleitet ist, irgendwie Bezug zu nehmen.

Nachdem der Linienzug  $6', 5', 4', 3'$  wie vorher konstruirt