



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Ausnahmefall

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

der Ausnahmefall eintritt. Aus Abb. 87 erkennt man, dass die Gelenkdrücke — und hiermit auch die Stabspannungen — nur dann unendlich gross werden können, wenn der Schnittpunkt der drei Linien ab , ac , bc ins Unendliche rückt. Dann sind aber die drei Gelenkdrücke alle gleich gerichtet und das Gelenkdruckdreieck ABC in Abb. 86 muss in eine gerade Linie übergehen. Das ist aber nur möglich, wenn die drei Gelenke ab , bc , ac in Abb. 86 in einer Geraden liegen. Umgekehrt wird auch immer dann, wenn die drei Gelenke in einer Geraden liegen, das Gelenkdruckdreieck in eine Gerade übergehen und die Stabspannungen werden bei beliebig gegebenen endlichen Lasten im Allgemeinen unendlich gross.

Auch geometrisch lässt sich der Ausnahmefall leicht nachweisen. Man denke sich in der hier wieder abgedruckten Abb. 85 den Stab a festgestellt und b durch das Gelenk ab mit a verbunden.

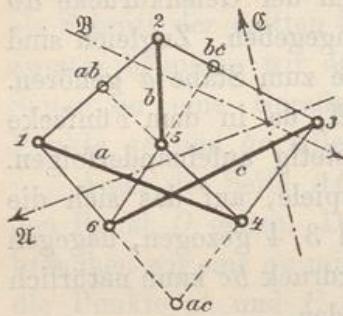


Abb. 85.

Dann kann sich b gegen a um ab drehen. Hierauf sei noch c durch das Gelenk bc an b angeschlossen, so dass sich c gegen b um bc drehen kann. Gegen a hat dann c zwei Freiheitsgrade, da sowohl eine Drehung um das Gelenk ab , als eine um das Gelenk bc , die ganz unabhängig von einander erfolgen können, seine Lage

gegen a ändern. Verbindet man ab und bc durch eine Gerade, die bis zum Schnittpunkte mit der Richtungslinie von c verlängert wird, so verschiebt sich dieser Punkt von c auf jeden Fall rechtwinklig zur Verbindungslinie beider Gelenke, gleichgültig ob nun die Drehung um ab oder um bc erfolgt. Auch wenn eine gleichzeitige Drehung um beide Gelenke eintritt, muss sich daher jener Punkt von c rechtwinklig zur Verbindungslinie verschieben. Hieraus folgt, dass eine Drehung um das Gelenk ab , verbunden mit einer zu ihr in einem beliebigen Verhältnisse stehenden Drehung um bc auf jeden Fall gleichwertig ist einer einzigen Drehung um einen Pol, der auf der Verbindungs-

linie der Gelenke ab und bc enthalten ist. — Der soeben abgeleitete Satz spielt, nebenbei bemerkt, in der Kinematik eine wichtige Rolle.

Die Verschieblichkeit, die zwischen c und a noch bestehen bleibt, wenn nur die Gelenke ab und bc vorhanden, die zum Gelenke ac gehörigen Umfangsstäbe 1, 6 und 3, 4 dagegen fortgelassen sind, lässt sich hiernach auf sehr einfache Art beschreiben: der Stab c vermag sich gegen a , den zwei Freiheitsgraden entsprechend, um jeden beliebigen Pol zu drehen, der auf der Verbindungslinie der Gelenke ab und bc enthalten ist. Die Lage des Pols auf der Verbindungslinie hängt nur von dem Verhältnisse der Drehungen um beide Gelenke (nach Grösse und Vorzeichen) ab.

Das Gelenk ac gestattet dagegen für sich genommen nur Drehungen von c gegen a um ac . Tritt also das Gelenk ac zu den vorher schon bestehenden Verbindungen hinzu, so fragt es sich, ob beide Bewegungsmöglichkeiten, die vorher im Einzelnen vorhanden waren, mit einander verträglich sind, oder ob sie sich widersprechen. Sie vertragen sich, wenn das Gelenk ac ebenfalls auf die Verbindungslinie der Gelenke ab und bc fällt, weil die Drehung um ac dann zu jenen Bewegungen gehört, die auch schon vor Zufügung des Gelenkes ac möglich waren. In jedem anderen Falle widersprechen sie sich. Sobald also die drei Gelenkpunkte ein Dreieck bilden, ist jede unendlich kleine Beweglichkeit der Figur ohne eine Aenderung der Stablängen, die von gleicher Grössenordnung mit ihr wäre, ausgeschlossen.

Die Bedingung für den Ausnahmefall lässt sich mit Hülfe des Lehrsatzes von Pascal in eine Form bringen, die sich dem Gedächtnisse bequemer einprägt. Nach diesem Satze schneiden sich die Gegenseiten eines Sechsecks, dessen Eckpunkte auf einem Kegelschnitte enthalten sind, in drei Punkten, die auf einer Geraden liegen. Umgekehrt kann man durch die Eckpunkte einen Kegelschnitt (der aber auch in zwei gerade Linien zerfallen kann) legen, wenn die genannten Schnittpunkte auf einer Geraden liegen.

Die imaginären Gelenke wurden als Schnittpunkte der