Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Statisch unbestimmte Fachwerke

urn:nbn:de:hbz:466:1-84532

Weise gegliederten Fachwerke als einfache Fachwerke bezeichnet werden. Zugleich werden sie auch als statisch bestimmte Fachwerke bezeichnet, weil man bei gegebenen Lasten alle Stabspannungen ohne Zuhülfenahme der Elasticitätstheorie blos aus den Gleichgewichtsbedingungen der Statik finden kann. Nicht alle statisch bestimmten Fachwerke sind indessen zugleich einfache. Aus den einfachen Fachwerken kann man nämlich durch das zuvor besprochene Mittel der Stabvertauschung andere erhalten, die dann zwar immer noch statisch bestimmt sind, für die man aber einen Kräfteplan auf die bisher besprochene Art nicht mehr zu zeichnen vermag. Grade mit solchen verwickelteren Fällen werden wir es in der Folge vorwiegend zu thun haben.

Statisch unbestimmt sind dagegen die vorher zugleich als „geometrisch überbestimmt" bezeichneten Fachwerke, in denen überzählige Stäbe vorkommen. Hat man auch nur einen überzähligen Stab, so vermag man sehr viele Werthsysteme für die Stabspannungen anzugeben, die an allen Knotenpunkten Gleichgewicht herstellen und die daher vom rein statischen Gesichtspunkte aus alle gleich gut möglich sind. Man kann z. B. annehmen, dass die Spannung des überzähligen Stabes gleich Null sei. Dann ist es ebensogut, als wenn der Stab gar nicht vorhanden wäre und für den dann übrig bleibenden statisch bestimmten Rest kann man die in ihm vorkommenden Stabspannungen aus den Gleichgewichtsbedingungen in eindeutiger Weise berechnen. Die Spannung des überzähligen Stabes könnte aber auch etwa gleich 1 t Zug oder 2 t Druck u. s. f. angenommen werden. Zu jeder dieser Annahmen gehört ein anderes System von Spannungen in dem statisch bestimmten Reste. Man kann sich nämlich, um dieses zu finden, den überzähligen Stab wiederum beseitigt denken, falls man nur in den beiden Knotenpunkten, die er verbindet, dafür äussere Kräfte anbringt, die gleich den von ihm auf diese Knotenpunkte übertragenen Spannungen sind.

Man erkennt daraus, dass man allgemein im geometrisch überbestimmten Fachwerke so viele Stabspannungen willkürlich annehmen kann, als überzählige Stäbe vorkommen, worauf die übrigen so ermittelt werden können, dass an jedem Knotenpunkte Gleichgewicht hergestellt wird. Natürlich kann von allen diesen unendlich vielen Werthsystemen der Stabspannungen oder „Spannungsbildern", wie man dafür oft zu sagen pflegt, nur eines wirklich zu Stande kommen. Die blossen Gleichgewichtsbedingungen genügen aber nicht, um dieses unter den zunächst als möglich erkannten herauszufinden. Dazu muss man auf die elastischen Formänderungen der Stäbe eingehen, wie später gezeigt werden wird. In diesem Abschnitte soll aber von den statisch unbestimmten Fachwerken nicht weiter die Rede sein.

Ein Verfahren, das auf alle Fälle zur Berechnung der Stabspannungen in beliebig gegliederten statisch bestimmten Fachwerken ausreicht, soll hier sofort angegeben werden, wenn es auch wegen der Umständlichkeit der Rechnung praktisch nicht gut verwendbar ist. Dafür hat es aber den Vorzug, eine grundsätzlich sehr einfache und darum auch besonders leicht verständliche Vorschrift anzugeben, nach der es immer möglich sein muss, die Stabspannungen zu finden. Es eignet sich daher besonders zur Anstellung allgemeiner Betrachtungen über das Spannungsproblem und findet seinen Platz am besten am Eingange zu diesen Untersuchungen. Die für die praktische Ausführung bequemeren Methoden folgen erst in den späteren Paragraphen.

Man denke sich alle Stäbe von 1 bis m nummerirt. Einer dieser Stäbe mit der Nummer i hat die unbekannte Stabspannung S_i, wobei durch das Vorzeichen zwischen Zug- und Druckspannung unterschieden sein soll. Nun betrachte man einen der beiden Knotenpunkte, zwischen denen der Stab i verläuft. Die Gleichgewichtsbedingung erfordert, dass die geometrische Summe aus den an ihm angreifenden Stabspannungen und der daran angebrachten Last gleich Null sein muss. Wir können diese Bedingung auch durch das Anschreiben von zwei Componentengleichungen ersetzen. Es muss also sowohl die Summe der Horizontalcomponenten als die Summe der Vertikal-