



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Vorlesungen über technische Mechanik**

**Föppl, August**

**Leipzig, 1900**

Momentengleichungen für unendlich ferne Axen

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

Die andere durch die Linien 3, 4, 5, 6 gehende Momentenaxe ist die unendlich ferne Schnittlinie der beiden durch 3 und 4 und durch 5 und 6 gelegten parallelen Ebenen. Immer wenn man auf eine Momentengleichung für eine unendlich ferne Axe geführt wird, hat man zu beachten, dass eine solche gleichwerthig mit einer Componentengleichung ist, die für die wirkliche Ausrechnung an ihre Stelle tritt. Die Lage einer unendlich fernen Axe wird nämlich als Schnitt eines Büschels paralleler Ebenen definiert. Ferner kommt es bei dem Momente in Bezug auf eine Axe nur auf jene Componente der Kraft an, die im Angriffspunkte der Kraft rechtwinklig zu der von der Axe aus durch den Angriffspunkt gelegten Ebene steht. Alle diese Componenten gehen aber bei unendlich ferner Lage der Axe in derselben Richtung und da ferner alle Hebelarme, weil sie sich nur um endliche Beträge von einander unterscheiden, als gleichgross anzusehen sind, so vereinfacht sich die Momentengleichung in der That zu der Bedingung, dass die algebraische Summe der in der Richtung senkrecht zu jenem Ebenenbüschel genommenen Componenten aller Kräfte gleich Null sein muss.

In unserem Falle erhalten wir also eine Gleichung, die ausdrückt, dass die algebraische Summe aus den Horizontal-Componenten von 1 und 2 und der parallel zur Verbindungslinie der Fusspunkte von 1 und 2 genommenen Componente von  $\mathfrak{P}$  gleich Null sein muss. Diese Gleichung in Verbindung mit der vorher schon gefundenen Momentengleichung gestattet sofort die Auflösung nach den beiden unbekanntenen Stabspannungen 1 und 2.

Nimmt man z. B. an, dass die Last  $\mathfrak{P}$  lothrecht gerichtet sei, so lehrt die Componenten-Gleichung, dass die Horizontalprojektionen der Spannungen 1 und 2 gleichgross sind und mit entgegengesetztem Pfeile an der Tischplatte angreifen. Daraus folgt zugleich, dass auch beide Stabspannungen gleichgross und von gleichem Vorzeichen sind. Dies gilt dann auch von den Vertikal-Componenten und aus der Momentengleichung in der Aufriss-Ebene, die die Summe beider Vertikal-Compo-

nennten kennen lehrte, erhalten wir durch Halbiren des gefundenen Werthes auch die Grösse einer Componenten und hiermit die Grösse der Stabspannungen.

Wäre dagegen etwa  $\mathfrak{P}$  horizontal und zwar parallel zur Verbindungslinie der Fusspunkte von 1 und 2 gerichtet, so würde man zuerst aus der Momentengleichung in der Aufriss-Ebene schliessen, dass die Summe der Vertikal-Componenten von 1 und 2 Null sein muss, d. h. dass beide Stäbe Spannungen von gleicher Grösse und entgegengesetztem Vorzeichen haben müssen. Aus der Componenten-Gleichung würde dagegen folgen, dass beide im gleichen Sinne an der Tischplatte angreifenden Horizontal-Componenten zusammen gleich der horizontalen Belastung  $\mathfrak{P}$  sein müssen, so dass auf jede von ihnen die Hälfte davon entfällt. Die Stabspannungen 1 und 2 sind hiermit bekannt.

Bei der zur vorigen rechtwinkligen Lage einer Horizontalbelastung  $\mathfrak{P}$  folgt — und zwar diesmal aus der Componenten-Gleichung —, dass die Stabspannungen gleichgross und von gleichem Vorzeichen sind, während die Momenten-Gleichung die absoluten Beträge kennen lehrt. — Aber auch bei beliebiger Richtung von  $\mathfrak{P}$  macht die Auflösung der Componenten- und der Momenten-Gleichung nach den beiden Unbekannten niemals Schwierigkeiten.

Nachdem man von einigen Stäben die Spannungen bereits ermittelt hat, kann die der noch übrigen (also hier die von 4 und 5) viel einfacher berechnet werden. Man braucht nämlich jetzt nicht mehr zu scheuen, dass in einer neu aufzustellenden Momentengleichung zugleich die Momente der anderen Stabspannungen auftreten, weil man von diesen die Werthe schon kennt. Projicirt man also den Tisch auf eine zu den Richtungen von 4 und 5 parallele Ebene, so kommen in dieser nur zwei unbekannte Kräfteprojektionen vor und indem man etwa den Momentenpunkt auf die Richtung von 4 legt, erhält man aus der Momentengleichung sofort die darin allein noch unbekannt Spannung des Stabes 5.

Schliesslich möge noch darauf hingewiesen werden, dass

man die Lösung der Aufgabe zuweilen erheblich abkürzen kann, wenn man eine Projektion anzugeben vermag, in der sich je zwei Stäbe decken, so dass in ihr nur noch drei von einander verschiedene Stabrichtungen auftreten. Auch dies ist bei dem zur Erläuterung gewählten Beispiele der Abb. 70 möglich. In dem vorher schon erwähnten Aufrisse auf eine zur Verbindungslinie der Fusspunkte von 1 und 2 senkrechte Ebene decken sich die Projektionen von 1 und 2, von 4 und 5 und von 3 und 6. Da nun die Kräfteprojektionen in ihrer Ebene für sich ein Gleichgewichtssystem bilden müssen, so kann man die Projektion von  $\mathfrak{P}$  ohne Weiteres in der Aufriss-Ebene nach jenen drei Richtungslinien zerlegen. Damit erhält man freilich die Stabspannungen noch nicht einzeln, sondern nur die Summe aus je zwei Projektionen von Stabkräften. Jedenfalls ist man aber damit sofort im Besitze von drei Gleichungen zwischen je zwei der sechs Unbekannten, die in Verbindung mit den übrigen Gleichgewichtsbedingungen zur Lösung benutzt werden können.

#### Aufgaben.

20. Aufgabe. Auf einer in zwei Punkten  $A$  und  $B$  unterstützten Welle (Abb. 71) sind zwei Arme aufgesteckt, von denen einer horizontal, der andere vertikal gerichtet ist. Am horizontalen Arme wirkt die vertikale Kraft  $\mathfrak{P}$  und am vertikalen Arme die horizontale Kraft  $\mathfrak{Q}$ . Man soll das aus beiden Kräften gebildete Kraftkreuz durch ein anderes ersetzen, von dem eine Kraft durch  $A$  geht, während die zweite in der durch  $B$  senkrecht zur Welle gezogenen Ebene liegt. Unter welchen Umständen wird ferner die Wellenmittellinie  $AB$  zu einer Nulllinie?

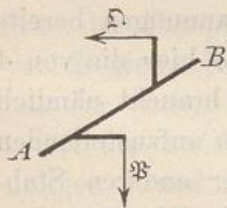


Abb. 71.

Lösung. In Abb. 72 ist die Welle in drei Rissen gezeichnet; der dritte Riss, in dem sich  $AB$  als Punkt projicirt, liegt in der durch  $B$  senkrecht zur Welle gezogenen Ebene, die wir weiterhin als die Ebene  $\varepsilon$  bezeichnen wollen. Zunächst wird von  $A$  aus durch die Richtungslinie der Kraft  $\mathfrak{P}$  eine Ebene gelegt und deren Spur in der Ebene  $\varepsilon$  aufgesucht. Da  $\mathfrak{P}$  parallel zu  $\varepsilon$  ist, haben wir es in zwei parallele Componenten  $\mathfrak{P}_A$  und  $\mathfrak{P}_\varepsilon$  zu zerlegen, von