



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Lösung nach der Momenten-Methode

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

Ferner ist auch klar, dass die Lösung nicht nur für die Zerlegung einer Einzelkraft anwendbar bleibt, sondern dass man auf demselben Wege auch ein beliebig gegebenes Kräftesystem durch Kräfte ersetzen kann, die längs der sechs gegebenen Richtungslinien wirken. Dieselbe Erweiterung ist übrigens auch in allen anderen Fällen möglich, denn sobald man irgend eine Kraft nach sechs Richtungslinien zu zerlegen vermag, kann man diese Zerlegung auch für alle Kräfte eines Kräftesystems anwenden und hiermit das ganze Kräftesystem durch Kräfte längs der vorgeschriebenen Richtungslinien ersetzen.

Im allgemeinsten Falle lässt sich ein Verfahren anwenden, das als eine Verallgemeinerung der aus der Kräftezerlegung in der Ebene bekannten Ritter'schen Momentenmethode betrachtet werden kann. Nach der Ritter'schen Methode sucht man den Schnittpunkt von zwei der drei unbekannt Kräfte auf und schreibt für ihn eine Momentengleichung an, in der nur noch die dritte der Richtungslinie nach gegebene Kraft als Unbekannte auftritt. Wir wollen sehen, wie sich dieses Verfahren auf den Raum übertragen lässt. An Stelle des Momentenpunktes tritt hier eine Momentenaxe, die man durch möglichst viele der gegebenen Richtungslinien zu ziehen sucht. Gelingt es eine solche Momentenaxe durch fünf Richtungslinien zu legen, was in praktisch vorkommenden Fällen oft ohne Weiteres möglich ist (z. B. immer dann, wenn sich nur irgend drei der gegebenen Richtungslinien in einem Punkte schneiden oder auch wenn irgend drei davon in einer Ebene liegen), so erhält man die sechste Kraft genau wie bei der Ritter'schen Methode aus der Momentengleichung, in der dann nur noch diese eine Unbekannte auftritt.

Im allgemeinsten Falle ist es freilich nicht möglich, eine Gerade zu ziehen, die fünf der gegebenen Richtungslinien trifft. Dagegen kann man durch vier von ihnen immer zwei Graden legen. Man erkennt dies am einfachsten aus der Ueberlegung, dass durch drei windschief zu einander liegende Richtungslinien stets ein Hyperboloid gelegt werden kann, das von der vierten

Richtungslinie als Fläche zweiter Ordnung in zwei Punkten getroffen wird. Durch jeden dieser Schnittpunkte geht ein Strahl der Regelschaar, der auch die drei anderen trifft. Schreibt man nun für jede der beiden Schnittgraden als Momentenaxen eine Momentengleichung an, so erhält man zwei Gleichungen, in denen die Grössen der beiden letzten Kräfte als Unbekannte vorkommen. Diese muss man nun freilich immer noch nach den Unbekannten auflösen; aber es ist klar, dass die Auflösung von zwei Gleichungen viel weniger Mühe macht, als die Auflösung von sechs bei dem früher besprochenen allgemeinsten Verfahren.

Die wirkliche Aufsuchung der beiden Graden, die man durch vier der gegebenen Richtungslinien zu legen vermag, kann freilich selbst so viel Schwierigkeiten machen, dass das Verfahren keinen Vortheil mehr bietet. Praktisch liegt aber die Sache bei solchen Fällen, wie sie in den Anwendungen vorkommen können, gewöhnlich viel einfacher: gewöhnlich kann man hier die beiden Schnittgraden ohne Weiteres angeben. Man nehme z. B. nur an, dass die sechs Richtungslinien wenigstens paarweise in einer Ebene liegen, also etwa 1 und 2 in einer Ebene und 3 und 4 in irgend einer anderen. Verbindet man dann den Schnittpunkt von 1 und 2 mit dem Schnittpunkte von 3 und 4, so hat man sofort eine der beiden gesuchten Graden. Die andere ergibt sich als Schnittlinie der Ebene 1, 2 mit der Ebene 3, 4.

§ 30. Praktische Anwendungen dieser Zerlegungsaufgabe.

Die wichtigste Anwendung, die von den vorausgehenden Untersuchungen gemacht werden kann, bezieht sich auf die Ermittlung der Spannungen von Stäben, durch die zwei starre Körper fest mit einander verbunden werden. Aus den Untersuchungen des ersten Bandes ist bereits bekannt, dass ein starrer Körper relativ zu einem zweiten, der als feststehend angenommen wird, wenn gar keine Fessel zwischen beiden besteht, sechs Freiheitsgrade der Bewegung besitzt. Daraus