



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Bedeutung des Tetraeder-Inhalts

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

das Momentendreieck von \mathfrak{R}_e für den Punkt A angibt. Bezeichnen wir die Fläche dieses Dreiecks mit F , den Winkel zwischen der Normalen zu α und \mathfrak{R}_A mit γ und die Grösse von \mathfrak{R}_A mit R_A , so ist das Tetraedervolumen gleich

$$\frac{1}{3} F \cdot R_A \cos \gamma.$$

Hier können wir den Faktor $\cos \gamma$ auch zu F nehmen und das Produkt $F \cos \gamma$ stellt dann die Projektion des Momentendreiecks auf eine zu \mathfrak{R}_A senkrechte Ebene dar, d. h. das Produkt bildet das Maass für das statische Moment der einen Kraft \mathfrak{R}_e des Kraftkreuzes in Bezug auf die Richtungslinie der anderen Kraft \mathfrak{R}_A als Momentenaxe. Der Inhalt des Tetraeders selbst ist demnach dem Produkte aus einer Kraft des Kraftkreuzes und dem in Bezug auf deren Wirkungslinie als Momentenaxe genommenen Momente der anderen Kraft proportional.

Hieraus folgt auch sofort, dass sich der Inhalt des Tetraeders nicht ändern kann, wenn man den Angriffspunkt einer Kraft des Kraftkreuzes längs deren Wirkungslinie verschiebt, ohne sonst etwas zu ändern. Im Uebrigen ist dies eine rein geometrische Eigenschaft des Tetraeders, die auch geometrisch, ohne Bezugnahme auf die mechanische Bedeutung, die dem Tetraeder in unserem Falle zukommt, leicht bewiesen werden kann.

Kehren wir nun zu unserem Satze zurück, so erkennen wir leicht, dass wir von einem der Kraftkreuze, deren eine Kraft im Punkte A angriff, durch blosse Verschiebung des Angriffspunktes längs der Richtungslinie sofort auch zu einem Kraftkreuze übergehen können, dessen eine Kraft durch irgend einen anderen Punkt B dieser Richtungslinie geht. Das Tetraedervolumen wird hierbei nicht geändert. Zugleich wissen wir, dass sich das Tetraedervolumen auch weiterhin nicht ändert, wenn wir dieses Kraftkreuz in irgend ein anderes umwandeln, bei dem B als Angriffspunkt der einen Kraft festgehalten wird; denn was vorher von dem beliebig gewählten Punkte A bewiesen wurde, gilt ohne Weiteres auch für den jetzt mit B bezeichneten

Punkt. Durch wiederholte Umwandlungen dieser Art können wir aber auch zu allen anderen der unter sich gleichwerthigen Kraftkreuze gelangen und damit folgt in der That, dass deren Tetraederinhalte sämmtlich unter einander gleich sind.

§ 27. Die Centralaxe eines Kräftesystems.

Man denke sich ein Kräftesystem, so wie es in § 25 beschrieben war, auf eine durch irgend einen Punkt A geführte Resultirende \mathfrak{R} und ein resultirendes Moment \mathfrak{M} zurückgeführt. Die Richtung von \mathfrak{R} gibt die „Axenrichtung“ des Kräftesystems oder des dadurch bestimmten Nullsystems an. Der Uebergang vom Punkte A zu irgend einem anderen Punkte A' kann dann leicht bewirkt werden. Wir verlegen zu diesem Zwecke \mathfrak{R}

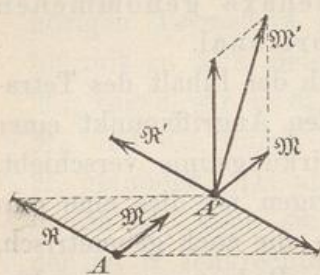


Abb. 68.

parallel zu sich selbst und in gleicher Grösse als \mathfrak{R}' nach dem Punkte A' . Hierbei tritt noch ein neues Kräftepaar auf aus den Kräften \mathfrak{R} und $-\mathfrak{R}'$, dessen Momentenvektor mit \mathfrak{M} zu einem neuen resultirenden Momente \mathfrak{M}' zusammensetzen ist.

In Abb. 68 ist dies in axonometrischer Zeichnung angedeutet.

Das Parallelogramm des bei der Parallelverlegung der Resultirenden \mathfrak{R} von A nach A' entstehenden Kräftepaars ist durch Schraffirung hervorgehoben; senkrecht zur Parallelogrammfläche ist der Momentenvektor angetragen, der keine besondere Bezeichnung erhalten hat. \mathfrak{M} kann von A nach A' ohne Weiteres verlegt werden, da ein Momentenvektor ein völlig freier Vektor ist. Das resultirende Moment \mathfrak{M}' ist mit Hilfe eines Parallelogramms ermittelt, das genau wie ein Kräfteparallelogramm aufzuzeichnen ist.

Zunächst finden wir bei dieser Construction von Neuem bestätigt, dass Grösse und Richtung der Resultirenden \mathfrak{R} von der besonderen Wahl des Punktes A unabhängig sind. Nur der Momentenvektor \mathfrak{M} ändert sich infolge der Verschiebung