



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Drei windschiefe Kräfte

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

Wir wollen ferner den besonderen Fall betrachten, dass am starren Körper nur drei windschief zu einander liegende Kräfte $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2, \mathfrak{P}_3$ vorkommen. Auf ein Kraftkreuz kann man diese, wie wir schon wissen, unter allen Umständen zurückführen. Es fragt sich aber jetzt, ob sich die Kräfte etwa ausnahmsweise auch im Gleichgewichte halten können, oder ob sie wenigstens durch eine einzige Resultirende ersetzt werden können oder ob sie schliesslich einem Kräftepaare gleichwerthig sein können. Der erste Fall kann, wie man leicht erkennt, niemals vorkommen. Man denke sich etwa durch \mathfrak{P}_1 und \mathfrak{P}_2 irgend eine Gerade gelegt, die \mathfrak{P}_3 nicht schneidet. Da die Kräfte windschief zu einander, also jedenfalls nicht alle in derselben Ebene liegen sollten, wird man sehr viele Geraden ziehen können, die dieser Bedingung entsprechen. Wählt man eine von ihnen als Momentenaxe, so verschwindet für sie das Moment von \mathfrak{P}_1 und \mathfrak{P}_2 , während das Moment von \mathfrak{P}_3 jedenfalls von Null verschieden ist. Die Momentensumme wird also nicht zu Null, während doch für Kräfte, die Gleichgewicht miteinander halten sollen, das Moment für jede Momentenaxe zu Null werden muss. Gleichgewicht zwischen drei windschief liegenden Kräften ist daher niemals möglich.

Um die zweite Frage zu entscheiden, betrachten wir zunächst nur die beiden Kräfte \mathfrak{P}_1 und \mathfrak{P}_2 , die für sich genommen ein Kraftkreuz darstellen. Wir denken uns dieses in ein ihm gleichwerthiges umgewandelt, von dem eine Kraft mit der Wirkungslinie von \mathfrak{P}_3 zusammenfällt. Diese kann dann mit \mathfrak{P}_3 vereinigt werden und die Resultirende liefert im Allgemeinen in Verbindung mit der anderen Kraft des Kraftkreuzes das neue Kraftkreuz, das die drei gegebenen Kräfte ersetzt. Es kann aber auch vorkommen, dass die auf die Richtungslinie von \mathfrak{P}_3 fallende Kraft des die Kräfte \mathfrak{P}_1 und \mathfrak{P}_2 ersetzenden Kraftkreuzes zufällig gleichgross und entgegengesetzt gerichtet mit \mathfrak{P}_3 ist. In diesem Falle verschwindet die Resultirende aus beiden und es bleibt nur noch die andere Kraft des Kraftkreuzes übrig, die nun die drei gegebenen

Kräfte vollständig ersetzt. Ausnahmsweise kann daher, wie wir hieraus erkennen, ein Verein von drei windschief zu einander liegenden Kräften auch schon durch eine einzige Resultirende ersetzt werden.

Sollen endlich die drei Kräfte $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2, \mathfrak{P}_3$ einem Kräftepaare gleichwerthig sein, so muss jedenfalls die geometrische Summe der drei Kräfte gleich Null sein. Dies kann aber vorkommen. Damit es möglich sei, müssen die drei Richtungslinien zu einer Ebene parallel sein. Sind dann ausserdem die Grössen so gewählt, dass sich die Strecken $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2, \mathfrak{P}_3$ zu einem Dreiecke mit aufeinanderfolgenden Pfeilen aneinanderreihen lassen, so verschwindet für jeden Punkt A die Resultirende \mathfrak{R} und es bleibt nur noch das Moment \mathfrak{M} übrig. Ausnahmsweise können also drei windschief zu einander liegende Kräfte auch einem Kräftepaare gleichwerthig sein.

Aehnliche Betrachtungen lassen sich auch für vier windschief zu einander liegende Kräfte anstellen. Vor allem erkennt man hier, dass unter Umständen vier windschiefe Kräfte auch im Gleichgewichte mit einander stehen können. Man braucht, um sich davon zu überzeugen, nur irgend zwei einander gleichwerthige Kraftkreuze ins Auge zu fassen. Kehrt man dann in einen Kraftkreuze die Pfeile beider Kräfte um, so stehen diese mit dem anderen Kraftkreuze im Gleichgewichte. Natürlich müssen in diesem Falle drei der vier Kräfte eine Resultirende ergeben und diese muss überdies mit der vierten Kraft zusammenfallen, ihr gleich und entgegengesetzt gerichtet sein.

Man kann noch eine andere einfache Bedingung anführen, der vier windschiefe Kräfte genügen müssen, wenn sie im Gleichgewichte miteinander stehen sollen. Durch drei windschiefe Graden kann man nämlich sehr viele grade Linien ziehen, die alle drei schneiden und zwar ist durch jeden Punkt der ersten Graden eine Linie zu ziehen, die zugleich die beiden anderen trifft, wie aus einer einfachen geometrischen Betrachtung hervorgeht. Alle diese schneidenden Graden bilden eine Regelschaar und die drei gegebenen Graden gehören zu einer