Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Axenrichtung

urn:nbn:de:hbz:466:1-84532

hiernach sagen, dass jede Nulllinie sich selbst conjugirt ist. Als Wirkungslinie der einen Kraft eines der Kraftkreuze kann eine Nulllinie niemals in Frage kommen. Durch jeden Punkt des Raumes gehen unendlich viele Nulllinien, die alle in der Nullebene dieses Punktes enthalten sind und in ihm einen Strahlenbüschel bilden. Auch in jeder Ebene des Raumes liegen unendlich viele Nulllinien, die in dieser Ebene einen Strahlenbüschel bilden, dessen Centrum der Nullpunkt der Ebene ist.

In jedem Nullsysteme kommt ferner eine vor allen anderen ausgezeichnete Richtung vor, die man als die Axenrichtung des Nullsystems bezeichnet. Man denke sich nämlich als Ebene ε, von der seither immer die Rede war und die ganz beliebig gewählt sein konnte, jetzt die unendlich ferne Ebene des Raumes angenommen. Jede Kraft $\mathfrak{P}$ ist dann in eine durch den beliebig angenommenen Punkt A und eine in der unendlich fernen Ebene liegende Componente zu zerlegen. Die letzte Componente fällt, wie schon aus der in § 21 gegebenen Construction, wenn man sie auf den vorliegenden Fall anwendet, hervorgeht, unendlich klein aus. Dies folgt auch noch daraus, dass das Moment für jede im Endlichen liegende Axe endlich bleiben muss, so dass die Kraft selbst wegen des unendlich grossen Hebelarmes unendlich klein sein muss. Eine unendlich kleine, unendlich ferne Kraft ist übrigens, wie wir wissen, gleichbedeutend mit einem Kräftepaare. Die durch den Punkt A gehende Componente der Kraft $\mathfrak{P}$ ist im vorliegenden Falle gleichgross und gleichgerichtet mit $\mathfrak{P}$. Sobald wir die unendlich ferne Ebene zur Ebene ε wählen, kommt demnach die Kräftezusammensetzung darauf hinaus, dass alle gegebenen Kräfte $\mathfrak{P}$ in gleicher Grösse und paralleler Richtung nach dem Punkte A verlegt und dort zu einer Resultirenden $\mathfrak{R} = \Sigma\mathfrak{P}$ vereinigt werden, während zugleich die bei der Parallelverlegung entstehenden Kräftepaare zu einem resultirenden Paare zusammengesetzt werden, dessen Momentenvektor mit $\mathfrak{M}$ bezeichnet werden mag. Der Verein von $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{M}$ ersetzt dann das gegebene Kräftesystem ebenfalls vollständig. Dabei ist es praktisch, nämlich weil wir in der unendlich fernen Ebene nicht unmittelbar zeichnen können, nöthig, die Zusammensetzung der Kräftepaare nach den dafür direkt aufgestellten Vorschriften auszuführen. Dies hindert aber nicht, zur Aufrechterhaltung des Zusammenhanges mit dem vorher untersuchten allgemeineren Falle, jedes Kräftepaar als gleichwerthig mit einer in der unendlich fernen Ebene ε liegenden unendlich kleinen Kraft anzusehen und daher auch das resultirende Moment $\mathfrak{M}$ als Vertreter einer in dieser Ebene enthaltenen Kraft zu betrachten. Von diesem Gesichtspunkte aus angesehen, stellt daher auch der Verein von $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{M}$ ein Kraftkreuz dar.

Wechseln wir nun den Punkt A, behalten aber die unendlich ferne Ebene als Ebene ε bei, so muss nach einem schon früher bewiesenen Satze die durch einen beliebigen Punkt A gehende Kraft des Kraftkreuzes stets durch einen in ε liegenden Punkt E, d. h. durch den Nullpunkt der unendlich fernen Ebene hindurchgehen. Mit anderen Worten heisst dies, dass die durch A gehende Kraft $\mathfrak{R}$, wie man auch A wählen möge, stets in dieselbe Richtung fallen muss. Dies folgt übrigens auch schon daraus, dass $\mathfrak{R}$ stets $= \Sigma\mathfrak{P}$ ist, sobald die unendlich ferne Ebene zur Ebene ε genommen wird. Die Richtung von $\mathfrak{R} = \Sigma\mathfrak{P}$ bezeichnet uns daher in ihrer Fortsetzung bis ins Unendliche den Nullpunkt der unendlich fernen Ebene; sie ist es, die man als die Axenrichtung des Nullsystems bezeichnet.

Wir wollen uns die Axenrichtung, die in jedem Falle durch Ausführung der geometrischen Summirung an allen Kräften $\mathfrak{P}$ leicht gefunden werden kann, markirt denken und die Beziehung, die zwischen ihr und irgend zwei conjugirten Geraden des Nullsystems besteht, näher untersuchen. In Abb. 67 seien l und l' (die man sich windschief zu einander denken muss) zwei conjugirte Geraden und $\mathfrak{R}_l$ und $\mathfrak{R}_{l'}$ seien die beiden Kräfte des Kraftkreuzes, die zu diesen beiden Wirkungslinien gehören. Jedenfalls ist nun die geometrische Summe aus $\mathfrak{R}_l$ und $\mathfrak{R}_{l'}$ gleich der geometrischen Summe $\Sigma\mathfrak{P}$

aus allen Kräften des ursprünglich gegebenen Kräftesystems. Reiht man also, wie es in der Abbildung geschehen ist, $\mathfrak{R}_{l'}$ an $\mathfrak{R}_l$ graphisch an, so stellt die dritte Seite des entstehenden Kräftedreiecks die geometrische Summe $\mathfrak{R}$ oder $\Sigma\mathfrak{P}$ aus den gegebenen Kräften dar. Diese Seite fällt also in die Axenrichtung des Nullsystemes; in der Abbildung ist ihr daher auch noch die darauf hinweisende Bezeichnung aa beigeschrieben. Die Ebene des Dreiecks ist in der Abbildung schraffirt. Diese Ebene muss parallel zu l' gehen, da eine Seite des in ihr enthaltenen Dreiecks parallel zu l' gezogen war. Legt man also durch eine der conjugirten Geraden l und durch die Axenrichtung aa eine Ebene, so ist diese Ebene der anderen der conjugirten Geraden l' parallel.

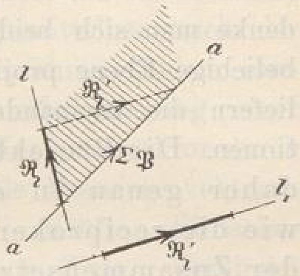

Abb. 67.

Die durch aa und eine Gerade l gelegte Ebene kann auch als jene Ebene bezeichnet werden, durch die die Gerade l in der Axenrichtung aa projicirt wird. Mit dieser anschaulicheren Bezeichnungsweise können wir das vorher gefundene Resultat in dem Satze aussprechen, dass conjugirte Geraden in der Axenrichtung durch parallele Ebenen projicirt werden. Offenbar gilt nämlich das, was vorher für die Gerade l bewiesen wurde, ebenso auch für die andere Gerade l'; auch l' wird in der Axenrichtung durch eine Ebene projicirt, die zu l parallel geht.

An diese Betrachtung knüpft sich noch eine bemerkenswerthe Folgerung. Man denke sich nämlich irgendwie eine Anzahl von Strecken gezogen, die mit den Endpunkten aneinander stossen, so dass eine Anzahl aneinander grenzender Polygone entsteht, die im Zusammenhange entweder einen ganzen Polyedermantel oder einen Theil eines solchen bilden. Betrachtet man die so erhaltene räumliche Figur als Bestandtheil eines Nullsystems, so kann man zu jeder der in ihr enthaltenen Geraden die conjugirte Gerade aufsuchen. Man erhält dann eine zweite polyedrische Figur und zwar so, dass