



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Conjugirte Geraden

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

§ 24. Das Nullsystem.

Dadurch, dass zu einem beliebig gegebenen Kräftesysteme unendlich viele gleichwerthige Kraftkreuze gehören, zwischen denen die im vorigen Paragraphen besprochenen Beziehungen bestehen, wird eine eigenthümliche Zuordnung von Geraden, Punkten und Ebenen im Raume geschaffen, die jetzt noch etwas näher untersucht werden soll.

Wir sahen bereits, dass mit Ausnahme der Nulllinien, auf die ich alsbald noch zurückkommen werde, jede Gerade des Raumes als Wirkungslinie der einen Kraft des Kraftkreuzes angesehen werden kann und dass ihr dann eine zweite Gerade als Wirkungslinie der anderen Kraft des Kraftkreuzes in eindeutiger Weise zugeordnet ist. Dabei ist diese Zuordnung vollständig durch das gegebene Kräftesystem bestimmt oder auch schon durch Angabe eines einzigen der unendlich vielen Kraftkreuze, die dem gegebenen Kräftesysteme sämmtlich und zugleich auch unter einander gleichwerthig sind. Die beiden zusammengehörigen Wirkungslinien eines dieser Kraftkreuze werden als conjugirte Geraden des Nullsystemes bezeichnet. Unter dem Nullsysteme selbst versteht man nämlich den ganzen unendlichen Raum, dessen einzelne Elemente — Geraden, Punkte und Ebenen — durch das Kräftesystem in der besprochenen Weise auf einander bezogen sind.

Denkt man sich durch irgend einen Punkt A des Raumes alle Linien gezogen, die als Wirkungslinien der einen Kraft des Kraftkreuzes angesehen werden können, so liegen alle ihnen conjugirten Linien nach einem vorher schon bewiesenen Satze in einer Ebene α , die durch A hindurchgeht. Wir können dies dahin aussprechen, dass jedem Strahlenbündel A im Nullsysteme ein ebenes System α conjugirt ist, dessen Ebene durch A geht. Umgekehrt ist jedem ebenen Systeme ein Strahlenbündel conjugirt, dessen Strahlencentrum in der Ebene des ebenen Systems enthalten ist.

Alle Linien, die gleichzeitig durch A gehen und in der zu A conjugirten Ebene α liegen, sind Nulllinien. Wir können

hiernach sagen, dass jede Nulllinie sich selbst conjugirt ist. Als Wirkungslinie der einen Kraft eines der Kraftkreuze kann eine Nulllinie niemals in Frage kommen. Durch jeden Punkt des Raumes gehen unendlich viele Nulllinien, die alle in der Nullebene dieses Punktes enthalten sind und in ihm einen Strahlenbüschel bilden. Auch in jeder Ebene des Raumes liegen unendlich viele Nulllinien, die in dieser Ebene einen Strahlenbüschel bilden, dessen Centrum der Nullpunkt der Ebene ist.

In jedem Nullsysteme kommt ferner eine vor allen anderen ausgezeichnete Richtung vor, die man als die Axenrichtung des Nullsystems bezeichnet. Man denke sich nämlich als Ebene ε , von der seither immer die Rede war und die ganz beliebig gewählt sein konnte, jetzt die unendlich ferne Ebene des Raumes angenommen. Jede Kraft \mathfrak{P} ist dann in eine durch den beliebig angenommenen Punkt A und eine in der unendlich fernen Ebene liegende Componente zu zerlegen. Die letzte Componente fällt, wie schon aus der in § 21 gegebenen Construction, wenn man sie auf den vorliegenden Fall anwendet, hervorgeht, unendlich klein aus. Dies folgt auch noch daraus, dass das Moment für jede im Endlichen liegende Axe endlich bleiben muss, so dass die Kraft selbst wegen des unendlich grossen Hebelarmes unendlich klein sein muss. Eine unendlich kleine, unendlich ferne Kraft ist übrigens, wie wir wissen, gleichbedeutend mit einem Kräftepaare. Die durch den Punkt A gehende Componente der Kraft \mathfrak{P} ist im vorliegenden Falle gleichgross und gleichgerichtet mit \mathfrak{P} . Sobald wir die unendlich ferne Ebene zur Ebene ε wählen, kommt demnach die Kräftezusammensetzung darauf hinaus, dass alle gegebenen Kräfte \mathfrak{P} in gleicher Grösse und paralleler Richtung nach dem Punkte A verlegt und dort zu einer Resultirenden $\mathfrak{R} = \Sigma \mathfrak{P}$ vereinigt werden, während zugleich die bei der Parallelverlegung entstehenden Kräftepaare zu einem resultirenden Paare zusammengesetzt werden, dessen Momentenvektor mit \mathfrak{M} bezeichnet werden mag. Der Verein von \mathfrak{R} und \mathfrak{M} ersetzt dann das gegebene Kräftesystem ebenfalls voll-