Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Geometrische Summirung der Momentenvektoren

urn:nbn:de:hbz:466:1-84532

Um den Zusammenhang zu erkennen, der zwischen den Momentenvektoren der drei Kräftepaare besteht, fertigen wir in Abb. 63 eine neue Zeichnung an, die als rechtwinklige Projektion auf eine zur Schnittlinie $\alpha\beta$ senkrechte Ebene zu betrachten ist. Die drei Parallelogramme projiciren sich als Abschnitte auf den Spuren der Ebenen α, β, γ. Da die drei Parallelogramme gleiche Grundlinien hatten, verhalten sich ihre Flächen oder die von ihnen dargestellten Momente wie die Seiten des von den Spuren α, β, γ gebildeten Dreiecks. Die Momentenvektoren der drei Kräftepaare seien mit $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ bezeichnet; sie liegen in der Ebene der Abb. 63 und können in dieser ohne Weiteres aufgetragen werden. Der Momentenvektor $\mathfrak{B}$ des Kräftepaares in der Ebene β steht rechtwinklig zu β und ist, wie aus dem Vergleiche mit Abb. 62 ohne Weiteres folgt, mit dem Pfeile senkrecht nach oben gerichtet. Der Maassstab, in dem die Momentenvektoren aufgetragen werden sollen, kann nach Belieben gewählt werden. Da wir schon wissen, dass sich die Momente jedenfalls wie die Seiten des Dreiecks α, β, γ verhalten, ist es am einfachsten, die Strecke $\mathfrak{B}$ gleich der auf β liegenden Dreieckseite zu machen.. Auch $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{C}$ sind dann gleich den Abschnitten auf α und γ zu setzen. Der Momentenvektor $\mathfrak{A}$ des in der Ebene α liegenden Kräftepaares hat, wie aus Abb. 62 hervorgeht, einen dort dem Beschauer zugewendeten Pfeil. Hiernach ist auch der Pfeil von $\mathfrak{A}$ in Abb. 63 gewählt und zwar ist die Strecke so angetragen, dass die Pfeile von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ aufeinander folgen. Nachdem $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ aufgetragen sind, verbinde man ihre Endpunkte miteinander. Man erhält dann ein Dreieck, das mit dem Dreiecke α, β, γ kongruent ist, da es mit ihm in zwei Seiten und dem dazwischen liegenden Winkel übereinstimmt. Hieraus folgt, dass auch die dritte Seite gleich lang mit dem Abschnitte auf γ ist und dass beide ebenso wie die anderen einander ent-

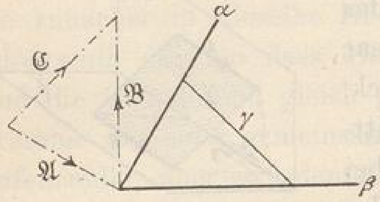

Abb. 63.

sprechenden Seiten rechtwinklig zueinander stehen. Die dritte Seite gibt daher den Momentenvektor $\mathfrak{C}$ an. Der Pfeil von $\mathfrak{C}$ folgt wieder aus dem Vergleiche mit der Uebersichtszeichnung in Abb. 62.

Hiermit ist bewiesen, dass der Momentenvektor des resultirenden Kräftepaares gleich der geometrischen Summe der Momentenvektoren der beiden gegebenen Kräftepaare ist. Wir sind damit zu dem einfachsten Verfahren gelangt, dessen man sich zur Vereinigung beliebig gegebener Kräftepaare bedienen kann. Man stellt alle gegebenen Kräftepaare durch ihre Momentenvektoren dar und bildet aus diesen die geometrische Summe. Der resultirende Vektor gibt ohne Weiteres das resultirende Kräftepaar an. Zugleich erkennt man, dass sich beliebig gegebene Kräftepaare stets durch ein einziges Kräftepaar ersetzen lassen. Ist die geometrische Summe der Momentenvektoren gleich Null, so stehen die Kräftepaare im Gleichgewichte miteinander.

Ich bemerke schliesslich noch, dass man durch analytische Beweisführung auf Grund des Momentensatzes die vorhergehenden Betrachtungen freilich erheblich abkürzen kann; ich halte es aber für nützlicher, diese Untersuchung mit den einfachsten Hülfsmitteln, deren man sich beim Zusammensetzen von Kräften bedienen kann, folgerecht, wenn auch vielleicht etwas weitschweifig, durchzuführen. Man wird dadurch mit dem Gegenstande genauer vertraut, als wenn man sich damit begnügt, die letzten Folgerungen, zu denen wir gelangten, als Behauptungen aufzustellen, die mit Hülfe des Momentensatzes bewiesen werden.

§ 23. Gleichwerthigkeit von Kraftkreuzen.

Wir kehren jetzt zu den Untersuchungen in § 21 zurück. Um ein beliebig gegebenes Kräftesystem auf ein Kraftkreuz zurückzuführen, wählten wir einen Punkt A und eine Ebene ε beliebig aus und zerlegten dann alle Kräfte so, dass eine Componente durch A ging, während die andere in ε lag. Dadurch