



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Vorlesungen über technische Mechanik**

**Föppl, August**

**Leipzig, 1900**

Träger mit schiefer Auflagerung (Aufg. 10)

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

Das Integral gibt aber in der That den bis zur Abscisse  $x$  reichenden Theil des Flächeninhaltes an und der Satz ist damit bewiesen. Für den Inhalt des ganzen Quadranten hat man natürlich das Produkt aus der letzten Ordinate  $y'$  und dem Horizontalzuge  $H$  zu nehmen.

In gewissem Sinne wird durch diese Construction die Aufgabe der Quadratur des Kreises gelöst, indem der Kreisinhalt auf ein ihm inhaltgleiches Rechteck zurückgeführt wird. Natürlich entspricht diese Lösung aber nicht dem Sinne, in dem die Aufgabe ursprünglich gestellt war. Nur dann, wenn man den Kreisumfang wirklich in unendlich viele Theile einteilen könnte, wäre man berechtigt, die Lasten der einzelnen Bogenelemente durch deren Mitte zu führen. Sobald die Theile nicht unendlich klein sind, geht das resultirende Gewicht für jeden Theil nicht mehr genau durch die Mitte des Theils. Für die praktische Verwendung des Verfahrens, bei dem die Genauigkeit ohnehin durch die unvermeidlichen Zeichenfehler beschränkt ist, macht dies aber nichts aus.

Wie man sieht, kann übrigens auf diesem Wege auch ganz allgemein das erste Integral einer beliebig gegebenen Function  $q$  von  $x$

$$\int q dx$$

construirt werden, gerade so, wie im vorigen Paragraphen das zweite Integral.

#### Aufgaben.

*10. Aufgabe.* Ein Träger ist am einen Ende fest, am anderen Ende auf einem in schiefer Richtung gehenden Rollenlager aufgelagert; man soll die durch gegebene Lasten hervorgebrachten Auflagerkräfte ermitteln (vgl. Abb. 48).

*Lösung.* Denkt man sich die gegebenen Lasten zu einer Resultirenden vereinigt, so muss diese mit den beiden Auflagerkräften im Gleichgewichte stehen. Von dem Auflagerdrucke am beweglichen Auflager kennt man von vornherein die Richtung, da diese senkrecht zur Auflagerbahn stehen muss. Verlängert man diese Richtungslinie bis zum Schnittpunkte mit der Richtungslinie der Resultirenden aller Lasten, so muss durch den Schnittpunkt

auch die Richtungslinie des am festen Auflager übertragenen Auflagerdruckes gehen. Die Grössen beider Auflagerkräfte ergeben sich nach Feststellung der Richtungen einfach durch Zeichnen eines Kräfte dreiecks, in dem die Resultirende der Lasten die dritte Seite bildet.

Anstatt dessen kann man aber auch die Auflagerkräfte unmittelbar mit Hilfe eines Seilpolygons bestimmen. Durch dieses verbindet man zunächst die Lasten; durch Einbeziehen der beiden Auflagerkräfte muss es nachher zu einem geschlossenen werden. Hat man die Schlusslinie, so findet man die Auflagerkräfte ohne Weiteres aus dem Kräfteplane. Insofern gleicht das Verfahren vollständig dem in § 12 beschriebenen. Nur das Eintragen der Schlusslinie erfordert hier noch eine besondere Ueberlegung. Da nämlich die Richtung des Auflagerdrucks am festen Auflager zunächst unbekannt ist, muss man die erste Seileckseite durch den

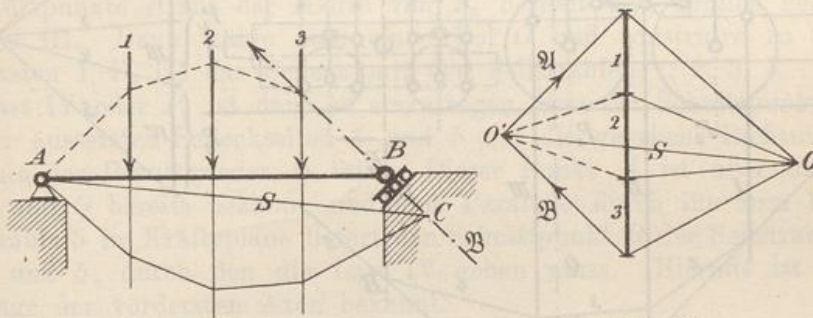


Abb. 48 a.

Abb. 48 b.

festen Auflagerpunkt hindurch legen, damit man den Schnittpunkt der ersten Seilspannung mit dem Auflagerdrucke trotzdem sofort angeben kann.

In Abb. 48 ist dies durchgeführt. Zunächst wurden die Lasten 1, 2, 3 im Kräfteplane (48<sup>b</sup>) aufgetragen und der Pol  $O$  beliebig gewählt. Das Seileck wird dann in Abb. 48<sup>a</sup> vom festen Auflagerpunkte  $A$  aus gezeichnet. Die letzte Seileckseite trifft die durch den Auflagerpunkt  $B$  zur Richtung der Auflagerbahn gezogene Senkrechte  $\mathfrak{B}$  in einem Punkte  $C$ , der mit  $A$  verbunden die Schlusslinie  $S$  des Seilpolygons liefert. Dann trägt man  $S$  in den Kräfteplan (parallel zur Schlusslinie) ein und beachtet, dass die letzte Seilspannung mit dem Auflagerdrucke  $\mathfrak{B}$  eine in die Richtung der Schlusslinie fallende Resultirende ergeben muss. Man zieht daher die Parallele zu  $\mathfrak{B}$ , die  $S$  im Punkte  $O'$  trifft. Auch  $\mathfrak{A}$  ergibt sich dann sofort.

Man kann nachträglich auch den Punkt  $O'$  als Pol eines neuen Seilpolygons wählen, das mit gestrichelten Linien in Abb. 48<sup>a</sup>

eingetragen ist. Bei diesem Seilpolygone wird die Anfangsspannung durch den Auflagerdruck gebildet. Man braucht hier keine Kraft willkürlich beizufügen, um das Seilpolygon zu construiren, sondern kann die in Wirklichkeit schon vorhandenen benutzen. Legt man nachher einen Schnitt durch den Träger, so werden alle Kräfte links vom Schnitte durch eine einzige, nämlich durch die vom Schnitte mitgetroffene Seilspannung ersetzt. Ein Seilpolygon von dieser Art wird auch als eine Drucklinie bezeichnet.

Ein Seil könnte die zum Pole  $O'$  gehörige Gestalt des Seilecks unter dem Einflusse der gegebenen Lasten freilich nicht auf-

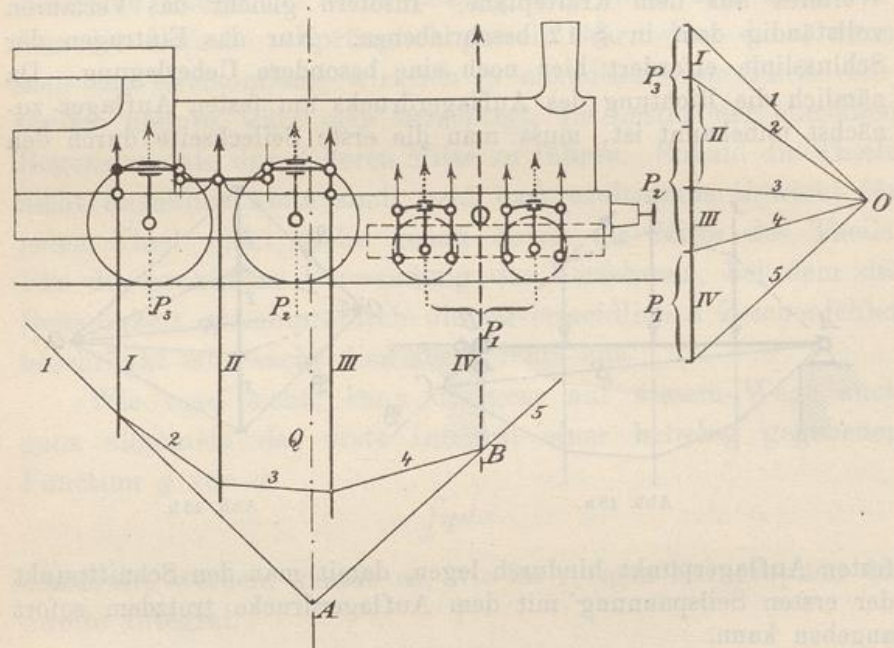


Abb. 49 a.

Abb. 49 b.

recht erhalten, weil in den Seilstrecken Druckspannungen vorkämen, die das Seil nicht aufzunehmen vermag. Man kann sich aber das Seil durch Stangen ersetzt denken, die an den Lastangriffspunkten gelenkförmig mit einander verbunden sind. Manche nennen daher das Seilpolygon in diesem Falle ein Gelenkpolygon; ich werde aber an der Bezeichnung Seilpolygon oder Seileck auch in solchen Fällen festhalten.

Schliesslich bemerke ich noch, dass man ganz ähnlich wie hier auch dann zu verfahren hat, wenn der Träger zwar als gewöhnlicher Balkenträger mit einem horizontal verschieblichen Rollenlager aufgelagert ist, dabei aber schief gerichtete Lasten

trägt, wie z. B. ein Dachbinder, der durch Winddruck belastet ist. Auch dann ist das Seilpolygon mit der Anfangsseite durch den festen Auflagerpunkt zu führen, damit man von hier aus die Schlusslinie eintragen kann.

*11. Aufgabe.* Das Gewicht  $Q$  einer Lokomotive (ohne Einrechnung der Radsätze) soll auf 4 Axen so vertheilt werden, dass das zu den beiden vordersten Axen gehörige Drehgestell den Antheil  $P_1$  davon aufzunehmen hat, während auf die beiden hinteren Axen die Antheile  $P_2$  und  $P_3$  entfallen. Die Federaufhängung ist aus Abb. 49 zu entnehmen. Der Schwerpunkt der Lokomotive und die Stellung der beiden hinteren Axen sind gegeben. Man soll die Lage der vordersten Axen so bestimmen, dass die verlangte Lastvertheilung eintritt.

*Lösung.* Im Kräfteplane Abb. 49<sup>b</sup> trage man zunächst die Lasten  $P_3, P_2, P_1$  ab, beachte dann, dass der Druck auf dem Stützpunkte I aus der Hälfte von  $P_3$  besteht und ähnlich bei II und III. Dann wähle man einen Pol  $O$  und construire zu den Lasten I, II, III das Seileck mit den Seilstrahlen 1, 2, 3, 4. Die Last IV oder  $P_1$  ist dann so einzutragen, dass der Schnittpunkt  $A$  der äussersten Seileckseiten 1 und 5 auf die gegebene Richtungslinie der Resultirenden  $Q$  fällt. Dieser Punkt  $A$  ist aber durch 1 und  $Q$  bereits bekannt und eine Parallele durch ihn zum Polstrahle 5 im Kräfteplane liefert den Schnittpunkt  $B$  der Seilstrahlen 4 und 5, durch den die Last IV gehen muss. Hiermit ist die Lage der vordersten Axen bekannt.

*12. Aufgabe.* Ein Telegraphendraht (von ungefähr 4 mm Stärke) wiegt 100 gr für den laufenden Meter. Er soll über einer Spannweite von 100 m ausgespannt werden, aber so, dass die durch das Eigengewicht hervorgebrachte Anspannung nicht mehr als 80 kg ausmacht; um wie viel muss man ihn in der Mitte durchhängen lassen?

*Lösung.* Man setze  $l = 100$  m,  $Q = 10$  kg,  $H = 80$  kg in Gl. (5) ein, so erhält man  $f = 1,56$  m.

*13. Aufgabe.* Um wie viel ändern sich  $H$  und  $f$  im vorhergehenden Falle in Folge einer Temperaturerniedrigung um  $20^\circ$  C, wenn der Ausdehnungscoefficient zu  $\frac{1}{80000}$  und der Elasticitätsmodul zu 2200000 atm angenommen werden?

*Lösung.* Wir berechnen zunächst die Bogenlänge  $b$  für den Pfeil  $f = 1,56$  m nach Gl. (8)

$$b = l + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l} = 100,065 \text{ m.}$$