Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Beispiel

aber in wahrer Grösse auszumessen sind. — Wenn es erwünscht erscheinen sollte, kann man die Verzerrung aber natürlich auch noch weiter treiben — oder sie auch weniger gross wählen —, da es ganz unserem Belieben anheimgestellt ist, welchen Horizontalzug H'_{II} wir wählen wollen, falls nur der zugehörige Maassstab, nach dem die Ordinaten y auszumessen sind, passend dazu bestimmt wird.

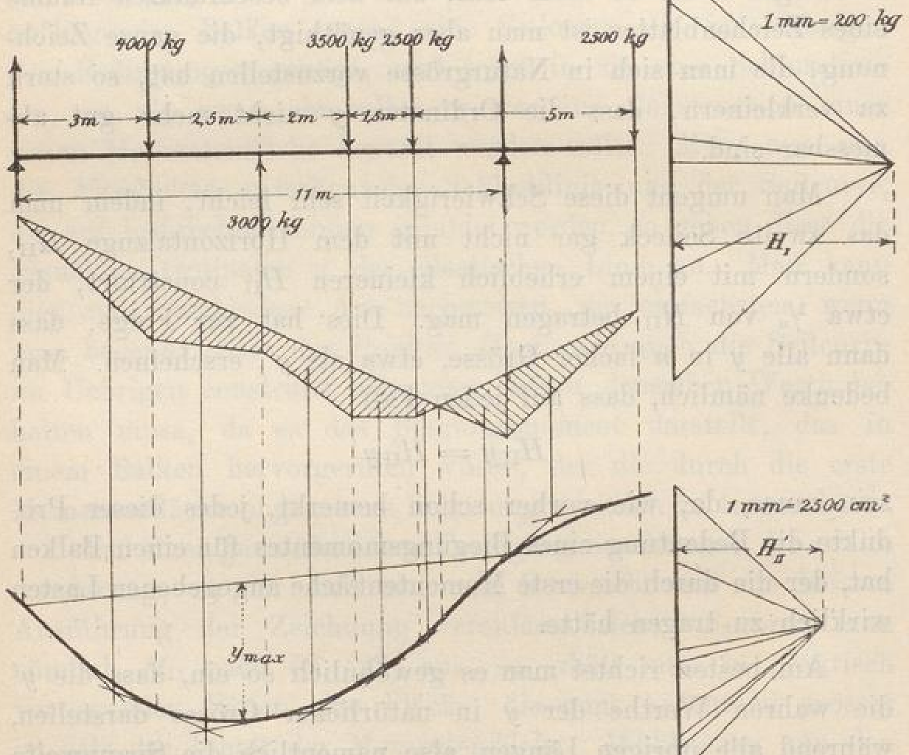

Abb. 45.

In Abb. 45 ist die Construction für einen bestimmten Fall im Maassstabe durchgeführt. Ein I-Träger von 30 cm Höhe, dessen Trägheitsmoment nach den Profiltabellen 9888 cm^4 beträgt, überdeckt eine Spannweite von 11 m, über die er nach rechts hin noch um 3 m vorkragt und nimmt die in die Zeichnung eingetragenen Lasten auf, von denen eine senkrecht nach oben gerichtet ist. Unmittelbar unterhalb der Ansichtszeichnung des Trägers ist mit Hülfe eines Seilecks, dessen Horizontalzug H_{I} zu 5000 kg gewählt ist, die Momentenfläche construirt. Der rechte Theil stellt negative Momente dar und die ihm entsprechenden Lasten sind daher mit nach oben gerichtetem Pfeile in das zweite Seileck aufzunehmen.

Wenn der Elasticitätsmodul $E = 2\,100\,000$ atm angenommen wird, erhält man für H_{II} nach Gl. (27)

$$H_{\mathrm{II}} = \frac{2\,100\,000 \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm}^2} \cdot 9888 \, \mathrm{cm}^4}{5000 \, \mathrm{kg}} = 4150000 \, \mathrm{cm}^2 .$$

Beim Ausmessen der Belastungsflächen des zweiten Seilpolygons ist zu beachten, dass die Spannweite des Trägers im Maassstabe 1 : 200 aufgetragen ist. Hiernach bedeutet 1 qmm der Momentenfläche in der Zeichnung in Wirklichkeit das 40000 fache oder 400 cm^2. Eine zweckmässige Grösse des zweiten Kräfteplans erhält man bei der Wahl des Maassstabes 1 mm $= 2500 \, \mathrm{cm}^2$. Hiernach würde freilich H_{II} gleich 1640 mm aufzutragen sein. Hiervon nehmen wir aber nur $\frac{1}{100}$, setzen also

$$H'_{\mathrm{II}} = 16{,}4 \, \mathrm{mm}$$

im Kräfteplane. Die Ordinaten der elastischen Linie erscheinen dann in hundertfacher Verzerrung oder, da der Maassstab der Längen 1 : 200 ist, in der Hälfte der natürlichen Grösse. Hätte man H'_{II} nur halb so gross gewählt, so hätte man die Durchbiegungen in natürlicher Grösse gefunden.

Für die Construction des zweiten Seilpolygons wurde die Momentenfläche in Dreiecke und Trapeze zerlegt, in deren Schwerpunkten Einzellasten angenommen wurden, die durch die Flächeninhalte in dem angegebenen Maassstabe darzustellen waren. Dadurch erhielt man das Tangentenpolygon, in das nachträglich die Seilcurve selbst mit Hülfe eines Curvenlineals eingetragen werden konnte. Die Schlusslinie geht durch die Schnittpunkte der beiden Auflagervertikalen mit dem Seilpolygone und von ihr aus sind die Ordinaten der elastischen Linie auf lothrechten Linien abzumessen. Mit dem Zirkel findet man leicht die Stelle der grössten Durchbiegung $y_{\max}$ des Trägers heraus. In dem Beispiele ergibt sich diese auf der Zeichnung zu 15 mm; wegen des vorher besprochenen Maassstabes bedeutet dies aber in Wirklichkeit eine Durchbiegung von 30 mm. — Der nach rechts vom rechten Auflager aus vorkragende Theil des Trägers hebt sich, wie aus der Zeichnung zu erkennen ist, nach oben hin auf und ist mit der Hohlseite nach unten hin gekrümmt, wie es den negativen Biegungsmomenten entspricht. Auf der durch den Schnittpunkt des ersten Seilpolygons mit seiner Schlusslinie gezogenen Vertikalen liegt der Wendepunkt der elastischen Linie.

Bisher war angenommen, dass das Trägheitsmoment Θ constant sei. Die Construction wird aber nicht wesentlich geändert, wenn Θ in beliebiger, aber gegebener Weise veränderlich ist. Man muss dann nur, um die Uebereinstimmung der Differentialgleichung für die elastische Linie mit der Gleichung der Seilcurve herzustellen, dafür sorgen, dass nun q nicht mehr mit M, sondern mit $\frac{M}{\Theta}$ überall proportional ist. Man wähle irgend einen Querschnitt des Trägers, etwa den in der Mitte aus, um dessen Trägheitsmoment Θ_m mit dem Trägheitsmomente Θ an irgend einer anderen Stelle zu vergleichen. Dann forme man die Momentenfläche so um, dass ihre Ordinaten u überall durch

$$u\frac{\Theta_m}{\Theta}$$

ersetzt werden. Da Θ überall gegeben sein sollte, ist dies leicht auszuführen. Die so umgeformte Fläche ist dann als Belastungsfläche des zweiten Seilpolygons anzunehmen, dessen Horizontalzug H_{II} nun an Stelle von Gl. (27)

$$H_{\mathrm{II}} = \frac{E\,\Theta_m}{H_{\mathrm{I}}} \tag{29}$$

zu wählen ist. — Gerade hierin, dass ein beliebig veränderliches Trägheitsmoment dem graphischen Verfahren gar keine besonderen Schwierigkeiten macht, liegt gegenüber dem ana-