



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Das zweite Seileck

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

Eintragung der Schlusslinie die „Momentenfläche“, also eine Fläche, deren Abschnitte auf lothrechten Linien mit H_I multiplicirt an jeder Stelle das zugehörige Biegemoment M liefern. Jene Abschnitte waren in § 16 mit y bezeichnet; da der Buchstabe hier in anderer Bedeutung gebraucht wird, mögen sie jetzt mit u bezeichnet werden. Man hat dann

$$M = H_I u. \quad (26)$$

Ist der Balken in anderer Art aufgelagert, z. B. wie bei den in § 17 besprochenen Gerber'schen Trägern, so wird sich ebenfalls eine Momentenfläche construiren lassen, von der vorstehende Gleichung gilt.

Diese Momentenfläche sehe man nun als Belastungsfläche für ein „zweites“ Seileck an, dessen Belastungsrichtung mit jener des ersten übereinstimmt und dessen Horizontalzug jetzt H_{II} heissen soll. Um der vorher genannten Bedingung zu genügen, setzen wir M aus Gl. (26) in Gl. (25) ein, beachten, dass q nun durch u und H durch H_{II} zu ersetzen sind und lösen die Gleichung nach H_{II} auf. Wir finden dann

$$H_{II} = \frac{E \Theta}{H_I}. \quad (27)$$

Die Dimension von H_{II} geht aus der Gleichung ebenfalls hervor; sie ist

$$[H_{II}] = \frac{\text{kg} \cdot \text{cm}^4}{\text{cm}^2 \cdot \text{kg}} = \text{cm}^2.$$

H_{II} ist daher eine Fläche und dies muss auch so sein, weil auch die Lasten, die mit H_{II} vereinigt werden sollen, durch Flächen, nämlich durch den Inhalt der Momentenfläche gebildet werden.

Die Aufgabe, die elastische Linie zu construiren, kommt demnach darauf hinaus, eine Seilcurve von gegebener Belastungsfläche zu construiren, deren Horizontalzug durch Gl. (27) angegeben ist und die zugleich die Grenzbedingungen an den Auflagern erfüllt. In dieser Form wäre aber die Lösung der Aufgabe aus verschiedenen Gründen unbequem und man ändert

sie daher noch ein wenig ab. Man kann nämlich leicht darauf verzichten, die wahre Gestalt der elastischen Linie auf der Zeichnung zu erhalten — umsomehr als sich diese nur sehr undeutlich von der vorher geraden Stabaxe abheben würde —, wenn man nur anzugeben vermag, wie gross die Ordinate y an jeder Stelle ist.

Zunächst ändert man daher die Grenzbedingungen ab. Anstatt darauf zu bestehen, dass die elastische Linie durch die Auflagerpunkte gehen müsse, construirt man beim frei aufliegenden Balken irgend eine Seilcurve die im Uebrigen den Bedingungen genügt, und trägt in sie eine Schlusslinie ein, so als wenn sie selbst wieder zur Construction einer neuen Momentenfläche benutzt werden sollte. Misst man nun die Abschnitte zwischen der Schlusslinie und der Seilcurve, die auf lothrechten Linien gebildet werden, so geben diese die gesuchten Ordinaten y der elastischen Linie an. Man kann dies auf verschiedene Art nachweisen, am einfachsten, wenn man bedenkt, dass das Product $H_{II}y$, wie auch die Seilcurve im Uebrigen construirt sein mag, immer denselben Werth behalten muss, da es das Bieugungsmoment darstellt, das in einem Balken hervorgerufen würde, der die durch die erste Momentenfläche angegebene Belastung wirklich zu tragen hätte.

Auf einer ganz ähnlichen Erwägung beruht auch die zweite Aenderung, zu der man sich aus Rücksicht auf die bessere Ausführung der Zeichnung veranlasst sieht. Rechnet man nämlich H_{II} nach Gl. (27) aus, so erhält man in praktisch vorliegenden Fällen eine Fläche, die ganz bedeutend grösser ist, als der Inhalt der Momentenfläche. Wählt man nun den Maassstab im Kräfteplane so, dass H_{II} die Grenzen des verfügbaren Raumes nicht überschreitet, so fallen die Lasten, die durch die Momentenfläche dargestellt werden, zu klein aus, als dass sie noch genau genug aufgetragen werden könnten. Dies kann auch nicht überraschen; denn man weiss ja in der That, dass sich der Balken unter den gewöhnlich vorliegenden Umständen verhältnissmässig nur sehr wenig durchbiegt. Die elastische Linie ist daher eine sehr flache Seilcurve, deren

Horizontalzug sehr gross gegenüber ihren Lasten sein muss. Wollte man trotzdem darauf bestehen, die Ordinaten y der elastischen Linie in der richtigen verhältnissmässigen Grösse zu construiren, so würden sie auch noch, ganz abgesehen von der vorher erwähnten Schwierigkeit der genauen Zeichnung des Kräfteplans und des zugehörigen Seilecks, in der Zeichnung so klein ausfallen, dass man sie mit dem Zirkel kaum noch abstechen könnte. In Wirklichkeit mögen sie ja vielleicht gar nicht so klein sein; auf dem beschränkten Raume eines Zeichenblattes ist man aber genöthigt, die ganze Zeichnung, die man sich in Naturgrösse vorzustellen hat, so stark zu verkleinern, dass die Ordinaten y nicht mehr gut abmessbar sind.

Man umgeht diese Schwierigkeit sehr leicht, indem man das zweite Seileck gar nicht mit dem Horizontalzuge H_{II} , sondern mit einem erheblich kleineren H'_{II} construirt, der etwa $\frac{1}{n}$ von H_{II} betragen mag. Dies hat zur Folge, dass dann alle y in n -facher Grösse, etwa als y' , erscheinen. Man bedenke nämlich, dass auf jeden Fall

$$H_{II}y = H'_{II}y'$$

sein muss, da, wie vorher schon bemerkt, jedes dieser Produkte die Bedeutung eines Biegemomentes für einen Balken hat, der die durch die erste Momentenfläche angegebenen Lasten wirklich zu tragen hätte.

Am besten richtet man es gewöhnlich so ein, dass die y' die wahren Werthe der y in natürlicher Grösse darstellen, während alle übrigen Längen, also namentlich die Spannweite des Balkens in stark verkleinertem Maassstabe aufzutragen sind. Hat man also die Zeichnung ursprünglich in $\frac{1}{n}$ der natürlichen Grösse angefertigt, so setze man an Stelle von H_{II} in Gl. (27)

$$H'_{II} = \frac{1}{n} \frac{E \Theta}{H_I} \quad (28)$$

und man findet dann die elastische Linie in verzerter Gestalt, so dass ihre Abscissen im Maassstabe $1:n$, die Ordinaten y