



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Verfahren von Nehls

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

In Abb. 43 ist das Verfahren auf ein Schienenprofil angewendet. — Um die Central-Ellipse oder den Querschnittskern einer Querschnittsfläche zu erhalten, muss man dasselbe Verfahren für die beiden Haupttaxen wiederholen.

Ausser dem bisher besprochenen Verfahren, das von Mohr herrührt, ist noch eine andere graphische Methode zur Bestimmung von Trägheitsmomenten zu erwähnen, die von Nehls angegeben ist. Freilich hat diese mit dem Seilpolygone nichts zu schaffen; sie soll aber an dieser Stelle ebenfalls besprochen werden. Die Nehls'sche Methode beruht auf einer einfachen Umformung des für das Trägheitsmoment aufgestellten Summenausdrucks, nämlich

$$\Theta = \int y^2 dF = a^2 \int \left(\frac{y}{a}\right)^2 dF.$$

Man formt jeden Flächenstreifen dF so um, dass er in $\left(\frac{y}{a}\right)^2 dF$ übergeht, und erhält dann Θ als Produkt aus der Summe dieser umgeformten Flächenstreifen und aus a^2 .

Gewöhnlich wird bei der Anwendung des Verfahrens der Schwerpunkt der Querschnittsfläche noch nicht bekannt sein. Man zieht dann irgendwo eine Parallele AA zur Schwerlinie, für die das Trägheitsmoment gesucht wird und bestimmt sowohl das statische Moment als das Trägheitsmoment der Querschnittsfläche für diese Parallele als Axe. Bei einem Schienenprofile, das in Abb. 44 wiederum als Beispiel gewählt wurde, kann man etwa die Basislinie dazu benutzen. Dann zieht man in einem Abstände a , der beliebig angenommen werden kann,

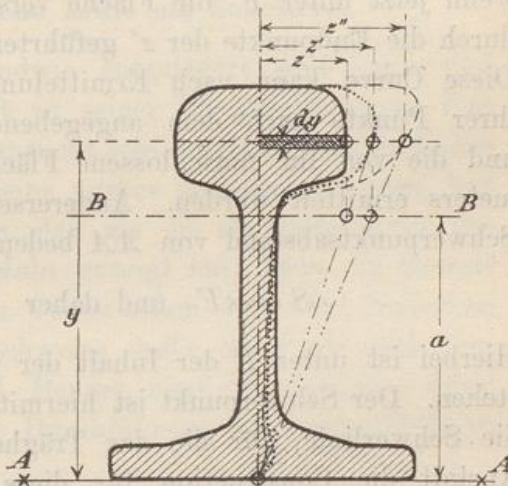


Abb. 44.

eine Parallele BB zu AA . Den Querschnitt denkt man sich in Streifen eingetheilt, die parallel zu AA und BB gehen. Ein solcher Streifen, der in der Abbildung durch Querschraffirung hervorgehoben ist, möge die Breite (oder auch die halbe Breite bei einem symmetrischen Profile) z , die Höhe dy und den Abstand y von AA haben. Dann kann $dF = zdy$ und der Beitrag von dF zum statischen Momente S gleich $yzdy$ gesetzt werden. Nun construirt man eine Strecke z' so, dass

$$z' = z \frac{y}{a}$$

ist, was durch Ziehen der aus der Abbildung ersichtlichen Linien ohne Weiteres geschehen kann. Dann ist

$$S = \int y dF = \int yz dy = a \int z' dy = aF',$$

wenn jetzt unter F' die Fläche verstanden wird, die von der durch die Endpunkte der z' geführten Curve umschlossen wird. Diese Curve kann nach Ermittlung einer genügenden Zahl ihrer Punkte nach dem angegebenen Verfahren eingetragen und die von ihr umschlossene Fläche mit Hilfe eines Planimeters ermittelt werden. Andererseits ist aber, wenn s den Schwerpunktsabstand von AA bedeutet, auch

$$S = sF \quad \text{und daher} \quad s = a \frac{F'}{F}. \quad (21)$$

Hierbei ist unter F der Inhalt der Querschnittsfläche zu verstehen. Der Schwerpunkt ist hiermit bekannt und damit auch die Schwerlinie, für die das Trägheitsmoment gesucht wird. Anstatt die Construction für diese Schwerlinie unmittelbar weiter zu führen, thut man aber besser daran, auch das Trägheitsmoment zunächst für die Axe AA zu ermitteln. Es sei zum Unterschiede von dem für die Schwerlinie gültigen mit Θ' bezeichnet.

Zu jedem z' construirt man nun auf dieselbe Weise wie vorher ein z'' , so dass

$$z'' = z' \frac{y}{a}, \quad \text{also} \quad z'' = z \frac{y^2}{a^2}$$

ist. Nachdem dies für eine genügende Zahl von Punkten aus-

geführt ist, erhält man durch deren Verbindung eine zweite Curve, die in der Abbildung durch eine gestrichelte Linie angegeben ist, während die vorige punktirt ausgezogen war. Die von dieser neuen Curve umschlossene Fläche, die ebenfalls mit Hülfe des Planimeters auszumessen ist, sei mit F'' bezeichnet. Man hat nun

$$\Theta' = \int y^2 dF = \int y^2 z dy = a^2 \int z'' dy = a^2 F'. \quad (22)$$

Hiermit ist also in der That Θ' bekannt. Um daraus Θ zu finden, beachte man, dass

$$\Theta' = \Theta + s^2 F \quad \text{und daher} \quad \Theta = a^2 \left(F'' - \frac{F'^2}{F} \right) \quad (23)$$

ist. Damit ist die Aufgabe gelöst.

§ 19. Die elastische Linie als Seilcurve.

Ein Balken, der irgendwie aufgelagert sein kann und durch Lasten, die senkrecht zu seiner Längsrichtung an ihm angreifen, auf Biegung beansprucht wird, erfährt eine elastische Formänderung, durch die seine vorher geradlinige Längs-Axe in eine Curve übergeht, die man als die elastische Linie des Balkens bezeichnet. Wie Mohr gezeigt hat, kann die Gestalt der elastischen Linie durch Construction von zwei Seilecken gefunden werden. Zum Nachweise dafür muss ich mich hier auf Untersuchungen des III. Bandes über die elastische Linie beziehen, deren selbständige Durchführung an dieser Stelle zu lange aufhalten würde.

Rechnet man die Abscissen x im Sinne der Stabaxe und bezeichnet man die Ordinate der elastischen Linie für den Querschnitt x mit y , so gilt nach Gl. (78) des dritten Bandes die Differentialgleichung

$$E\Theta \frac{d^2 y}{dx^2} = -M. \quad (24)$$

Hierin ist M das Biegemoment für den Querschnitt x , während E den Elasticitätsmodul und Θ das Trägheitsmoment des Querschnitts bedeutet. Zugleich sei noch darauf hingewiesen,