



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

§. 17. Besondere Fälle für die Construction der Momentenfläche

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

§ 17. Besondere Fälle für die Construction der Momentenfläche.

Bei grösseren Brücken-Constructionen wird die bewegliche Last nicht unmittelbar von den Hauptträgern selbst aufgenommen. Dazu dient vielmehr eine „Fahrbahn-Construction“, die sich ihrerseits auf die Hauptträger stützt. Die Stützpunkte sind gewöhnlich in gleichen Abständen von einander angeordnet. Als Lasten an den Hauptträgern sind hier nicht die unmittelbar gegebenen Lasten, sondern die von der Zwischen- oder Fahrbahn-Construction darauf übertragenen Auflagerkräfte anzusehen. Die diesem Falle der „indirekten Belastung“ entsprechende Momentenfläche kann indessen aus dem Seilecke der gegebenen Lasten stets leicht gefunden werden.

In Abb. 40^a ist ein auf zwei Stützen ruhender Balken gezeichnet, dessen ganze Länge durch die Zwischenträger *a*, *b*, *c* in drei Theile getheilt ist. Auf die Zwischenträger wirken die Lasten 1, 2, 3 ... und der Balken ist nur an den Auflagerstellen I und II durch die dort übertragenen Auflagerdrücke der

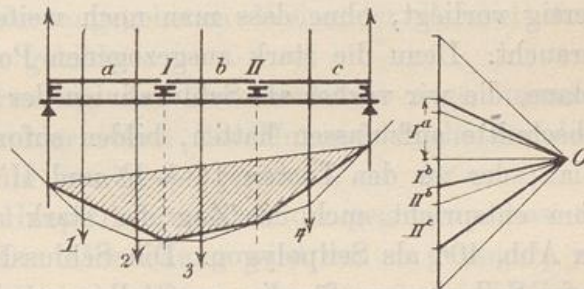


Abb. 40 a.

Abb. 40 b.

Fahrbahn-Construction belastet. Man soll die dazu gehörige Momentenfläche construiren.

Zu diesem Zwecke zeichnet man zunächst mit Hülfe des Kräfteplans Abb. 40^b ein Seilpolygon, das die gegebenen Lasten verbindet und trägt die Schlusslinie ein. Man hätte damit schon die Momentenfläche, wenn die Lasten direkt und nicht indirekt, durch Vermittelung der Fahrbahn-Construction, an den Balken angriffen. Hierauf zieht man lothrechte Linien durch die Knotenpunkte I, II, wodurch das Seilpolygon in ebensoviele Abschnitte getrennt wird, als Zwischenträger *a*, *b*, *c*

vorhanden sind. Jeder dieser Seilpolygonabschnitte kann als ein dem betreffenden Zwischenträger und den von ihm unmittelbar aufgenommenen Lasten entsprechendes, besonderes Seilpolygon aufgefasst werden. Man trage auch die zu diesen Abschnitten gehörigen, in Abb. 40^a durch starke Striche hervorgehobenen Schlusslinien ein. Parallelen dazu in Abb. 44^b, die ebenfalls durch starke Striche gekennzeichnet sind, schneiden auf der Lastlinie die Auflagerkräfte ab, die von der Zwischen-Construction auf den Hauptträger übertragen werden. Mit I^a ist in der Abbildung der Auflagerdruck bezeichnet, der vom Zwischenträger a auf den Stützpunkt I übertragen wird und I^b gibt den auf denselben Stützpunkt vom Zwischenträger b her gelangenden Druck an.

Die vom Hauptträger selbst aufgenommenen Lasten bestehen hiernach am Punkte I aus $I^a + I^b$ und am Punkte II aus $II^b + II^c$. Zu diesen Lasten wäre von Neuem ein Seilpolygon zu construiren. Man sieht aber, dass dieses schon fertig vorliegt, ohne dass man noch weitere Linien zu ziehen braucht. Denn die stark ausgezogenen Polstrahlen im Kräfteplane, die wir vorher als Schlusslinien der kleinen Seilpolygonabschnitte aufzufassen hatten, bilden sofort schon den Kräfteplan, der zu den Lasten $I^a + I^b$ und $II^b + II^c$ gehört, und ihm entspricht auch der Zug der stark ausgezogenen Linien in Abb. 40^a als Seilpolygon. Die Schlusslinie ist dieselbe wie beim Seilpolygone für die unmittelbar gegebenen Lasten 1, 2 ... Hiernach stellt die in der Abbildung durch Schraffirung hervorgehobene Fläche zwischen dieser Schlusslinie und dem durch starke Striche angegebenen Seilpolygone die gesuchte Momentenfläche des Hauptträgers dar. Die weiss gelassenen Flächen zwischen beiden Seilpolygonen bilden die Momentenflächen für die Zwischenträger a , b , c . Man erkennt hieraus auch, in welcher Weise sich das gesammte Moment der links von irgend einem Schnitte liegenden äusseren Kräfte an der ganzen Construction auf ein durch die Biegefestigkeit des Hauptträgers aufzunehmendes Moment und ein von dem durch den gleichen Schnitt getroffenen Zwischenträger aufzunehmendes vertheilt.

Zugleich bemerkt man, dass das Eintragen der Parallelen zu den Schlusslinien der einzelnen Seilpolygonabschnitte in den Kräfteplan nur für den Zweck des Beweises nöthig war. Nachdem dieser einmal geführt ist, braucht man die Parallelen bei den Anwendungen gar nicht mehr zu ziehen. Es genügt dazu, nach Construction des Seilpolygons, das die unmittelbar gegebenen Lasten verbindet, von den Knotenpunkten, in denen zwei Zwischenträger zusammenstossen, Senkrechte zu ziehen und deren Schnittpunkte mit den Seileckseiten durch Linien zu verbinden. Das auf diese Weise gewonnene, dem Seilecke eingeschriebene Polygon schliesst dann in Verbindung mit der Schlusslinie des ganzen Seilecks die Momentenfläche für den Hauptträger ein.

Ist z. B. eine gleichförmig vertheilte stetige Belastung auf der Fahrbahn gegeben, so geht das dieser zugehörige Seileck, wie aus den Untersuchungen in § 14 folgt, in eine Parabel über und die Momentenfläche für den Hauptträger wird durch das in der angegebenen Weise der Parabel eingeschriebene Polygon gebildet.

In Abb. 40^a waren nur drei Zwischenträger angenommen. Trotzdem wich auch hier schon die Momentenfläche für die indirekte Belastung nur wenig von jener ab, die der unmittelbaren Belastung des Hauptträgers durch die gegebenen Lasten entsprochen hätte. Die Abweichung wird um so geringer, je grösser die Zahl der Zwischenträger oder je grösser die Zahl der Knotenpunkte I, II... ist, an denen der Hauptträger die Fahrbahn-Construction stützt. Da nun diese Zahl in der Regel ziemlich gross ist (gewöhnlich mindestens 8 oder 10), kommt der Unterschied zwischen beiden Momentenflächen meistens gar nicht in Betracht und man behandelt daher den Fall gewöhnlich so, als wenn die Lasten unmittelbar am Hauptträger angriffen. — Wenn einer der Zwischenträger gar keine Last trägt, fällt übrigens der zugehörige Seilpolygonabschnitt von selbst schon gerade mit dem Umrisse der Momentenfläche für den Hauptträger zusammen.

Ein anderer Fall wird durch Abb. 41^a dargestellt. Ein

Träger reicht über zwei Oeffnungen, ist aber, um die statische Unbestimmtheit, die sonst hereinkäme, zu vermeiden, bei D in zwei Theile getrennt, die durch ein Gelenk mit einander zusammenhängen. Hiernach wird die rechts liegende Oeffnung durch einen Balken^x überdeckt, der bis D in die linke Oeffnung hinein vorkragt und auf den sich bei D ein nur von A bis D reichender, kürzerer Balken stützt. Träger-Combinationen dieser Art werden im neueren Brückenbaue häufig angewendet; man bezeichnet sie als Kragträger oder nach dem Constructeur, der sie zuerst in sorgfältiger Ausbildung und in grösserem Maassstabe zur Anwendung brachte, als Gerber'sche Träger. Der Vortheil, der mit dieser Anordnung verbunden ist, wird sich aus der weiteren Betrachtung alsbald ergeben.

Um die Momentenfläche zu construiren, verbindet man zunächst die Lasten 1, 2 ... durch ein Seilpolygon. Dieses

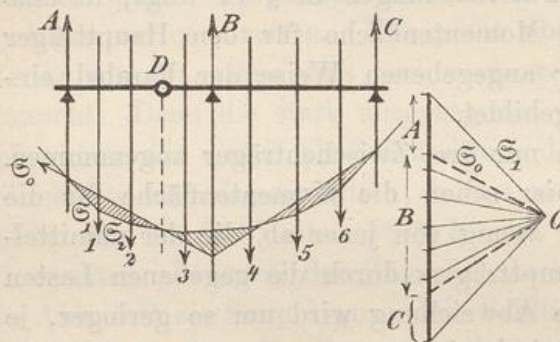


Abb. 41 a.

Abb. 41 b.

wird durch eine vom Gelenke D aus gezogene Senkrechte in zwei Abschnitte getheilt und der linke Abschnitt davon bezieht sich sofort auf den die Spannweite von A bis D selbstständig überbrückenden Balken. Trägt man für diesen Abschnitt die Schlusslinie ein, so hat man ohne Weiteres die zu dem linken Balken gehörige Momentenfläche, die durch eine Schraffirung hervorgehoben ist.

Man denke sich ferner auch die Auflagerkräfte A , B , C in das Seilpolygon mit einbezogen. Da sie mit den gegebenen Lasten im Gleichgewichte stehen, muss das Seilpolygon zu einem geschlossenen werden. Der Auflagerdruck, den der linke Balken auf den rechten im Gelenke D überträgt, kommt hierbei nicht in Betracht, weil ihm nach dem Wechselwirkungsgesetze ein gleich grosser, aber entgegengesetzt gerichteter Druck vom

rechten auf den linken Balken gegenübersteht und beide als innere Kräfte ohne Einfluss auf die Gleichgewichtsbedingungen zwischen den äusseren Kräften sind, sobald man die Kräfte an der ganzen Träger-Combination ins Auge fasst. Das Gelenk D hat nur zur Folge, dass das Biegemoment an dieser Stelle zu Null werden muss und beim Eintragen der Schlusslinie für den linken Abschnitt des Seilecks ist von dieser Bedingung bereits Gebrauch gemacht.

Die Schlusslinie des linken Seileckabschnittes betrachten wir, wie schon im Falle der Abb. 39, als die erste Seilspannung, die mit dem Auflagerdrucke A zu \mathcal{S}_1 zusammengesetzt ist. Für jeden Querschnitt in der ersten Oeffnung, wenn er auch rechts vom Gelenke D liegt, können dann alle Kräfte links vom Schnitte durch die davon getroffene Seilspannung und die Gegenkraft \mathcal{S}_0' von \mathcal{S}_0 ersetzt werden. An der Mittelstütze greift der nach oben gerichtete Auflagerdruck B an. Da B in dem zuerst construirten Seilpolygone nicht vorkam, denken wir uns B mit \mathcal{S}_0' zu einer Resultirenden vereinigt, von der wir zunächst nur wissen, dass sie durch den Schnittpunkt beider Richtungslinien gehen muss. Dann können auch in der rechten Oeffnung für jeden Querschnitt alle links davon liegenden äusseren Kräfte durch diese Resultirende und die von dem Schnitte getroffene Seilspannung ersetzt werden. Denkt man sich ferner die letzte Seilspannung mit dem Auflagerdrucke C zu einer Resultirenden vereinigt, die jedenfalls durch den Schnittpunkt der beiden Richtungslinien gehen muss, so sind nachher alle Kräfte an der ganzen Construction auf diese Resultirende und auf die vorher besprochene Resultirende aus B und \mathcal{S}_0' zurückgeführt. Da aber alle Kräfte ein Gleichgewichtssystem bilden, müssen sich auch die beiden Resultirenden im Gleichwichte halten, d. h. ihre Richtungslinien müssen zusammenfallen. Man findet daher diese Richtungslinie durch Verbindung der beiden Punkte, die wir von ihr bereits kennen. Nach Eintragen der Verbindungslinie ist das Seilpolygon geschlossen und die Momentenfläche wird durch die zwischen den Schlusslinien und dem Seilpolygone

eingeschlossenen, durch Schraffirung hervorgehobenen Flächen gebildet. Dabei ist zu beachten, dass die mittlere Fläche, deren Schraffirungsstriche von links nach rechts fallen, negativen Momenten entspricht. Alle links liegenden Kräfte ergeben nämlich für einen an dieser Stelle geführten Schnitt ein Moment, das dem Uhrzeigersinne entgegengesetzt ist, und der Balken wird von diesem Momente so gebogen, dass er seine Hohlseite nach unten hin kehrt, während die Hohlseite bei positiven Momenten, die in der Abbildung durch von rechts nach links fallende Schraffirungsstriche gekennzeichnet sind, nach oben hin gerichtet ist.

Auch hier ist die Ueberlegung, die zur Lösung führt, weitläufiger als die wirkliche Ausführung der Construction. Bei dieser braucht man nur darauf zu achten, dass zu jeder Oeffnung des Kragträgers eine besondere Schlusslinie gehört, dass diese Schlusslinien auf den Richtungslinien der Auflagerkräfte aneinander stossen und dass sie auf den durch die Gelenke gezogenen Vertikalen und den Vertikalen durch die beiden äussersten Stützpunkte die Seileckseiten schneiden. Diese Bedingungen genügen in allen Fällen dieser Art, um alle Schlusslinien einzutragen. Die zwischen ihnen und dem Seilpolygone eingeschlossenen Flächen bilden die Momentenflächen. Um die Vorzeichen festzusetzen, braucht man nur zu beachten, dass solche Trägertheile, die (wie hier der zwischen A und D liegende) eine Spannweite für sich überdecken, ohne über die Stützen vorzukragen nur positive Biegemomente aufnehmen haben und dass bei jeder Ueberschneidung einer Schlusslinie mit dem Seilpolygone ein Wechsel im Momentenvorzeichen eintritt.

Würde jede der beiden Oeffnungen in Abb. 41^a durch einen Träger für sich überdeckt, der ohne Zusammenhang mit dem anderen wäre, wobei natürlich das Gelenk in D wegfallen müsste, so hätte man für jede Oeffnung ohne Rücksicht auf die andere die Momentenfläche so wie in Abb. 39 zu construiren. Für die linke Oeffnung würde man also z. B. die Schnittpunkte der Richtungslinien von A und B mit den

Seileckseiten zu verbinden haben, um die Schlusslinie und hiermit die Momentenfläche für diese Oeffnung zu erhalten. Denkt man sich diese Linie in die Abbildung eingetragen, so erkennt man sofort, dass die Momentenfläche dann viel grösser ausfällt, als vorher. Von der Grösse der Momente hängt aber die Biegungsbeanspruchung des Balkens ab. Der Kragträger wird demnach durch die gegebenen Lasten weniger stark beansprucht, als wenn jede Oeffnung für sich überdeckt wäre und in diesem Umstande ist der Vortheil begründet, der sich durch die Gerber'sche Anordnung erzielen lässt.

§ 18. Die graphische Ermittlung von Trägheitsmomenten.

Betrachtet man irgend eine gerad- oder krummlinig begrenzte Figur als Belastungsfläche einer Seilcurve, so gibt die zwischen der Seilcurve und ihrer Anfangstangente eingeschlossene Momentenfläche zugleich das statische Moment des links davon liegenden Theiles der Figur für eine Axe $\sigma\sigma$ an. Zieht man auch noch die Tangente am anderen Ende, so sind die zwischen ihr und der Seilcurve auf $\sigma\sigma$ abgeschnittenen Strecken zugleich den statischen Momenten der rechts von $\sigma\sigma$ liegenden Flächentheile proportional. Die in den vorigen Paragraphen besprochene Anwendung des Seilpolygons liefert daher zugleich die Momente ersten Grades von Querschnittsflächen in Bezug auf alle in der Querschnittsebene parallel zur gewählten Kraft- richtung gezogenen Axen.

Aber auch Momente zweiten Grades können mit Hülfe des Seilpolygons gefunden werden. Zur Bestimmung des Trägheitsmoments eines Schienenprofils oder einer anderen theils gerad-, theils krummlinig begrenzten Querschnittsfläche bildet dieses Verfahren sogar das bequemste und empfehlenswertheste Hilfsmittel. Zur Begründung des Verfahrens diene Abb. 42. Die Belastungsfläche ist hier genau der in Abb. 34 (S. 77) nachgebildet und die Seilcurve, deren Construction dort erläutert wurde, ist hier ebenfalls von dort übernommen. Nur die Eintheilung in die Belastungsstreifen und das den Einzel-