



## **Vorlesungen über technische Mechanik**

**Föppl, August**

**Leipzig, 1900**

§. 10. Zusammensetzen von Kräften in der Ebene mit Hilfe des  
Seilpolygons

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84532](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84532)

## Zweiter Abschnitt.

### Das Seilpolygon oder Seileck.

#### § 10. Zusammensetzung von Kräften in der Ebene mit Hülfe des Seilpolygons.

In Abb. 29<sup>a</sup> seien die Kräfte  $\mathfrak{P}_1$  und  $\mathfrak{P}_2$  gegeben. Man findet ihre Resultirende  $\mathfrak{R}$ , falls sie nicht parallel sind, am einfachsten durch Aufsuchen des Schnittpunktes  $A$  ihrer Richtungslinien, Construction des Kräfte-dreiecks  $\mathfrak{P}_1\mathfrak{P}_2\mathfrak{R}$  in Abb. 29<sup>b</sup> und Ziehen einer Parallelen zu  $\mathfrak{R}$  durch  $A$ . Schon wenn der Schnittpunkt  $A$  weit weg fällt, ist dieses Verfahren aber nicht mehr anwendbar. Man fügt dann zwei neue Kräfte  $\mathfrak{I}$  und  $\mathfrak{I}'$  hinzu, vereinigt  $\mathfrak{I}$  mit  $\mathfrak{P}_1$  zu  $\mathfrak{S}_1$ , dies mit  $\mathfrak{P}_2$  zu  $\mathfrak{S}_2$  und schliesslich  $\mathfrak{S}_2$  mit  $\mathfrak{I}'$  zu  $\mathfrak{R}$ . Mit Hülfe des Kräfteplans in Abb. 29<sup>b</sup> kann dies leicht ausgeführt werden.

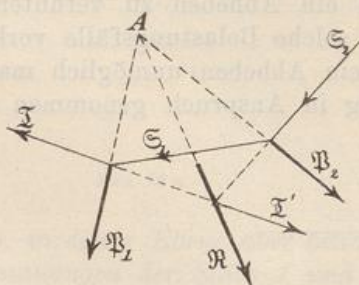


Abb. 29 a.

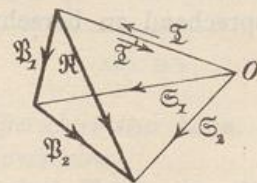


Abb. 29 b.

Der Linienzug  $\mathfrak{I}\mathfrak{S}_1\mathfrak{S}_2$  in Abb. 29<sup>a</sup> wird ein Seilpolygon (oder Seileck, auch Seilzug) genannt, weil ein Seil von dieser

Gestalt unter den Lasten  $\mathfrak{P}_1$  und  $\mathfrak{P}_2$  im Gleichgewichte bleibt, wenn die beiden Enden mit Kräften von der Grösse  $\mathfrak{T}$  und  $\mathfrak{S}_2$  angespannt werden. Die Spannung des mittleren Seilstücks ist gleich  $\mathfrak{S}_1$ . Für ein Seil hat freilich  $\mathfrak{S}_1$  keinen eindeutig bestimmten Pfeil, da dieser am Knotenpunkte  $\mathfrak{T}\mathfrak{P}_1\mathfrak{S}_1$  entgegengesetzt zu nehmen ist, wie am anderen Knotenpunkte  $\mathfrak{S}_1\mathfrak{P}_2\mathfrak{S}_2$ . Ebenso wäre auch der Pfeil der von aussen her am letzten Seilstücke anzubringenden Kraft  $\mathfrak{S}_2$  entgegengesetzt dem in Abb. 29<sup>b</sup> eingetragenen zu wählen. Gewöhnlich denkt man aber bei der Benutzung des Seilecks gar nicht an ein wirkliches Seil, das die Lasten  $\mathfrak{P}$  aufzunehmen hätte, sondern man benutzt es nur zur Kräftezusammensetzung. Die anschauliche Bezeichnung behält man trotzdem bei; man muss nur beachten, dass den „Seilspannungen“  $\mathfrak{T}$ ,  $\mathfrak{S}_1$ ,  $\mathfrak{S}_2$  in diesem Falle eindeutig bestimmte Pfeile zukommen, nämlich jene, die aus dem Kräfteplane hervorgehen.

Die Abb. 29<sup>a</sup> und 29<sup>b</sup> sind reciproke Figuren. Jede von ihnen bildet ein vollständiges Viereck, d. h. ein Viereck mit vier Seiten und zwei Diagonalen. Durch jede Diagonale wird jedes Viereck in je zwei Dreiecke zerlegt und jedem der vier Dreiecke in der einen Figur entspricht ein Endpunkt in der anderen Figur.

Man kann sich die eine Figur willkürlich hingezeichnet denken und nachträglich die andere so construiren, dass sie zu ihr passt. Hat man Abb. 29<sup>a</sup> beliebig angenommen, so kann man in Abb. 29<sup>b</sup> eine Seite, etwa  $\mathfrak{P}_1$  noch in beliebiger Grösse (aber in der vorgeschriebenen Richtung) wählen, von den Endpunkten Parallelen zu  $\mathfrak{S}_1$  und  $\mathfrak{T}$  (oder  $\mathfrak{T}'$ ) ziehen und dann Parallelen zu  $\mathfrak{P}_2$  und  $\mathfrak{S}_2$  anreihen. Die letzte Linie  $\mathfrak{R}$  ergibt sich aber dann als Verbindungslinie der beiden bereits vorhandenen Endpunkte. Jedenfalls muss sie aber, wenn sie so gezogen wird, von selbst in die ihr durch die reciproke Figur vorgeschriebene Richtung fallen. Dasselbe trifft zu, wenn man zuerst Abb. 29<sup>b</sup> willkürlich annimmt und dann Abb. 29<sup>a</sup> dazu construirt: in jedem Falle ist die letzte Linie, die man zu ziehen hat, schon als Verbindungs-

linie von zwei Punkten bestimmt und zugleich muss sie der ihr in der reciproken Figur zugehörigen parallel gehen.

Diese Eigenschaft kann zunächst als eine willkommene Gelegenheit zur Prüfung der Genauigkeit der Zeichnung betrachtet werden. Man bemerkt aber zugleich, dass sie eine rein geometrische Eigenschaft beider Figuren darstellt, da sie auch noch gültig bleibt, wenn man ganz von der mechanischen Bedeutung, die wir den Figuren gaben, absieht. Der Beweis beruht zwar auf dieser Deutung; die dadurch herausgefundene geometrische Gesetzmässigkeit ist aber von ihr unabhängig. Wir können sie in dem Satze aussprechen: Laufen in zwei vollständigen Vierecken fünf Seiten (oder Diagonalen) paarweise parallel, so trifft dies auch für das letzte Paar zu.

Der Schnittpunkt  $A$  in Abb. 29<sup>a</sup> kann auch ins Unendliche rücken, d. h. die beiden Kräfte  $\mathfrak{P}_1$  und  $\mathfrak{P}_2$  können parallel sein, ohne dass dadurch an dem beobachteten Verfahren, noch an dem daraus soeben abgeleiteten Satze etwas geändert würde. Drei Eckpunkte und drei Seiten des Kräfteplans in Abb. 29<sup>b</sup> fallen dann in eine Gerade. — Ausserdem sieht man auch leicht ein, dass mehr als zwei Kräfte  $\mathfrak{P}$  in derselben Weise zusammengesetzt werden können, wie hier die beiden. Das Seilpolygon erhält dann nur entsprechend mehr Seiten und im Kräfteplane gehen alle dazu parallel gezogenen „Polstrahlen“ durch denselben Punkt  $O$  wie jetzt schon  $\mathfrak{T}$ ,  $\mathfrak{S}_1$  und  $\mathfrak{S}_2$ . Dieser Punkt  $O$  wird der Pol des Kräfteplans genannt. In jedem Falle geht die Resultirende aller  $\mathfrak{P}$  in Abb. 29<sup>a</sup> durch den Schnittpunkt der letzten Seilspannung mit der Richtungslinie von  $\mathfrak{T}'$  oder, wie wir auch sagen können, durch den Schnittpunkt der äussersten Seilpolygonseiten.

#### § 11. Seilpolygone, die zu verschiedenen Polen gehören.

Zu gegebenen Kräften  $\mathfrak{P}$  kann man beliebig viele Seilpolygone ziehen. Wir wollen uns irgend zwei gezogen und die ihnen entsprechenden Kräftepläne aufeinander gelegt denken,