Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Krangerüst (Aufg. 6)

urn:nbn:de:hbz:466:1-84532

beibehalten sind. Der Kräfteplan kann dann in Abb. 23^b sofort als reciproke Figur des Stabverbandes hingezeichnet werden. — Zugleich ist noch zu beachten, dass Abb. 23^b auch als Kräfteplan zu Abb. 22^a angesehen werden kann. Zu dieser Figur ist er aber nicht reciprok, da die Seiten 6 und 7 in ihm doppelt vertreten sind.

6. *Aufgabe. Abb. 24^a (S. 60) gibt eine Stabverbindung an, die aus der vorigen durch Hinzufügung eines Dreiecks entsteht. Man verwendet sie in dieser oder einer ähnlichen Form zum Aufbaue von Kran-Gerüsten. Dem entsprechend ist angenommen, dass die unteren Knotenpunkte auf einem festen Unterbaue oder einem Wagengestelle aufgelagert sind, wobei der sie vorher verbindende Stab als solcher fortfallen kann, da er schon durch den Unterbau ersetzt ist. An dem vorkragenden Ende ist eine in sonst beliebiger Richtung gehende, aber in der Ebene des Stabverbandes liegende Last A angebracht; man soll die dadurch hervorgebrachten Stabspannungen ermitteln.*

Lösung. Der am linken Auflagerknotenpunkte übertragene Auflagerdruck C kann, da von dort nur ein Stab ausgeht, nur in dessen Richtung fallen. Man verlängert diese Richtungslinie bis zum Schnittpunkte mit der Richtungslinie der Last und zieht von da eine Verbindungslinie zum rechten Auflagerpunkte. Dadurch erhält man, wie schon bei Aufg. 3, die Richtung des Auflagerdruckes B. (Der Schnittpunkt der drei Richtungslinien ist, um Raum zu sparen, auf der Zeichnung nicht mehr enthalten.) Dann beginnt man den Kräfteplan mit dem Kraftecke ABC der drei äusseren Kräfte. Von da aus kann er in derselben Weise weiter gezeichnet werden, wie im vorigen Beispiele.

Wenn A in lothrechter Richtung geht, können B und C, die dann parallel zu A werden, nicht mehr durch das Kräftedreieck ABC ermittelt werden. Man berechnet sie dann am einfachsten mit Hülfe des Momentensatzes. Im Uebrigen wird aber dadurch an der Construction des Kräfteplans nichts geändert, denn dass die drei Seiten des Dreiecks ABC dann in eine Grade fallen, hindert nicht, die Zeichnung, sobald nur die drei Eckpunkte des Dreiecks aufgetragen sind, in derselben Weise weiter zu führen, wie vorher.

Schliesslich möge noch darauf hingewiesen werden, dass bei einem Krane ausser den Stabspannungen auch noch Seilspannungen vorkommen. Von dem Knotenpunkte, an dem die Last A angebracht ist, möge etwa ein Seil oder eine Kette längs des Stabes gc und von dessen Endpunkt über eine Leitrolle längs der Stäbe df und eb herabgeführt werden. Die Seilspannungen sind aus der Berechnung der Windevorrichtung jedenfalls bekannt. Man bedenke dann, dass die durch den Kräfteplan ermittelten Spannungen die algebraische Summe aus Seilspannung und Stabspannung angeben. Geht also das Seil neben einem gezogenen Stabe wie gc entlang,

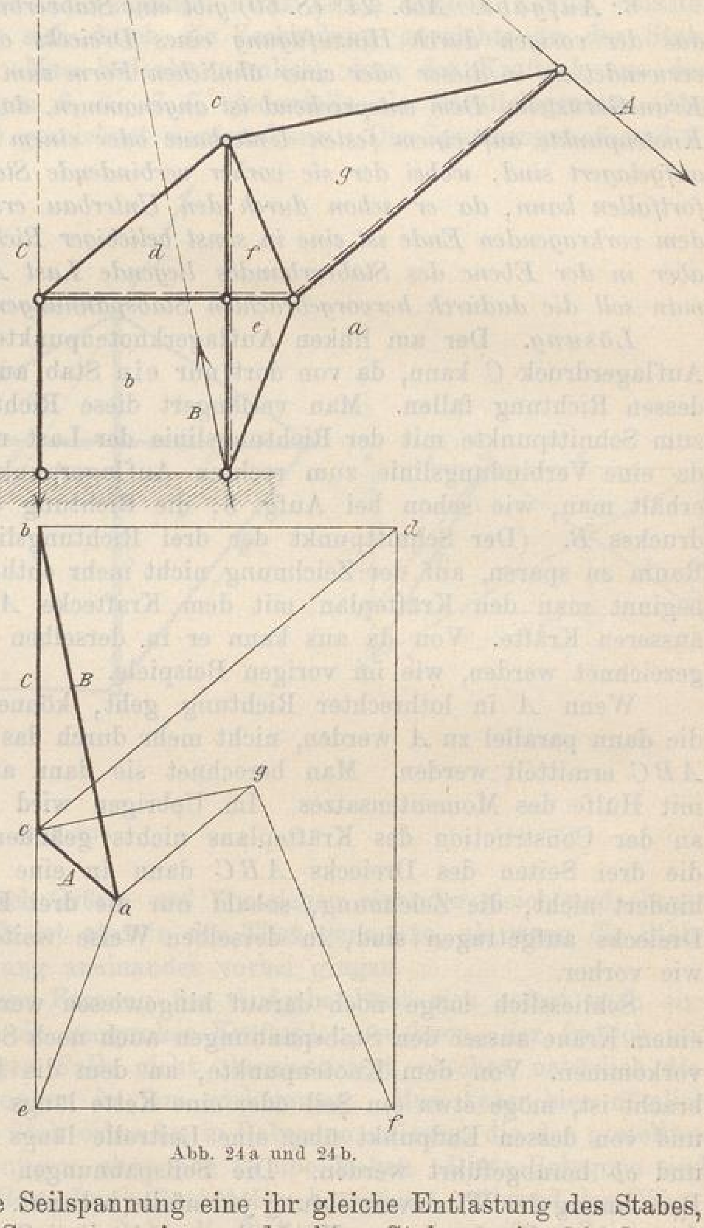

Abb. 24a und 24b.

so bewirkt die Seilspannung eine ihr gleiche Entlastung des Stabes, während die Spannung eines gedrückten Stabes, wie df oder be

um diesen Betrag vergrössert wird. — Anstatt dessen kann man sich natürlich auch das Seil ganz entfernt denken und dafür die auf die Rollen von ihm übertragenen Kräfte als Lasten am Stabverbande anbringen. Die vorher angestellte Ueberlegung führt aber gewöhnlich schneller zum Ziele.

7. *Aufgabe. Man soll für den in Abb. 25ª dargestellten Stabverband, an dem sich die äusseren Kräfte P_1, P_2, P_3 im Gleichgewichte halten, den Kräfteplan construiren.*

Lösung. Hier ist wieder eine „schlichte“ Zerlegung der Figur in Polygone möglich, d. h. eine Zerlegung in Polygone, die nebeneinander liegen, ohne sich zu überdecken. Daher kann auch ein reciproker Kräfteplan ohne mehr Schwierigkeit als ein anderer gezeichnet werden. Eine Schwierigkeit besteht jedoch für die Construction des Kräfteplans, ohne Rücksicht auf dessen besondere Anordnung. An jedem Knotenpunkte greifen nämlich mindestens drei Stabspannungen an; man kann daher den Kräfteplan nicht in der gewöhnlichen Weise beginnen. Auch wenn man den Kräfteplan nicht vom mechanischen Gesichtspunkte aus betrachtet, sondern ihn als reciproke Figur rein geometrisch auffasst, bleibt die Schwierigkeit bestehen, da keins der Stabpolygone an zwei der zu den äusseren Kräften gehörigen Polygonzüge a, b, c angrenzt. Der zugehörige Punkt des Kräfteplans kann daher nicht als Schnitt von zwei Parallelen aufgefunden werden.

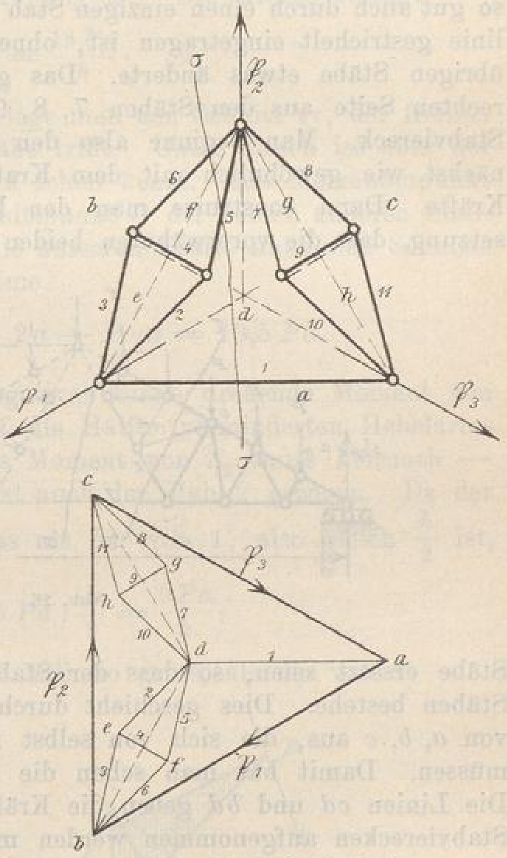

Abb. 25a und 25b.

Dagegen kann die Ritter'sche Methode ohne weiteres angewendet werden, da sich ein Schnitt $\sigma\sigma$ legen lässt, der nur drei, nicht durch denselben Punkt gehende Stäbe trifft. Hat man auf diese Weise die Spannung des unteren horizontalen Stabes 1 gefunden, so steht der weiteren Construction des Kräfteplans auf dem gewöhnlichen Wege kein Hinderniss mehr im Wege.

Anstatt dessen führt hier auch eine andere Ueberlegung sehr einfach zum Ziele. Man bedenke nämlich, dass die Stäbe 2, 3, 4, 5, 6 für sich genommen eine unverschiebliche Figur bilden, die im ganzen Verbande nur die Aufgabe hat, die Angriffspunkte der Kräfte P_1 und P_2 mit einander zu verbinden. Dies könnte eben so gut auch durch einen einzigen Stab geschehen, dessen Richtungslinie gestrichelt eingetragen ist, ohne dass sich dadurch für die übrigen Stäbe etwas änderte. Das gleiche gilt für das auf der rechten Seite aus den Stäben 7, 8, 9, 10, 11 zusammengestellte Stabviereck. Man beginne also den Kräfteplan in Abb. 25^b zunächst wie gewöhnlich mit dem Kraftecke abc für die äusseren Kräfte. Dann construire man den Punkt d unter der Voraussetzung, dass die vorerwähnten beiden Stabvierecke durch einfache

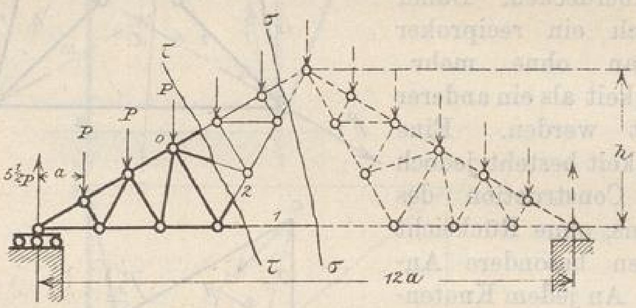

Abb. 26.

Stäbe ersetzt seien, so dass der Stabverband nur noch aus drei Stäben bestehe. Dies geschieht durch Ziehen der drei Parallelen von a, b, c aus, die sich von selbst in einem Punkte schneiden müssen. Damit hat man schon die Spannung ad des Stabes 1. Die Linien cd und bd geben die Kräfte an, die von den beiden Stabvierecken aufgenommen werden müssen. Diese können dann genau wieder so in die einzelnen Stabspannungen zerlegt werden, wie es im gleichen Falle bei Aufgabe 1 geschehen war. — Die Stäbe 4 und 9 sind gedrückt, alle übrigen gezogen.

8. Aufgabe. Für den in Abb. 26 gezeichneten Dachbinder soll die Spannung des mit 1 bezeichneten mittelsten Stabes der Untergurtung nach der Ritter'schen Methode berechnet werden, wenn jeder Knotenpunkt des Obergurts die senkrechte Last P trägt. Nachher ebenso die Stabspannung von 2.

Lösung. Man lege den Schnitt $\sigma\sigma$; der Momentenpunkt für Stab 1 ist der Firstknotenpunkt. Der Auflagerdruck ist $5\frac{1}{2}P$, sein Hebelarm $6a$. Die Summe der Momente der äusseren Kräfte links vom Schnitte für den Momentenpunkt ist

$$5\frac{1}{2}P \cdot 6a - P \cdot 5a - P \cdot 4a - P \cdot 3a - P \cdot 2a - Pa = +18Pa.$$

Ebenso gross, aber von entgegengesetztem Vorzeichen muss das Moment der Stabspannung S_1 des Stabes 1 sein. Daraus folgt zunächst, dass S_1 eine Zugspannung ist. Die Grösse beträgt

$$S_1 = \frac{18Pa}{h}.$$

Um auch S_2 zu erhalten, lege man den Schnitt $\tau\tau$, der freilich ausser 2 noch drei andere Stäbe trifft. Unter diesen ist aber der Stab 1, dessen Spannung man schon kennt. Als Momentenpunkt für Stab 2 ist daher der Schnittpunkt O der beiden anderen Stabrichtungen zu wählen. Für die äusseren Kräfte links vom Schnitte erhält man die Momentensumme

$$5\frac{1}{2}P \cdot 3a - P \cdot 2a - P \cdot a = 13{,}5\,Pa.$$

Dazu kommt das im negativen Sinne drehende Moment von S_1, das für O wegen des auf die Hälfte verminderten Hebelarms nur noch $9Pa$ beträgt. Das Moment von S_2 muss hiernach $-4{,}5\,Pa$ betragen. Demnach ist auch der Stab 2 gezogen. Da der Hebelarm von 2 ebenso gross als der von 1, also gleich $\frac{h}{2}$ ist, findet man

$$S_2 = 4{,}5\,Pa : \frac{h}{2} = \frac{9Pa}{h};$$

d. h. die Spannung von 2 ist halb so gross, als die von 1.

In der Abb. 26 sind der besseren Uebersicht wegen die links vom Schnitte $\tau\tau$ liegenden Theile stark, die links von $\sigma\sigma$ liegenden schwächer und die rechts davon liegenden gestrichelt ausgezogen.

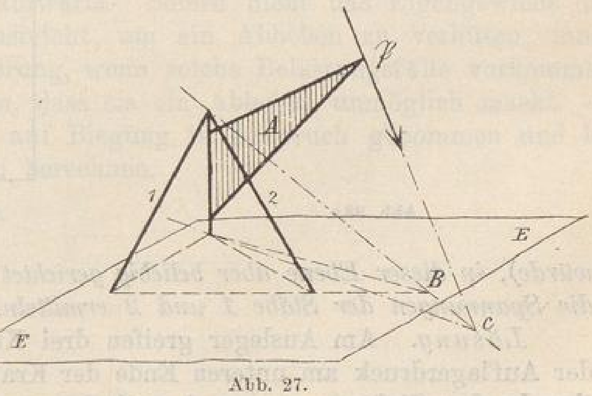

Abb. 27.

9. *Aufgabe.*

In Abb. 27 ist das Gerüst für einen sogenannten Derrik-Kran in axonometrischer Zeichnung angegeben. Auf der horizontalen Ebene EE