Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Wiegmann-Binder

Grösse und Richtungssinn mit den vorher in den Stäben übertragenen Stabspannungen übereinstimmen. Von diesen Kräften kennt man die Richtungslinien und die Lösung der vorher besprochenen Aufgabe führt daher zur Kenntniss der Stabspannungen.

Hiernach tritt die Ritter'sche Methode in Wettbewerb mit dem früher für die Ermittelung der Stabspannungen angegebenen Verfahren, einen Kräfteplan zu zeichnen. Dieses Verfahren bleibt freilich immer im Vortheile, sobald man, wie es gewöhnlich verlangt wird, alle Stabspannungen ermitteln soll, die zu einer gegebenen Belastung gehören. Wünscht man aber aus irgend einem Grunde nur eine einzige Stabspannung zu kennen, während die Spannungen der übrigen Stäbe gleichgültig sind, so kommt man mit der Ritter'schen Methode weit schneller zum Ziele.

Ausserdem hat die Ritter'sche Methode auch noch den Vorzug, dass sie in manchen Fällen ohne jede Schwierigkeit zum Ziele führt, bei denen der Kräfteplan nach den bisher dafür gegebenen Anleitungen nicht mehr construirt werden kann. Das bekannteste Beispiel dafür bildet der sog. zusammengesetzte Polonçeau- oder Wiegmann-Binder, der in Abb. 17ª dargestellt ist. Aus dem einfachen Binder in Abb. 9 (Seite 20) geht er dadurch hervor, dass jeder Stab des Obergurts, sowie die Stäbe 2, 5 und die ihnen auf der anderen Seite entsprechenden in Abb. 9 durch einen in der Mitte liegenden Knotenpunkt in zwei Hälften zerlegt werden, worauf die neu hinzugekommenen Knotenpunkte durch Einfügen von Stäben unter Einhaltung des Dreiecksverbandes gegen die übrigen abgestützt werden. Die Absicht bei der Construction des „zusammengesetzten" Binders in Abb. 17ª geht darauf hinaus, eine grössere Zahl von Stützpunkten am Binder für die Auflagerung der Sekundärconstruction zu gewinnen. Bei grossen Spannweiten würden die Dachsparren bei der Anordnung in Abb. 9 auf eine zu grosse Länge frei zu tragen haben, während in Abbildung 17 diese Länge — nämlich der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden

Knotenpunkten des Obergurts — auf die Hälfte herabgesetzt ist.

Der Binder in Abb. 17ª bildet keinen einfachen Fachwerkträger mehr. Er kann nämlich nicht auf die früher an-

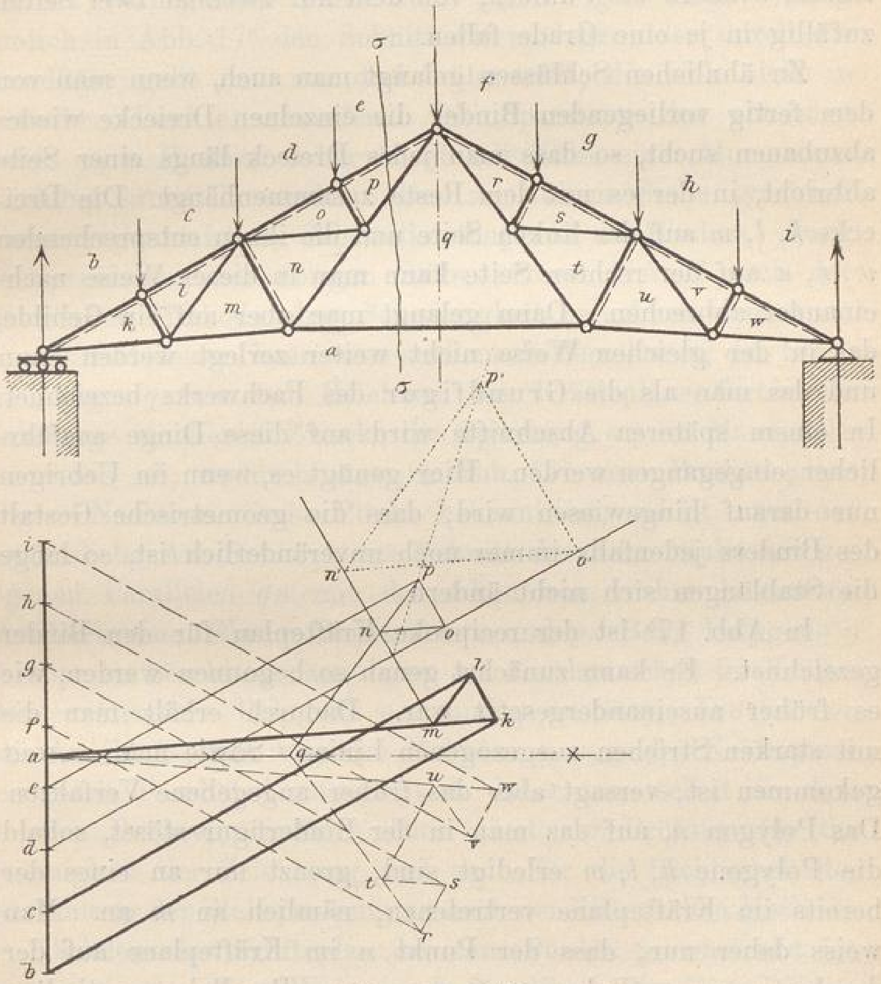

Abb. 17a und 17b.

gegebene Art durch Aneinanderfügen von Dreiecken erhalten werden, nämlich nicht so, dass jedes folgende Dreieck mit einer Seite an das vorhergehende angeschlossen wird. Auf den ersten Blick erkennt man den Unterschied vielleicht nicht; man bedenke aber, dass sich das mit q bezeichnete Polygon gleichzeitig an die beiden vorhergehenden Dreiecke n und p mit einer Seite anschliesst, was der früher gegebenen Vorschrift widerspricht. In der That ist daher q auch gar nicht als Dreieck in dem hier in Frage kommenden Sinne aufzufassen, sondern als Fünfeck, von dem nur zweimal zwei Seiten zufällig in je eine Grade fallen.

Zu ähnlichen Schlüssen gelangt man auch, wenn man von dem fertig vorliegenden Binder die einzelnen Dreiecke wieder abzubauen sucht, so dass man jedes Dreieck längs einer Seite abbricht, in der es mit dem Reste zusammenhängt. Die Dreiecke k, l, m auf der linken Seite und die ihnen entsprechenden w, v, u auf der rechten Seite kann man in dieser Weise nacheinander abbrechen. Dann gelangt man aber auf ein Gebilde, das in der gleichen Weise nicht weiter zerlegt werden kann und das man als die Grundfigur des Fachwerks bezeichnet. In einem späteren Abschnitte wird auf diese Dinge ausführlicher eingegangen werden. Hier genügt es, wenn im Uebrigen nur darauf hingewiesen wird, dass die geometrische Gestalt des Binders jedenfalls immer noch unveränderlich ist, so lange die Stablängen sich nicht ändern.

In Abb. 17^b ist der reciproke Kräfteplan für den Binder gezeichnet. Er kann zunächst genau so begonnen werden, wie es früher auseinandergesetzt war. Dadurch erhält man die mit starken Strichen ausgezogenen Linien. Sowie man so weit gekommen ist, versagt aber das früher angegebene Verfahren. Das Polygon n, auf das man in der Binderfigur stösst, sobald die Polygone k, l, m erledigt sind, grenzt nur an eines der bereits im Kräfteplane vertretenen, nämlich an m an. Man weiss daher nur, dass der Punkt n im Kräfteplane auf der durch m zum Stabe mn gezogenen Parallelen enthalten sein muss.

Auch rein mechanisch betrachtet, ist die Schwierigkeit, auf die man hier stösst, leicht verständlich. Sobald man nämlich alle Stabspannungen bis auf jene, die zur Grundfigur des Binders gehören, ermittelt hat, vermag man keinen Knotenpunkt mehr anzugeben, an dem nur noch zwei der Grösse nach unbekannte Kräfte angreifen. In der Grundfigur gehen nämlich, wie man leicht erkennt, von jedem Knotenpunkte mindestens drei zur Grundfigur gehörigen Stäbe aus.

Für die Ritter'sche Methode besteht eine solche Schwierigkeit im vorliegenden Falle aber keineswegs. Man vermag nämlich in Abb. 17[a] den Schnitt $\sigma\sigma$ zu legen, der durch die Grundfigur geht und nur drei Stäbe trifft, die sich nicht in demselben Punkte schneiden. Die Spannung des untersten Stabes aq z. B. kann daher leicht mit Hülfe einer Momentengleichung ermittelt werden. Der zu diesem Stabe gehörige Momentenpunkt ist der Scheitelknotenpunkt des Binders. Auch die Spannungen der übrigen Stäbe können hierauf nach der Ritter'schen Methode ohne Schwierigkeit berechnet werden.

Anstatt dessen kann man auch nach Berechnung der Stabspannung aq mit dem Zeichnen des Kräfteplans fortfahren Man trage zu diesem Zwecke die Spannung aq im Maassstabe von a aus ab, wodurch man in Abb. 17[b] zum Punkte q gelangt. Nachdem dieser Punkt bekannt ist, erhält man auf gewöhnliche Art Punkt n als Schnitt der zum Stabe qn gezogenen Parallelen qn mit der schon von vorher bekannten Parallelen mn. Ebenso findet man o und p. Beim Polygone p ist aber zu beachten, dass dieses an die drei schon im Kräfteplane vertretenen Polygone o, e und q anstösst. Die zu den drei Anschlussseiten von den Punkten o, e, q des Kräfteplans gezogenen Parallelen müssen sich daher von selbst in dem gleichen Punkte p treffen. Dies dient zur Prüfung für die Genauigkeit der Zeichnung und auch für die Richtigkeit der Berechnung der Stabspannung aq nach der Ritter'schen Methode. — Nachdem der Kräfteplan bis zum Punkte p construirt ist, kann er in derselben Weise auch für die rechtsseitige Binderhälfte weiter gezeichnet werden. Die zugehörigen Linien sind in Abb. 17[b] gestrichelt ausgezogen. Da der Binder symmetrisch gestaltet und symmetrisch belastet sein sollte, wird auch der Kräfteplan symmetrisch; die vom Punkte a aus gezogene Horizontale bildet die Symmetrieaxe.

Freilich kann man die Schwierigkeit, auf die man bei der

Construction des Kräfteplans stösst, sobald man an der Grundfigur angelangt ist, auch auf rein geometrischem Wege, ohne Zuhülfenahme der Momentenmethode, überwinden. Diesem Zwecke dienen die ebenfalls in Abb. 17^b eingetragenen punktiert ausgezogenen Linien. Man bedenke nämlich, dass in dem Kraftecke $nopq$, das zu dem gleichnamigen Knotenpunkte des Binders gehört, zwei Seiten, nämlich nq und pq, wie aus der Binderfigur hervorgeht, gleichgerichtet sein müssen. Da sie ferner auch von demselben Punkte q ausgehen, müssen sie demnach auf dieselbe Grade fallen. Das gesuchte Krafteck besteht also aus einem Dreiecke nop und einem auf der Verlängerung der Dreieckseite np liegenden Punkte q. Das Dreieck nop muss aber sechs geometrischen Bedingungen entsprechen, auf Grund deren es gefunden werden kann. Die drei Ecken müssen nämlich auf den durch die bereits bekannten Punkte m, d, e zu den Stäben mn, do, ep gezogenen Parallelen liegen und die Seiten müssen zu den Stabrichtungen no, op und nq oder pq parallel laufen.

Der schon in § 2 angeführte und bewiesene und damals bereits in ähnlicher Weise benutzte geometrische Satz über Eigenschaften eines veränderlichen Vielecks verhilft uns zur Lösung dieser Aufgabe. Wir ziehen die Linie $n'o'$ in der vorgeschriebenen Richtung no, sonst aber beliebig und von n' und o' aus Parallelen zu den Richtungen op und nq oder pq. Dadurch erhalten wir das durch punktirte Linien angegebene Dreieck $n'o'p'$. Dieses erfüllt 5 der angegebenen Bedingungen, die sechste aber nicht, da p' nicht auf der von e zum Stabe ep gezogenen Parallelen enthalten ist. Man kann sich unendlich viele Dreiecke $n'o'p'$ construirt denken und unter ihnen muss auch das gesuchte Dreieck nop enthalten sein. Nach dem in Erinnerung gebrachten Satze liegen alle Punkte p' dieser Dreiecke auf einer Graden. Es ist nicht nöthig, noch ein zweites Dreieck $n'o'p'$ zu construiren, um diese Grade zu finden. Man bedenke nämlich, dass das Dreieck $n'o'p'$ auch zu einem Punkte, nämlich zum Schnittpunkte der Linien mn und do zusammenschrumpfen kann. Dieser Schnittpunkt ist