



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Prüfung durch den Versuch.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84594](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84594)

ist es, sie als einen Satz hinzustellen, der seine Rechtfertigung dadurch findet, dass die aus ihm gezogenen Folgerungen im Einklange mit der Erfahrung sind.

In einem späteren Abschnitte werden wir sehen, dass man die Zulässigkeit der Bernouilli'schen Annahme auch noch einer strengeren Prüfung unterwerfen kann. Für Körper, die dem Hooke'schen Gesetze gehorchen, werden wir sie bei jener Gelegenheit wenigstens für den Fall der reinen Biegung bestätigt finden. Für andere Körper kann indessen nur durch eine unmittelbare Beobachtung festgestellt werden, ob und bis zu welchem Grade der Genauigkeit sie in Wirklichkeit erfüllt ist.

Eine solche Prüfung habe ich auf folgende Weise vorgenommen. Ein Steinbalken von 20×30 cm Querschnitt wurde auf 150 cm Spannweite frei aufgelagert und in der Mitte belastet. Die Lastebene war parallel der grösseren Querschnittsseite. Auf den Ansichtsflächen des Balkens liess ich mehrere Reihen von kleinen Stiften einkitten, auf die man Spiegel aufschraubte. Wenn der Balken belastet wurde, drehten sich diese Spiegel zusammen mit dem Theile des Balkens, an dem sie befestigt waren. Die kleine Drehung der Spiegel wurde mit Hülfe eines Fernrohrs beobachtet. Dabei zeigte sich, dass alle Spiegel, die zu demselben Querschnitte gehörten, ziemlich genau dieselbe Drehung ausführten. Das ist aber in der That nur möglich, wenn der Querschnitt — mit dem gleichen Grade der Annäherung — eben bleibt. Zum mindesten ist zu schliessen, dass die Umfangsseiten des Querschnittsumrisses geradlinig geblieben sind. Denn wenn sich eine dieser Seiten merklich krümmen sollte, müssten verschiedene Linienelemente der Seite verschiedene Winkel mit der Anfangslage bilden und die verschiedene Drehung hätte sich bei der Beobachtung der Spiegel verrathen müssen.

Es kann daher als nachgewiesen gelten, dass auch selbst bei solchen Materialien, die dem Hooke'schen Gesetze nicht gehorchen, die Bernouilli'sche Annahme als hinreichend genau zutreffend angesehen werden kann. Unter „hinreichend genau“

ist hier ein solcher Grad der Annäherung zu verstehen, der die weiteren Schlüsse aus der Bernouilli'schen Annahme vor den grössten Fehlern schützt; namentlich ist die Krümmung der Querschnitte im Allgemeinen nicht erheblich gegenüber der Krümmung, die die Stabaxe erfährt.

Für den Fall der reinen Biegung (Scheerkraft $V = 0$) haben wir keine Veranlassung, ein Auftreten von Schubspannungen im Querschnitte zu vermuthen. Zum mindesten müssten alle Schubspannungen unter sich im Gleichgewichte mit einander stehen. Wenn der Querschnitt in der That genau eben bleiben soll, können aber überhaupt keine Schubspannungen übertragen werden, denn diese hätten Winkeländerungen γ zur Folge, die an verschiedenen Stellen nicht nur von verschiedener Grösse, sondern auch von entgegengesetztem Vorzeichen sein müssten. Es handelt sich dabei um die ursprünglich rechten Winkel zwischen der Querschnittsebene und den zur Stabaxe parallel gezogenen Linien. Wenn sich diese an verschiedenen Stellen um verschiedene Beträge änderten, könnte der Querschnitt offenbar nicht eben bleiben.

Wir werden also festhalten, dass für den Fall $V = 0$ auch die Schubspannungen τ überall im Querschnitte gleich Null zu setzen sind. Daraus folgt dann sofort weiter, dass der Querschnitt nach der Formänderung senkrecht zur elastischen Linie steht.

Man betrachte jetzt ein Längenelement des Stabes, das zwischen zwei aufeinanderfolgenden Querschnitten liegt. Nach der Formänderung schneiden sich die beiden Querschnittsebenen in einer Geraden, die durch den Krümmungsmittelpunkt der elastischen Linie geht. Jedem Flächenelemente dF des Querschnitts entspricht ein Theil des Stabes, den wir als eine Faser bezeichnen wollen. Die zwischen den aufeinanderfolgenden Querschnitten liegenden Fasern waren ursprünglich gleich lang; nach der Formänderung sind aber die auf der Hohlseite der elastischen Linie liegenden kürzer als die auf der convexen Seite — und zwar verhalten sich die Längen unmittelbar wie die Abstände der Fasern vom Krümmungsmittelpunkte der

elastischen Linie. Den Längenänderungen, die diese Fasern erfuhren, entsprechen nach dem Elasticitätsgesetze die Normalspannungen σ , die in den Querschnittselementen übertragen werden.

Wir wissen schon, dass sich die Normalspannungen σ zu einem Kräftepaare vom Momente M zusammensetzen müssen. Daraus folgt, dass im Querschnitte sowohl Zug- als Druckspannungen übertragen werden. Die Fasern auf der convexen Seite sind also jedenfalls länger geworden, als sie ursprünglich waren und die auf der Hohlseite haben sich verkürzt. Dazwischen liegt eine Faserschicht, die sich weder verkürzt noch verlängert hat. Die ihr im Querschnitte entsprechende Linie wird die neutrale Axe oder auch die Nulllinie des Querschnitts genannt.

Proportional mit dem Abstände von der neutralen Axe wachsen die elastischen Längenänderungen der Fasern. Wenn ausser der Bernouilli'schen Annahme auch noch das Hooke'sche Gesetz gilt, müssen wir daher schliessen, dass auch die Normalspannungen σ , die im Querschnitte übertragen werden, ihrem Abstände von der neutralen Axe proportional zu setzen sind. Diesen wichtigen Schluss hat zuerst Navier aus der Bernouilli'schen Annahme gezogen.

Diese ganze Betrachtung lässt sich auch noch durch eine andere ersetzen. Ohne uns auf die an sich willkürliche Bernouilli'sche Annahme zu stützen, können wir davon ausgehen, dass im Querschnitte jedenfalls sowohl Zug- als Druckspannungen übertragen werden müssen. Die Normalspannung σ in irgend einem Punkte des Querschnitts kann dann als eine zunächst unbekannte Function der Coordinaten dieses Punktes in Bezug auf zwei im Querschnitte rechtwinklig zu einander gezogene Coordinatenachsen der y und z betrachtet werden. Wir setzen also

$$\sigma = f(yz).$$

Immer wenn man keinen bestimmten Anhaltspunkt für die Form einer solchen unbekanntem Function hat, versucht man zunächst, mit den einfachsten Annahmen dafür auszu-